

ANNALEN DER PHYSIK

VIERTE FOLGE. BAND 85

1. *Beitrag zur Kenntnis des Funkenpotentials
in Stickstoff;**von Bernhard Frey*

(Aus dem Physikalischen Institut der Universität Zürich)

§ 1. Die vorliegende Arbeit hatte ursprünglich zum Ziel, den Einfluß eines Magnetfeldes auf das Funkenpotential¹⁾ in Stickstoff und in Edelgasen zu untersuchen. Im Verlaufe der Messungen machten sich jedoch verschiedene Fehlerquellen bei der Bestimmung des Funkenpotentials derart störend bemerkbar, daß das Ziel der Arbeit dahin geändert wurde, diesen Fehlereinflüssen, vor allem dem des Wasserdampfes genauer nachzugehen und eventuell eine Erklärung für sein Verhalten zu suchen. Diese Untersuchungen und daran anschließende Messungen über den Einfluß von Wasserstoffbeimischungen zum Stickstoff bilden den Hauptgegenstand der Arbeit; einige Messungen über den Einfluß des Elektrodenmaterials bei der Funkenentladung werden zum Schluß noch angegeben.

§ 2. Der Einfluß, den Wasserdampf auf das Funkenpotential ausübt, ist in seiner vollen Bedeutung seit der Zeit bekannt, da E. Meyer²⁾ in seiner Arbeit „Über die Beeinflussung des Funkenpotentials in Luft durch geringe Verunreinigungen“ darauf hingewiesen hat, daß die stärkste Störungsquelle für einen reproduzierbaren Entladungsverlauf die Feuchtigkeit bildet; geringste Schwankungen der Feuchtigkeit bedingen in Luft enorme Differenzen für die Durchschlagsspannungen. Dank genauester Konstanthaltung der Feuchtigkeit ist es E. Meyer gelungen, bei mittlerer Feuchtigkeit ganz außerordentlich genau reproduzierbare Kurven für das Funkenpotential (auf ± 1 Volt) zu erhalten, die vollständig das Paschensche Gesetz³⁾ erfüllen. Sowohl in der Arbeit

1) Vgl. z. B. Edgar Meyer, Ann. d. Phys. 58. S. 297. 1919; Max Wehrli, ebenda 69. S. 285. 1922.

2) Edgar Meyer, Ann. d. Phys. 65. S. 335. 1921.

3) F. Paschen, Wied. Ann. 37. S. 69. 1889.

von E. Meyer für Luft, als auch in der daran anschließenden von Frl. H. Stücklen¹⁾ für Stickstoff stellte sich heraus, daß eine Feuchtigkeitsvermehrung erniedrigend auf das Funkenpotential einwirkt, wenn die Gasfeuchtigkeit sehr klein ist, erhöhend aber bei mittleren und größeren Feuchtigkeitsgehalten. Meyer²⁾ schreibt dazu: „Man könnte zur Erklärung der Erscheinung auch an eine starke Elektronenaffinität des Wasserdampfes denken, jedoch würde sich dadurch *allein* wohl nur schwerlich das Minimum in der Abhängigkeit des Funkenpotentials von der Wasserdampfkonzentration deuten lassen, wie ja überhaupt das Vorhandensein des Minimums darauf hinweist, daß zwei verschiedene Ursachen den Verlauf des Effektes bedingen müssen.“ Die von E. Meyer gegebene Erklärung für den *Anstieg* des Funkenpotentials mit wachsender Feuchtigkeit infolge der großen Elektronenaffinität des Wasserdampfes steht mit den experimentellen Ergebnissen von Franck³⁾ in völligem Einklang. In Übereinstimmung damit hat neuerdings Güntherschulze⁴⁾ gefunden, daß Wasserdampf in noch höherem Maße als Sauerstoff die Eigenschaft besitzt, Elektronen einzufangen und Makroionen zu bilden, die für den Stoßvorgang bei der Funkenbildung sehr ungeeignet sind. Nach dem Gesagten ist also hauptsächlich noch die bei sehr großer Trockenheit vorhandene *Abnahme* des Funkenpotentials durch Zusatz geringer Feuchtigkeitsmengen zu erklären.

Das Resultat der vorliegenden Arbeit gleich vorweggenommen lautet: Durch Dissoziation des Wasserdampfes werden Wasserstoffspuren gebildet, die eine Erniedrigung des Funkenpotentials hervorrufen. Bei äußerster Trockenheit, also wenn zu wenig Wasserstoff gebildet werden kann, steigt das Potential daher wieder an (Anstieg auf dem trockenen Ast der Funkenpotential-Feuchtigkeitskurve). Bei großer Feuchtigkeit sind es dagegen die Makroionen, die das Funkenpotential ansteigen lassen. Eine ähnliche Erklärung gibt auch Knipping⁵⁾ für das Pseudohochvakuum, obschon seine Schlußfolgerung

1) H. Stücklen, Ann. d. Phys. 69. S. 625. 1922.

2) Edgar Meyer, Ann. d. Phys. 65. S. 367. 1921.

3) J. Franck, Verh. d. D. Phys. Ges. 12. S. 291 u. 613. 1910.

4) A. Güntherschulze, Ztschr. f. Phys. 22. S. 84. 1924.

5) P. Knipping, Die Naturwissenschaften S. 756. 1923.

nicht ganz zwingend sein dürfte. Bei den hohen Spannungen nämlich, die er anwendet, spielen noch die entstehenden Wandladungen eine wichtige Rolle, wie Güntherschulze¹ gezeigt hat. Janitzky²) hingegen glaubt, daß das Pseudo-hochvakuum hauptsächlich auf die vollständige Entgasung der Elektroden zurückzuführen sei. Aus seiner Arbeit geht leider nicht hervor, was es für Gase sind, die hauptsächlich aus den Elektroden entweichen.

Über andere Verunreinigungen wie Sauerstoff, Kohlendioxyd, Quecksilberdampf, Phosphortrioxyd (solches ist immer ein wenig in P_2O_5 vorhanden) liegen die Verhältnisse klarer, zumal E. Meyer³) für CO_2 , P_4O_6 und Quecksilberdampf gezeigt hat, daß deren Einfluß auf das Funkenpotential in Luft innerhalb der Meßfehler fällt; von Sauerstoff ist genügend bekannt, daß er infolge seiner Elektronenaffinität das Kathodengefälle⁴) erhöht, die Ionenbeweglichkeit vermindert⁵), also auch höhere Funkenpotentiale bedingt.

Funkenpotentialmessungen in sehr sauber gereinigtem Stickstoff wurden von Strutt⁶) ausgeführt.⁷) Seine Resultate weichen von einer weiter unten gegebenen Kurve, die bei wohldefinierten und den seinigen am ehesten entsprechenden Bedingungen aufgenommen wurde, um etwa 13 Volt ab. Strutts Werte liegen tiefer, weisen aber eine etwas stärkere Streuung auf.

§ 3. Die benutzte Versuchsanordnung ist dieselbe, wie sie von E. Meyer⁸) verwendet wurde. Als Spannungsquelle diente eine Hochspannungsbatterie (Akkumulatorenfabrik Oerlikon) von 960 Volt und 4 Amp.-Std. Kapazität. Die Batterie war unterteilt in Kästen von je 48 Volt. Etwa 200 Volt wurden

1) A. Güntherschulze, Ztschr. f. Physik 31. S. 606. 1925.

2) A. Janitzky, Ztschr. f. Physik 35. S. 27. 1925.

3) Edgar Meyer, Ann. d. Phys. 65. S. 335. 1921. (Hg: § 13 und 24; P_2O_5 : § 14; CO_2 : § 24.)

4) E. Warburg, Wied. Ann. 40. S. 1. 1890.

5) J. Franck, Verhandl. d. D. Phys. Ges. 12. S. 613. 1910.

6) R. J. Strutt, Phil. Trans. Roy. Soc. (A) 193. S. 377. 1900; Proc. Roy. Soc. (A) 89. S. 68. 1913/14.

7) Die Versuche von H. E. Hurst, Phil. Mag. (6) 11. S. 534. 1906, scheinen in weniger sauberem Stickstoff ausgeführt zu sein.

8) Edgar Meyer, Ann. d. Physik 58. S. 297. 1919.

an den Potentiometerwiderstand von 2000 Ohm gelegt. Als Blockkapazität diente ein sogenannter „Minos“-Kondensator (Schott u. Gen. Jena) von 5000 cm Kapazität. Das Spiegelgalvanometer war ein Siemens-Halske-Instrument mit einer Empfindlichkeit von $4,5 \cdot 10^{-10}$ Amp. pro Skalenteil. Das Präzisionsvoltmeter (Siemens-Halske) gestattete die Bestimmung des Funkenpotentials auf ± 1 Volt. Es wurde zur Kontrolle vermittelst eines Kompensationsapparates mit einem Normalelement geeicht. Die zur Prüfung des Paschenschen Gesetzes verwendeten Elektroden waren zwei Messingplatten, deren Abstand durch zwischengelegte Ebonitrings (genau wie bei Meyer a. a. O.) bestimmt war. Wie später gefunden wurde, stimmten die so erhaltenen Werte genau überein mit Vergleichswerten, bei denen dieser Ebonitring vermieden war. Bekanntlich ist jedoch der Ebonitring für Messungen unterhalb des Minimums unerlässlich. Zum Evakuieren der Apparatur diente eine Gaedesche Kapselpumpe, die gestattete, ein Vakuum bis zu etwa 0,1 mm Hg herzustellen. Für die späteren Messungen, bei denen Hochvakuum nötig war, kam noch eine Quecksilberstrahlpumpe zur Verwendung.

§ 4. Um sich ein rohes Bild über die Größe des Einflusses der Verunreinigungen auf das Funkenpotential und der dadurch bedingten Streuung machen zu können, sollen einige Resultate der Vorversuche angeführt werden, bei denen das Gas, Stickstoff aus einer Bombe, ohne vorherige Reinigung in die Funkenstrecke eingelassen wurde. Als Verunreinigungen sind hier hauptsächlich Sauerstoff und Feuchtigkeit zu nennen. Erfahrungsgemäß sind im Bombenstickstoff etwa 4 Proz. Sauerstoff enthalten. Da immer ein und dieselbe Bombe mit der Apparatur in Verbindung stand, so waren stärkere Schwankungen hinsichtlich der Menge der Verunreinigungen nicht zu erwarten, und infolgedessen hätten sich auch ziemlich reproduzierbare Werte für das Potential ergeben sollen. Es zeigte sich jedoch bei vielen unabhängigen Messungen, daß die Funkenpotentialwerte keineswegs reproduzierbar waren. Nicht einmal bei derselben Gasfüllung und konstantem Druck blieb das Funkenpotential dasselbe. Die Streuung betrug maximal etwa 40 Volt, wie aus der Fig. 1 ersichtlich ist.

Eine weitere Erscheinung war die, daß die Streuung der Werte des Funkenpotentials durch die Anzahl der Funken, die man durch die Funkenstrecke ließ, vermehrt wurde. Einen ähnlichen Effekt hat auch Warburg¹⁾ bei seinen Messungen des Kathodengefälles in Stickstoff gefunden. Das Kathodengefälle wurde bei Warburg vollständig konstant und unabhängig von der Stromdauer, wenn er seinen Stickstoff mit Natrium

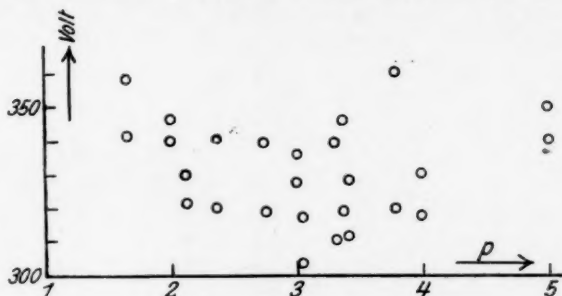


Fig. 1

reinigte. Warburg äußert die Ansicht, daß diese Inkonzanz wesentlich der Bildung von Stickstoff-Sauerstoffverbindungen zuzuschreiben sei.

§ 5. Um die Verhältnisse zu klären, wurde direkt an das Funkengefäß ein Geisslerrohr angeblasen, worin man eine kräftige Entladung eines Induktoriums erzeugen konnte. Durch ein kurzes Verbindungsrohr konnten allfällig gebildete Stickstoff-Sauerstoffverbindungen rasch in die Funkenstrecke hinüber diffundieren. Es zeigte sich nun, daß eine Entladung im Geisslerrohr wohl einen großen (bis zu 12 Volt), aber keinen eindeutigen Einfluß auf das Funkenpotential ausübte, indem je nach dem Feuchtigkeitsgehalt in der Apparatur das Funkenpotential erhöht oder erniedrigt wurde. Damit war erwiesen, daß eine Entladung in einer Nebenfunkensstrecke einen ähnlichen Einfluß hervorruft, wie eine solche in der Meßfunkenstrecke selbst.

Es liegt nun der Gedanke nahe, daß hier zwei Wirkungen zusammenspielen. Einmal kann durch die Entladung in der

1) E. Warburg, Wied. Ann. 40. S. 1. 1890.

Funkenstrecke oder im Geisslerrohr eine chemische Veränderung des Gasinhaltes hervorgerufen sein (Bildung von Stickoxyden), zweitens aber kann auch durch die Entladung eine Erwärmung der Funkenstrecke oder des Geisslerrohres eintreten, wodurch Wasserdampf abgegeben würde.

§ 6. Um diese beiden Wirkungen getrennt voneinander zu untersuchen, wurde das Geisslerrohr von außen durch einen Bunsenbrenner erwärmt, um die an den Wänden haftende Feuchtigkeit frei zu machen. War dann vorher die Apparatur

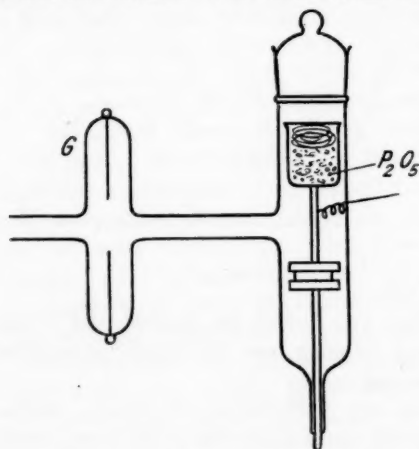


Fig. 2

und das Gas gut mit P_2O_5 getrocknet worden, so ergab sich eine Erniedrigung des Funkenpotentials, eine Erhöhung aber, wenn vorher kein Trockenmittel angewendet worden war. Bei der Funkenpotentialmessung war im ersten Falle (Trocknung vor der Erwärmung des Geisslerrohres) das Gefäß, das das P_2O_5 enthielt, von der Apparatur durch einen Glashahn abgesperrt worden, damit nicht der durch die Erwärmung des Geisslerrohres frei gemachte Wasserdampf sofort wieder absorbiert würde.

Dieses Resultat steht in völligem Einklang mit den Messungen von Meyer (a. a. O.), der gefunden hat, daß die Erhöhung des Wasserdampfdruckes in Luft um den konstanten Betrag Δp eine Erniedrigung bzw. eine Erhöhung des Funken-

potentials bewirkt, je nachdem der totale Partialdruck des Wasserdampfes sehr klein, oder aber größer ist.

In etwas abgeänderter Form ergab ein weiterer Versuch dasselbe, nach Meyer zu erwartende Resultat. Ein kleiner Behälter mit P_2O_5 wurde direkt in das Funkengefäß eingesetzt (vgl. Fig. 2). Wurden nun das Geisslerrohr G oder andere Teile der Glasapparatur mit dem Bunsenbrenner erwärmt, so fiel zuerst das Funkenpotential, um nachher von selbst wieder langsam anzusteigen. Die Erklärung nach Meyer ist die folgende: Zuerst ist das Funkengefäß gut ausgetrocknet, eine Zunahme der Feuchtigkeit durch die Erwärmung der Glaswände bewirkt eine Erniedrigung des Funkenpotentials. In dem Maße, wie das vorhandene P_2O_5 die Feuchtigkeit absorbiert, steigt auch wieder das Funkenpotential an. Dabei ist zu bemerken, daß bei diesen Versuchen das gesamte Volumen der Apparatur so groß war, daß nicht etwa die Druckerhöhung durch die Erwärmung für dieses Resultat verantwortlich gemacht werden kann.

§ 7. Daß nun tatsächlich neben diesem Einfluß der Feuchtigkeit auch noch eine zweite Wirkung, wahrscheinlich eine chemische Umsetzung des Bombenstickstoffs vorhanden ist, geht aus dem folgenden Versuche hervor. In der Anordnung der Fig. 2 wurde das Geisslerrohr abwechselnd erwärmt, oder aber es wurde eine Induktorentladung durch dasselbe hindurchgeschickt. Die Funkenstrecke war dauernd in Verbindung mit P_2O_5 (gemäß Fig. 2). Trägt man dann das gemessene Funkenpotential als Funktion der Zeit auf, und beginnt man bei vorher nicht gut ausgetrockneter Apparatur, so erhält man Kurven, wie zwei solche in Fig. 3 angegeben sind. Die gestrichelten Geraden bedeuten, daß hier eine Erwärmung des Geisslerrohres stattgefunden hat, die strichpunktierten, daß zu dieser Zeit eine Entladung durch das Geisslerrohr gegangen war. Man bemerkt die antagonistische Wirkung dieser beiden Ursachen. Erwärmung gibt Abnahme des Funkenpotentials, Entladung aber Erhöhung desselben.

Es ist damit sehr wahrscheinlich gemacht, daß neben dem Einfluß der Feuchtigkeit auch noch eine elektrochemische Umsetzung durch die Entladung anzunehmen ist. Dieser letztere Einfluß muß jedoch durch den Feuchtigkeitseinfluß zum Teil

überdeckt sein, da bei der Entladung auch eine Erwärmung, also auch eine Abgabe von Wandfeuchtigkeit eintreten wird.

Diese verschiedenen Wirkungen auf den Wert des Funkenpotentials, nämlich die der Feuchtigkeit und die einer che-

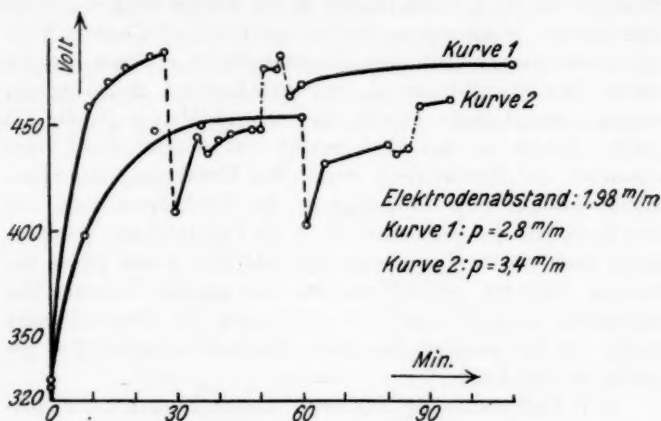


Fig. 3

mischen Veränderung des Gases, sollen im folgenden getrennt untersucht werden. Pulverisiertes Kupfer (Naturkupfer C von Kahlbaum) ist ein gutes Absorptionsmittel für NO_2 . Ein zwischen das Geisslerrohr und die Funkenstrecke geschaltetes Rohr mit diesem Kupfer hatte absolut keinen Einfluß, womit sehr unwahrscheinlich gemacht wurde, daß NO_2 die chemische Ursache der Funkenpotentialänderung sei.

§ 8. Um überhaupt die Bildung von Stickoxyden in der Geisslerentladung zu verhindern, wurde eine neue Apparatur hergestellt, die gestattete, den Bombenstickstoff verhältnismäßig gut zu trocknen und von Sauerstoff zu befreien. Der Stickstoff wurde zuerst durch ein langes Rohr mit CaCl_2 , darauf durch ein P_2O_5 -Rohr und nachher zur Absorption des Sauerstoffs über glühendes Kupfer geleitet. Danach gelangte er in zwei große P_2O_5 -Röhren, die zugleich als Vorratsgefäß für den gereinigten Stickstoff dienten. Von diesem Vorratsgefäß konnte er portionsweise in die Funkenstrecke eingelassen werden. Das Volumen der P_2O_5 -Röhren war so groß, daß der Gasinhalt

für die Messungen von 2—3 Wochen Dauer genügte. Das Gefäß, worin sich die Funkenstrecke befand, sowie das Geisslerrohr waren mit destilliertem Wasser ausgekocht worden, um das Glas möglichst wenig hygroskopisch¹⁾ zu machen. Der so behandelte, gut getrocknete Stickstoff enthielt sicher nur noch Spuren von Sauerstoff. Es war also nicht zu erwarten, daß eine Oxydationsstufe des Stickstoffs noch merkliche Schwankungen des Funkenpotentials bewirken könnte.

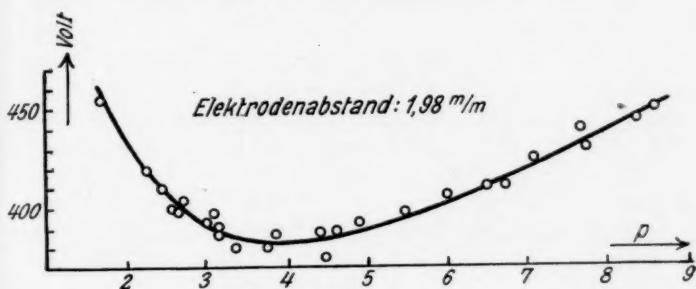


Fig. 4

Zuerst wurde versucht, ob mit der neuen Anordnung reproduzierbare Potentialwerte zu erhalten seien. Die beschriebenen Reinigungsmaßnahmen bewirkten, daß sich nun innerhalb einer Streuung von ± 6 Volt das Funkenpotential reproduzieren ließ. Fig. 4 gibt als Beispiel das Funkenpotential in Funktion des Gasdruckes bei einem Elektrodenabstand von 1,98 mm.

§ 9. Aber trotz der viel besseren Trocknung und der Entfernung des Sauerstoffs, zeigte sich doch der Einfluß einer Geisslerentladung in erhöhtem Maße, aber jetzt in dem Sinne, daß das Funkenpotential stets erniedrigt wurde, also *umgekehrt* wie bei den Versuchen des § 7 (Fig. 3). Denkt man nun an das von Thomson²⁾ konstatierte analoge Verhalten des minimalen Funkenpotentials und des Kathodengefälles, so steht diese

1) E. Warburg und T. Ihmori, Wied. Ann. 27. S. 481. 1886. H. Stücklen, Ann. d. Phys. 65. S. 369. 1921. Bei diesem Verfahren wird das Glas so wenig hygroskopisch wie amorpher Quarz. Vgl. dazu die Versuche in Luft von A. Schaufelberger, Ann. d. Phys. 73. S. 21. 1923.

2) J. J. Thomson, Recent Researches, § 162. S. 158.

Erniedrigung des Funkenpotentials offenbar im Gegensatz zu den Versuchen von Warburg¹⁾ über das Kathodengefälle. Bei ihm bewirkte nämlich der Stromdurchgang eine starke Erhöhung des Kathodengefälles. Warburg zeigte, daß diese Erhöhung sofort verschwindet, wenn dafür gesorgt wird, daß sich keine Sauerstoff-Stickstoffverbindungen bilden können, was er durch sorgfältige Entfernung des Sauerstoffs erreichte. Da sich bei unsern früheren Versuchen ebenfalls eine Erhöhung des Funkenpotentials einstellte, wenn der Stickstoff nicht von Sauerstoff befreit war, genau wie bei Warburg, so ist es höchst unwahrscheinlich, daß die gegenwärtige erniedrigende Wirkung auf dieselbe Reaktion, nämlich die Bildung einer Oxydationsstufe des Stickstoffs, zurückzuführen ist. Es könnte aber möglich sein, daß bei der Entladung das Geisslerrohr so stark erwärmt wird, daß es trotz seiner guten Trocknung doch noch Feuchtigkeit abgibt.

Diese erniedrigende Wirkung einer Geisslerentladung auf das Funkenpotential fand auch Frl. H. Stücklen²⁾ bei sauerstofffreiem, mit P_2O_5 getrocknetem Stickstoff. Da jedoch für ihre Arbeit nur Relativwerte des Potentials erforderlich waren, wurde damals der Einfluß einer Entladung nicht eingehender untersucht.

§ 10. Um die Richtigkeit dieser Vermutung, Abgabe von Wasserdampf aus der Geissleröhre, nachzuweisen, wurde zwischen das Geisslerrohr und die Funkenstrecke ein P_2O_5 -Rohr mit Umwegleitung gelegt, so daß die Wirkung der Geisslerentladung ganz nach Belieben, das eine Mal mit dem dazwischen geschalteten Trockenmittel, das andere Mal ohne dasselbe, untersucht werden konnte. Die Anordnung ist in Fig. 5 skizziert.

Nun zeigte sich aber, daß in dem mit P_2O_5 getrockneten sauerstofffreien Stickstoff eine Entladung im Geisslerrohr einen erniedrigenden Einfluß hatte, *unabhängig* davon, ob das P_2O_5 zwischen Geisslerrohr und Funkenstrecke lag oder nicht. Es sei bemerkt, daß bei späteren Messungen, bei denen an Stelle des P_2O_5 -Rohres ein mit flüssiger Luft gekühltes U-Rohr trat, die Verhältnisse genau dieselben blieben. Diese Tatsache be-

1) E. Warburg, Ann. d. Phys. 40. S. 1. 1890.

2) H. Stücklen, Ann. d. Phys. 69. S. 618 (Ann. 1). 1922.

weist, daß die hier beobachtete Erniedrigung des Funkenpotentials unmöglich auf eine Feuchtigkeitsänderung in der Meßfunkenstrecke zurückgeführt werden kann. Die Möglichkeit, daß eventuell hinüberwandernde Ionen die Erniedrigung bewirken, ist nicht leicht anzunehmen, denn sonst müßte das Funkenpotential von selbst wieder auf den ursprünglichen Wert zurückkehren, was aber nach Stunden noch nicht

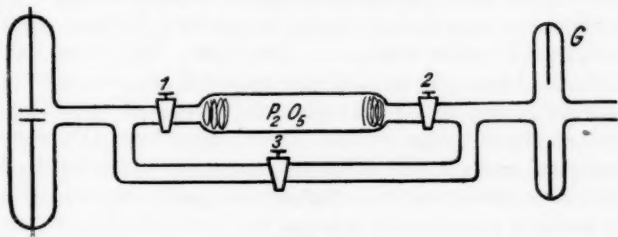


Fig. 5

der Fall war. Als Beispiel sei angeführt, daß das Potential, nachdem es vorerst konstant geworden war, infolge einer Entladung im Geisslerrohr von 350 auf 326 Volt fiel, wenn Hahn 3 (Fig. 5) offen, Hahn 1 und 2 aber geschlossen waren; bei der nächsten Messung betrug der konstante Anfangswert 372 Volt und der Endwert nach der Entladung 352 Volt, wobei Hahn 3 geschlossen, aber Hahn 1 und 2 geöffnet waren.

§ 11. Diese beschriebenen, höchst eigentümlichen Wirkungen ließen die Vermutung aufkommen, daß es sich hier nicht direkt um frei werdenden Wasserdampf handelt, sondern um dessen Dissoziationsprodukte: Sauerstoff und Wasserstoff. Der Einfluß des Sauerstoffs auf das Funkenpotential in Stickstoff ist schon von Strutt (a. a. O.) untersucht; es mußte daher jetzt noch der Einfluß von Wasserstoff auf das Funkenpotential in Stickstoff untersucht werden, besonders auch deshalb, weil der Wasserstoff in ionisiertem Zustand Protonen gibt, deren große Beweglichkeit, verbunden mit ihrer geringen Ausdehnung, sie wahrscheinlich besonders geeignet zur Stoßionisation machen dürfte.

Bei dieser Auffassung, daß nämlich die Protonen besonders wirksam sind, bliebe noch zu erklären, wodurch der vorhandene

Wasserdampf in seine Bestandteile zerlegt werden könnte. Es lassen sich hierfür wohl zwei Ursachen angeben. Erstens wird ganz sicher durch den Funken selbst, bzw. durch die Geisslerentladung, der Wasserdampf dissoziiert werden. Zweitens kann man an eine chemische Wirkung der Aluminiumelektroden des Geisslerrohres auf den Wasserdampf denken.¹⁾

Ein Vorversuch über den Einfluß einer Wasserstoffbeimischung auf das Funkenpotential zeigte auch sofort den enormen Einfluß, den dieses Gas schon in kleinen Mengen ausübt. Der Versuch wurde einfach so ausgeführt, daß zuerst reiner, gut getrockneter, sauerstofffreier Stickstoff in die Apparatur eingelassen und das Funkenpotential bestimmt wurde. Die Wasserstoffeinführung mittels eines angesetzten Palladiumröhrchens, das mit einem Bunsenbrenner erwärmt wurde, bewirkte sofort die erwartete Potentialerniedrigung von etwa 70 Volt. Bei diesen Versuchen erlaubte das MacLeod die Messung einer Druckdifferenz von etwa 0,04 mm Hg. Eine solche konnte jedoch nach Einlassen des Wasserstoffs nicht konstatiert werden. Hier betrug die Wasserstoffkonzentration weniger als 1 Proz. Ein Kontrollversuch in Luft zeigte genau dieselbe starke Wirkung des Wasserstoffs.

In Tab. 1 ist als Beispiel für den Wasserstoffeinfluß eine Messung angegeben, bei der nur roh meßbare²⁾ Wasserstoffkonzentrationen angewendet wurden. *V* bedeutet das Funkenpotential, *Pd* soll Palladiumröhrchen heißen.

Tabelle 1

Apparatur mit sauerstofffreiem Stickstoff gefüllt;
Elektrodenabstand: 1,98 mm

Bemerkungen	<i>V</i> in Volt				Druck <i>p</i> in mm Hg
ohne <i>Pd</i> zu erhitzen	375	374	374	374	3,29
<i>Pd</i> mit Brenner gestreift	370	369	369	369	3,29
" " " "	363	360	360	360	3,29
" " " "	357	355	356	356	3,33
" etwas mehr erwärmt	332	333	333	333	3,33
" stark erwärmt	295	293	293	293	3,41

1) Es wird auch sicher bei der Überleitung des feuchten Bombenstickstoffs über das glühende Kupfer Wasserstoff entstehen. Dieser Wasserstoff kann aber die hier behandelten Erscheinungen nicht erklären, da es ja ein Stoff sein muß, der durch die Geisslerentladung entsteht.

2) Meßbar durch die Druckerhöhung.

Aus diesem Versuch geht hervor, daß bei 3,29 mm Hg in Stickstoff eine Wasserstoffbeimischung von etwa 0,04 mm Hg schon eine Erniedrigung von 20—40 Volt bewirkt. Diese Messung kann nur die Größenordnung des Einflusses ergeben, da keine Gewähr dafür vorhanden ist, daß Diffusionsgleichgewicht vorhanden war.

§ 12. Die nächste Aufgabe bestand nun darin, den genauen quantitativen Zusammenhang zwischen Wasserstoffkonzentration und Potentialerniedrigung zu finden. Die früher angegebene Kurve (Fig. 4) für „reinen“ Stickstoff besitzt in dem Gebiet zwischen 2,0 und 2,6 mm Hg eine verhältnismäßig kleine Streuung. Die folgenden Messungen mit Wasserstoffbeimischung wurden daher so gemacht, daß sämtliche Werte in dieses Gebiet fielen, so daß die Schwankungen in der Kurve für „reinen“ Stickstoff bei den großen auftretenden Differenzwerten außer Betracht fallen. Die Bestimmung der prozentualen Konzentration des Wasserstoffs im Stickstoff erfolgte nach folgender Methode: Nachdem mit einem Pumpaggregat, bestehend aus Gaedescher Kapselpumpe und Quecksilberstrahlpumpe, die Apparatur auf Hochvakuum gepumpt war, wurde durch Erhitzen eines eingeschmolzenen Palladiumröhrchens der Wasserstoff bis zu einem meßbaren Druck p_H eingelassen. Der Stickstoff, der auf genau dieselbe Weise behandelt war, wie bei der in Fig. 4 angegebenen Kurve, wurde nun beigemischt bis zu einem Drucke p_{N+H} . Daraus ergibt sich der Prozentgehalt Wasserstoff zu $100 p_H/p_{N+H}$. Durch teilweises Auspumpen des so erhaltenen Gemisches erfolgte die Einstellung des gewünschten Druckes p zwischen 2,0 und 2,6 mm Hg. Die Tabelle 2 enthält die Meßergebnisse eines Versuches. Das Funkenpotential ist immer viermal gemessen, der kleinste Wert¹⁾ wird als der richtige angesprochen. In der sechsten Kolonne sind die Funkenpotentiale für „reinen“ Stickstoff V_N angegeben; sie sind aus der Kurve Fig. 4 zu den Drucken p entnommen. Es sind also diejenigen Werte, die das Funkenpotential haben würde, falls die Drucke p in Tab. 2 durch Stickstoff allein, ohne Wasserstoffzusatz, hervorgebracht wären. Die siebente Kolonne enthält die Differenzen

1) Edgar Meyer, Ann. d. Phys. 67. S. 1. 1922. § 4 auf S. 7.

dieser V_N gegen das Funkenpotential V_{N+H} in dem betreffenden Gasgemisch.¹⁾ In Fig. 6 ist das Resultat graphisch dargestellt.

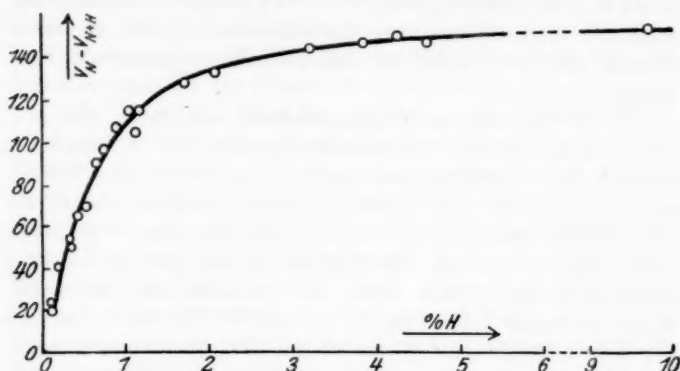


Fig. 6

Tabelle 2

p_H	p_{N+H}	p	% H_2	V				V_N	$V_N - V_{N+H}$
0,29	64,2	2,07	0,45	375	368	368	368	430	62
0,12	71,9	2,58	0,17	365	366	364	363	404	41
0,205	62,5	2,35	0,33	368	368	365	365	415	50
0,495	5,1	2,27	9,7	266	263	264	264	418	155
0,34	8,0	2,27	4,25	280	271	271	271	418	147
0,36	11,3	2,35	3,18	280	273	272	272	415	143
0,205	12,0	2,23	1,71	295	292	292	292	420	128
0,72	62,0	2,35	1,16	300	300	299	300	415	116
0,31	6,75	2,43	4,59	268	265	265	265	412	147
0,22	19,4	2,15	1,14	320	320	320	320	425	105
0,46	61,0	2,42	0,75	312	312	312	312	411	99
0,41	45,2	2,04	0,91	329	325	325	325	432	107
0,38	35,8	2,27	1,06	304	302	303	303	418	116
0,325	66,8	2,04	0,49	362	362	362	362	432	70
0,22	78,9	2,04	0,28	379	379	379	379	432	53
0,068	70,8	2,61	0,097	379	379	379	379	403	24
0,43	11,1	2,19	3,87	278	278	278	278	423	145
0,46	22,5	2,43	2,05	280	280	280	280	412	132

1) Man könnte auch denken, daß in diesen N_2 - H_2 -Gemischen durch die elektrische Entladung in merklichem Betrag NH_3 gebildet wird. Das ist aber deswegen sehr unwahrscheinlich, weil die vier aufeinanderfolgend gemessenen Werte des Funkenpotentials immer so gut übereinstimmen. Es wäre doch wohl anzunehmen, daß die Konzentration

Als Abszissen sind die Wasserstoffkonzentrationen in Prozenten der gesamten Gasmenge aufgetragen, als Ordinaten die Potentialdifferenzen $V_N - V_{N+H}$.

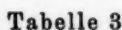
Die Kurve zeigt einen regelmäßigen Anstieg mit sehr wenig Streuung. Man sieht daraus, daß sehr geringe Mengen Wasserstoff einen sehr großen Einfluß auf das Funkenpotential haben können. 1 Promille Wasserstoff z. B. bewirkt schon über 20 Volt Erniedrigung. Bemerkenswert ist auch die Tatsache, daß bei dieser Kurve die Streuung so gering ist, trotzdem die Reinigung des Stickstoffs in keiner anderen Weise geschah als früher. Die einfachste Erklärung hierfür dürfte folgende sein: Wie die Kurve (Fig. 6) lehrt, wird die Änderung des Funkenpotentials bei derselben Änderung der Wasserstoffkonzentration um so kleiner, je größer die Wasserstoffkonzentration schon ist. Geringe Wasserstoffspuren veranlassen daher in reinem Stickstoff große Funkenpotentialschwankungen, und es ist mit den Versuchsergebnissen der Tab. 2 (und Fig. 6) wohl verträglich, die Schwankungen der Potentialwerte in der Fig. 4 durch geringe, in der Menge schwankende Wasserstoffspuren zu erklären.

§ 13. Durch den nachstehenden Versuch sollte die Richtigkeit dieser Hypothese geprüft werden. Wenn wirklich aus den vorhandenen Feuchtigkeitsspuren durch den Dissoziationsvorgang der Geisslerentladung Wasserstoff entsteht¹⁾, so sollte es möglich sein, diesen durch ein glühendes Palladiumröhrchen aus der Apparatur hindausdiffundieren zu lassen, wobei das Funkenpotential wieder ansteigen müßte. Die Heizung des Palladiumröhrchens erfolgte durch einen elektrischen Ofen, der sich, zusammen mit dem Pd-Röhrchen, in einem Raume befand, der vollständig frei von Wasserstoff gemacht werden konnte (ähnlich wie in Fig. 10). Die Daten des Versuchs, der das erwartete Resultat ergab, sind in Tab. 3 zusammengestellt; die graphische Darstellung ist in Fig. 7 gegeben.

Man sieht aus Tab. 3 und Fig. 7 folgendes. Anfänglich war das Funkenpotential größer als 395 Volt (es wurde nicht

des NH_3 mit wachsender Funkenzahl steigt; im Falle der Bildung von NH_3 müßten daher die Werte von V (in einer horizontalen Reihe) einen Gang aufweisen, was sie aber nicht tun.

1) Der entstehende Sauerstoff interessiert hier weniger, da er nach Strutt (a. a. O.) einen erhöhenden Einfluß auf das Funkenpotential ausübt.



§ 14. Trotzdem dieser Versuch auf den ersten Blick als sehr durchsichtig erscheint, ist er es in Wirklichkeit doch nicht. Denn das Resultat könnte auch in der Weise gedeutet werden, daß man annimmt, es hätte sich der (bei der Dissoziation des Wasserdampfes durch die Entladung gebildete) Wasserstoff und Sauerstoff an dem glühenden *Pd* wieder zu Wasser verbunden. Es wurde daher an Stelle des Palladiumröhrchens ein Glühdraht (*W*) in die Apparatur selbst eingesetzt. Es zeigte sich nun tatsächlich, daß die Wirkung des glühenden Palladiumröhrchens vollständig dieselbe war, wie diejenige beim Glühen des Wolframdrahtes. Sehr wahrscheinlich wurde bei der hohen Temperatur durch thermische Wirkung H_2 und O_2 wieder zu H_2O vereinigt. Diese Rückbildung zu Wasser dürfte auch beim Glühen des Palladiumröhrchens, wenigstens zum Teil, mitgespielt haben. Der Versuch der Tab. 3 ist hiernach so zu deuten: Durch die Geisslerentladung werden die vorhandenen Feuchtigkeitsspuren dissoziiert. Der entstehende Wasserstoff setzt das Funkenpotential stark herab. Durch einen Glühkörper veranlaßt, verbinden sich der Wasserstoff und der Sauerstoff wieder zu Wasser, und die abnehmende Wasserstoffkonzentration läßt das Potential wieder ansteigen, *ohne* daß dieser Effekt etwa durch die zunehmende Feuchtigkeit verdeckt wird. Die folgenden Versuche sind eine starke Stütze für diese Auffassung.

1. Versuch. Verwendetes Gas: Sauerstofffreier Stickstoff mit geringem Wasserstoffzusatz.

Tabelle 4
Stickstoff (sauerstofffrei); Wasserstoffzusatz

P_H	P_{N+H}	Versuchsdruck p	Bemerkungen	V
0,68	75,6	2,85	1 Min. Draht geglüht	285 280 280
			4 „ gewartet . . .	293 293 293
			2 „ Draht geglüht	281 280 280
			4 „ gewartet . . .	300 300 300
			4 „ „ . . .	288 288 289
		2,85	4 „ „ . . .	282 282 281
			5 „ „ . . .	280 280 280
			3 Std. „ . . .	280 280 280

Nachdem das Potential konstant geworden war, wurde der Wolframdraht geglüht. Während des Glühens zeigte sich eine Erhöhung des Potentials, die aber nach der Erkaltung innerhalb 15 Minuten wieder verschwand. Glühen hatte also keinen bleibenden Einfluß. Protokoll des Versuches in Tabelle 4.

2. Versuch. Verwendetes Gas: Sauerstofffreier Stickstoff ohne Wasserstoffzusatz.

In diesem Falle bewirkte das Glühen zuerst gar nichts, nachher eine Erniedrigung, die aber von einer Druckerhöhung begleitet war. Auf jeden Fall trat keine Potentialerhöhung ein. Protokoll des Versuches in Tabelle 5.

Tabelle 5

Stickstoff sauerstofffrei; keine Wasserstoffbeimischung

p	Bemerkungen	V		
2,97	1 Min. Draht geglüht	309	307	308
	2 " " "	311	312	312
	3 " stark "	312	312	311
	10 " gewartet . . .	311	310	308
	150 " " . . .	303	303	303
3,01	150 " " . . .	290	286	286

3. Versuch. Es wurde Bombenstickstoff eingelassen, der nicht über glühendes Kupfer geleitet war, also noch ungefähr

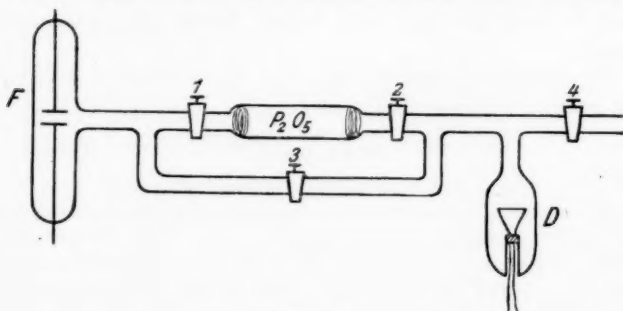


Fig. 8

4 Proz. Sauerstoff enthält. Diesem mischte man ein wenig Wasserstoff bei. Dann stellte sich beim Glühen des Wolframdrahtes sofort eine starke Potentialerhöhung ein. Durch die Wirkung des Glühdrahtes hat sich wahrscheinlich Wasserstoff

mit Sauerstoff zu Wasser verbunden. Daß es nicht der entstehende Wasserdampf selbst ist, der die Erhöhung bewirkt, folgt daraus, daß zwischen Glühdraht *D* und Funkenstrecke *F* eine Trockenröhre mit Umwegleitung lag (vgl. Fig. 8). Die erhöhende Wirkung geht, wie aus der Tab. 6 ersichtlich, auch durch P_2O_5 hindurch. Das beweist, daß es der Entzug des Wasserstoffs ist, der die Erhöhung des Funkenpotentials bewirkt. Es wäre auch kaum denkbar, daß die minime entstehende Wassermenge imstande wäre, das Gas merklich feuchter zu machen.

Tabelle 6

Stickstoff (mit etwa 4 Proz. Sauerstoff); Wasserstoffzusatz

p_H	p_{N+H}	Ver- suchs- druck <i>p</i>	Nr. d. offenen Hähne (Fig. 8)	Nr. d. geschl. Hähne (Fig. 8)	Bemerkungen	V
0,63	64	2,74	1, 2, 3, 4			
			3	1, 2, 4	3 Min. geglüht	345 342 343
			3	1, 2, 4	5 „ gewartet	365 368 368
			1, 2	3, 4	4 „ geglüht	375 378 378
			1, 2	3, 4	5 „ gewartet	400 400
			1, 2, 4 ¹⁾	3	5 „ „	400 401
			1, 2	3, 4	6 „ geglüht	360 360
			1, 2	3, 4	2 Tage gewartet	380 380
			1, 2, 4 ¹⁾	3	10 Min. „	401 402
		2,78	1, 2	3, 4	5 „ geglüht	380 380
						403 402

4. Versuch. Als letzter Versuch wurde noch der Bombenstickstoff mit etwa 4 Proz. Sauerstoff aber ohne Wasserstoff untersucht. Hier hatte das Glühen gar keinen Einfluß. Protokoll in Tab. 7.

Aus diesen 4 Versuchen geht ganz eindeutig hervor, daß dann und nur dann, wenn ein Gemisch von Wasserstoff und Sauerstoff dem Stickstoff beigemischt ist, das Potential durch Glühen erhöht werden kann. Dieses entspricht aber genau der vorher ausgesprochenen Ansicht über die Wirkung des Wasserstoffs auf die Änderung des Funkenpotentials.

¹⁾ Wenn Hahn Nr. 4 offen ist, kann neuer Wasserstoff aus der übrigen Apparatur in den Teil hineindiffundieren, der in Fig. 8 gezeichnet ist, und in dem der Wasserstoff durch das Glühen verschwindet. Bei Öffnung des Hahns Nr. 4 ergibt sich daher eine Potentialerniedrigung.

Tabelle 7

Stickstoff (mit etwa 4 Proz. Sauerstoff); kein Wasserstoff

P	Nr. der offenen Hähne	Nr. der geschl. Hähne	Bemerkungen	V
3,01	1, 2, 3, 4			445 445 445
	3	1, 2, 4	4 Minuten geglüht	449 450 450
	3	1, 2, 4	6 „ gewartet	450 450 450
	3	1, 2, 4	5 „ „	450 449 450
	3	1, 2, 4	5 „ geglüht	450 450 450
3,01	3	1, 2, 4	16 „ gewartet	445 445 445
	1, 2	3, 4	11 „ geglüht	446 446 446
	1, 2	3, 4	15 „ gewartet	445 445 445

§ 15. Wie die Versuche von Schaufelberger¹⁾ im gleichen Institut gezeigt haben, ist die Tension des Wasserdampfes bei der Temperatur der flüssigen Luft bedeutend kleiner, als sie durch wochenlanges Austrocknen einer Apparatur durch P_2O_5 erreicht werden kann. Diese Erfahrung von Schaufelberger sollte benutzt werden, um die bisher beschriebenen Versuche bei bedeutend geringeren Feuchtigkeitsmengen zu wiederholen.

Eine neue Apparatur wurde hergestellt, die neben den bisherigen Trocknungs- und Reinigungsvorrichtungen noch ein Ausfriergefäß für den Wasserdampf enthielt, das mit flüssiger Luft gekühlt werden konnte. Das alte Geisslerrohr wurde durch ein neues ersetzt, um sicher zu sein, daß nicht etwa Verunreinigungen, wie z. B. Quecksilber oder Hahnfett, die sich im Laufe der alten Versuche vielleicht angesammelt hatten, störend in Betracht kämen. Das Gefäß, welches die Funkenstrecke enthielt, war mit heißem Königswasser gereinigt und nachher mit destilliertem Wasser ausgekocht, die Elektroden abgedreht und die Zuführungen ausgeglüht worden. Bevor der Stickstoff in die so gereinigte Funkenstrecke eintrat, mußte er bei der neuen Anordnung durch ein mit flüssiger Luft gekühltes U-Rohr, das vor dem Geisslerrohr lag, hindurchpassieren. Mit Hilfe der flüssigen Luft konnte das Vakuum beim Auspumpen jetzt etwas verbessert werden.

Das Ergebnis dieser Maßnahmen war, daß sich schon in kurzer Zeit, in etwa 30 Minuten, ein ganz konstanter Wert

1) A. Schaufelberger, Ann. d. Phys. 73. S. 21. 1923.

für V einstellte, der außerdem sehr viel tiefer lag, als bei den alten Versuchen. Hieraus geht hervor, daß die Funkenpotentialkurve der Fig. 4 (§ 8) in nicht genügend trockenem Stickstoff aufgenommen ist. Wurde jetzt das Geisslerrohr in Tätigkeit gesetzt, so trat allerdings noch ein Fallen des Funkenpotentials ein, jedoch lange nicht mehr in dem Maße wie früher. Auch bewirkte das Erhitzen des Geisslerrohres mit einem Bunsenbrenner gerade nur so lange eine kleine Veränderung des vorher konstanten Potentials, bis sich das Rohr abgekühlt hatte, und damit die ursprüngliche Gasdichte in der Funkenstrecke wieder vorhanden war. Durch Erhitzen des Geisslerrohres am Anfang des Versuches konnte das Einstellen des konstanten Wertes beschleunigt werden, weil von den erhitzten Glaswänden bekanntlich die Feuchtigkeit rascher weggeht und daher auch rascher in dem gekühlten Rohr absorbiert wird. In Tab. 8 ist eine für die neue Apparatur charakteristische Meßreihe wiedergegeben.

Tabelle 8

Einlassen von sauerstofffreiem Stickstoff durch ein mit flüssiger Luft gekühltes Rohr; $l = 1,98$ mm

p	Bemerkungen	V
3,25	10 Minuten gewartet	290 289 284
	3 " "	271 270 270
	10 " "	269 269 268
	10 " "	265 265 264
	10 " "	264 262 263 ¹⁾
	Geisslerrohr erhitzt	
3,25	10 Minuten gewartet	263 261 261
	5 " "	262 261 261
	15 Sekunden Entladung im Geisslerrohr	258 258 259
	30 " " " "	256 256 256
	10 Minuten gewartet	257 258 258
	30 Sekunden Entladung im Geisslerrohr	256 256 256
	20 Minuten gewartet	259 258 258
	10 " "	259 258 259

1) In der Tab. 8 ist der Wert von $p \cdot l = 6,44$. Diesem entspricht aus Fig. 4 ein $V = 408$ Volt, während hier der Anfangswert 290 Volt ist, der nach einer 33 Minuten langen Kühlung auf 262 Volt sinkt. Wiederum ein Beweis dafür, daß die Kurve der Fig. 4 in feuchterem Stickstoff aufgenommen ist.

§ 16. Da durch diese Versuche bewiesen ist, daß in der neuen Apparatur die Feuchtigkeit der Glaswände stark reduziert und auch die Trocknung des aus dem Vorratsgefäß in die Apparatur eingelassenen Stickstoffs durch flüssige Luft ziemlich vollständig ist, konnte man daran denken, eine saubere Funkenpotentialkurve für Stickstoff aufzunehmen.

Die Messungen erfolgten dabei in der folgenden Weise: Zuerst wurde ein hoher Druck eingestellt (etwa 20 mm) und das Gas so lange mit flüssiger Luft gekühlt, bis V konstant war. Eine Druckverminderung ergab darauf einen zweiten Wert für V , eine weitere einen dritten usw. Bei diesem Meßverfahren und der genannten Gasbehandlung zeigte sich, daß jetzt das Funkenpotential ganz unabhängig davon war, ob man für jede Messung neues Gas einließ, oder ob man durch sukzessiven Auspumpen eine Meßreihe herstellte.

Die erste Kurve ist für den Elektrodenabstand 1,98 mm aufgenommen. Am Schluß dieser Messung wurde zur Kontrolle einmal das Gas, d. h. das Ausfriergefäß, während 42 Stunden dauernd mit flüssiger Luft gekühlt, um nachzusehen, ob vielleicht bei so langdauernder Kühlung noch eine Änderung des Potentials eintrat.¹⁾ Dieses war jedoch nicht der Fall, wie die folgende Tab. 9 zeigt, woraus hervorgeht, daß jetzt der Stickstoff bedeutend besser getrocknet war.

1) Die hier erreichte Trockenheit darf natürlich nicht als eine vollständige angesprochen werden, sondern nur als eine solche, die bei der gegebenen Versuchsanordnung maximal erreichbar war (vgl. § 25, Bemerkung zu Tab. 14). Für bessere Trockenheit müssen alle Fettschliffe und Kittstellen am Entladungsgefäß vermieden werden, so daß das ganze Gefäß erhitzt werden kann (vgl. B. Frey, Ann. d. Phys. 80. S. 408. 1926). Der Anstieg, den unter solchen Bedingungen das Funkenpotential erleidet, ist ein ganz außerordentlicher. Auch die Streuung, infolge der wachsenden Verzögerungen bei zunehmender Trockenheit (K. Zuber, Ann. d. Phys. 76. S. 231. 1926), wird erheblich größer, so daß man zu der Frage gedrängt wird, ob man bei fortschreitender Trocknung und Entgasung der Elektroden noch von einem wohldefinierten Funkenpotential sprechen kann, oder ob man sich hier mehr und mehr dem Zustand des Pseudohochvakuums nähert. Wenn unter derartigen Versuchsbedingungen die Verzögerungszeiten zu stark anwachsen, so ist natürlich nicht mehr daran zu denken, eine reproduzierbare Funkenpotentialkurve zu erhalten, sondern es werden sich in weiten Grenzen verteilte Potentialwerte ergeben.

Tabelle 9

Datum	Zeit	p	V	Bemerkungen
13. 1. 25	17 ^h 15 ^m	17,75	531 531 531	flüssige Luft nachgefüllt
	18 ^h 00 ^m	17,75	535 533 533	
	23 ^h 00 ^m	17,75	536 534 535	
14. 1. 25	24 ^h 00 ^m	17,75	536 535 536	flüssige Luft nachgefüllt
	9 ^h 45 ^m	17,75	537 538 537	
	11 ^h 00 ^m		538 537 538	
	12 ^h 00 ^m		538 538 538	
	15 ^h 00 ^m	17,9	539 537 538	
15. 1. 25	17 ^h 15 ^m	17,75	534 533 535	flüssige Luft nachgefüllt
	1 ^h 15 ^m	17,82	539 538 538	
	1 ^h 20 ^m	17,75	533 534 534	flüssige Luft nachgefüllt
	11 ^h 15 ^m	17,75	534 534 535	
	11 ^h 20 ^m	17,75	532 532 533	2 Minuten Geisslerentladung
			531 532 531	

Entsprechende Ebonitrings dienten bei den Messungen mit den Elektrodenabständen 3,05 und 3,96 mm, während ein 5,03 mm dicker Ring aus Bernstein bestand. Die aus neuem Ebonit hergestellten Ringe gaben jedoch zuerst Gas ab, so

Tabelle 10

Sauerstofffreier Stickstoff, mit flüssiger Luft getrocknet.
Elektrodenabstand: 1,98 mm.

$p \cdot l$	V	Bemerkung
36,5	551 550 550	(siehe Tab. 9 Endwerte)
35,2	532 532 533	
29,7	485 485 485	
27,8	462 462 462	
23,6	420 420 420	
20,4	388 389 388	
18,5	372 370 370	
14,9	337 337 337	
10,3	291 291 291	
8,4	273 273 273	
6,54	265 265 265	
4,65	278 277 277	
3,64	290 290 290	
3,08	318 318 318	
2,77	354 352 352	
2,4	398 396 396	
2,17	482 481 481	
2,02	552 550 550	

Ebenso. Elektrodenabstand $l = 3,05$ mm

$p \cdot l$	V			$p \cdot l$	V		
43,7	620	616	616	11,3	295	295	296
40,2	585	582	580	8,95	279	279	279
36,5	551	550	550	8,55	274	274	274
32,6	515	515	515	6,31	266	264	264
30,5	500	490	490	4,17	281	281	281
27,1	462	460	460	3,24	321	320	320
20,4	390	390	390	2,99	360	353	351
19,5	380	379	379	2,62	416	410	410
18,4	369	369	370	2,36	489	490	488
16,8	352	352	353	2,26	530	530	529
14,7	331	331	331	2,19	580	580	580
13,3	316	315	315				
12,25	309	308	308				

Ebenso. Elektrodenabstand $l = 3,96$ mm

$p \cdot l$	V			$p \cdot l$	V		
40,8	589	589	589	11,0	299	299	299
37,3	556	554	554	10,1	293	291	291
33,0	518	517	517	9,35	285	280	281
28,6	478	477	477	7,75	278	273	272
25,8	444	442	442	6,65	272	270	271
23,3	420	419	419	4,95	273	271	271
20,8	394	390	390	3,87	290	288	288
18,8	374	374	374	3,24	315	310	310
16,2	349	347	347	2,85	338	338	339
13,9	327	327	327	2,3	442	441	441
12,55	310	310	310	1,9	638	636	636

Ebenso. Elektrodenabstand $l = 5,03$ mm

$p \cdot l$	V			$p \cdot l$	V		
44,0	612	610	611	6,09	271	269	269
41,0	588	586	586	5,70	269	268	268
36,6	544	540	540	3,92	281	284	280
27,7	460	456	456	3,12	327	325	325
22,6	410	410	408	2,59	387	380	380
19,0	375	375	374	2,49	415	410	410
17,5	357	358	358	2,42	428	428	428
16,0	348	344	344	2,16	476	470	470
13,6	323	322	322	2,06	524	520	520
8,86	281	281	282	1,97	570	562	560
7,45	272	272	272	1,90	628	625	623

daß ein Messen damit unmöglich wurde. Diese Schwierigkeit konnte behoben werden durch einen leichten Zaponlacküberzug.

In der Tab. 10 sind die Meßresultate enthalten; bei den einzelnen Funkenpotentialwerten ist nicht der zugehörige Druck p



Fig. 9

sondern das Produkt $p \cdot l$ (Druck \times Funkenlänge) in mm \cdot mm angegeben. In der Fig. 9 sind die Messungen der Tab. 10 eingetragen; als Abszissen sind die Werte $p \cdot l$, als Ordinaten die Potentiale gewählt. Die Kurve zeigt ausgezeichnete Übereinstimmung mit dem Paschenschen Gesetz¹⁾, nach dem das Funkenpotential nur eine Funktion von $p \cdot l$ sein soll. Nur beim Minimum ist eine leichte Streuung vorhanden.

§ 17. In Tab. 11 sind noch aus den vier Meßreihen der Tab. 10 die Minimumpotentiale V_0 , die sich vollständig unabhängig von der Funkenlänge ergeben sollten, zusammen mit den zugehörigen Drucken p_0 , den Funkenlängen l , sowie mit den Produkten $p_0 \cdot l$ eingetragen.

Tabelle 11

l	V_0	p_0	$p_0 \cdot l$
1,98	264	3,20	6,34
3,05	264	2,10	6,41
3,96	268	1,62	6,42
5,03	269	1,25	6,29
Mittel:	266		6,37

Wie man bemerkt, sind die Minimumpotentiale, sowie die Produkte $p_0 \cdot l$ recht gut konstant. Es ist dieses nichts anderes als ein Ausdruck für die Gültigkeit des Paschenschen Gesetzes. Aus der Kurve der Fig. 9, wo alle Meßpunkte eingetragen sind, wo also graphisch gemittelt wird, ergibt sich $V_0 = 264$ Volt und $p_0 \cdot l = 6,30$.

Vergleicht man die hier erhaltenen Werte für das Funkenpotential in Stickstoff mit den Messungen, die Strutt²⁾ im gleichen Gase ausgeführt hat, so findet man, daß die Struttsche Kurve durchweg etwas tiefer liegt als die unsere. Der tiefste Wert, den Strutt für das Minimumpotential mißt, beträgt 251 Volt bei einem $p_0 \cdot l$ von 6,7, während hier im Mittel (aus Fig. 9) $V_0 = 264$ und $p_0 \cdot l = 6,3$ bestimmt wurde. Diese Diskrepanz von 13 Volt ist jedoch eine verhältnismäßig geringe, wenn man berücksichtigt, daß erstens die Struttschen Werte, die für den einzigen Elektrodenabstand 0,75 mm aufgenommen

1) F. Paschen, Wied. Ann. 37. S. 69. 1889.

2) R. J. Strutt, Phil. Trans. Roy. Soc. (A) 193. S. 377. 1900 und Proc. Roy. Soc. (A) 89. S. 68. 1913—14.

wurden, eine ziemlich starke Streuung aufweisen, zweitens, daß Strutt durch eine ganz andere Reinigungsmethode des Stickstoffs zu seinen Werten gelangt ist (zur Trocknung und zur Befreiung von Sauerstoff leitete er den Stickstoff durch eine Alkalischemelze), und drittens, daß in beiden Fällen wohl sicher ein verschiedener Feuchtigkeitsgehalt vorhanden war (vgl. dazu in § 25 die Bemerkung zu Tab. 14).

§ 18. Der Versuch, den Feuchtigkeitseinfluß teilweise durch verschiedene Wasserstoffgehalte des Stickstoffs zu erklären, stützt sich im wesentlichen auf die Resultate, die in § 11—15 beschrieben sind. Im Lichte dieser Auffassung muß also der Potentialanstieg, der durch sehr gute Trocknung in einem Gase bei konstantem Druck hervorgerufen wird, dadurch erklärt werden, daß sich zu wenig Wasserstoff aus dem vorhandenen, sehr geringen Feuchtigkeitsgehalt bilden kann. Es bleibt aber noch die Frage zu erörtern übrig, warum dem Wasserstoff diese starke Funkenpotential-erniedrigende Wirkung zukommt, oder mit andern Worten, warum er so günstig auf die Stoßionisation einwirkt. Aus den Ionisierungsspannungen V_I läßt sich darüber nichts aussagen, denn während für Stickstoffmoleküle etwa $V_I = 16—17$ Volt¹⁾ ist, beträgt für Wasserstoffmoleküle $V_I = 16,2 - 17,3$ Volt.¹⁾ Falls die Ionisierungsspannungen eine solche Rolle spielen würden, wäre auch anzunehmen, daß Hg-Dampf das Funkenpotential in Luft erniedrigen würde²⁾, was aber nicht der Fall ist (vgl. § 2).

Man könnte aber vielleicht daran denken, daß den Wasserstoffprotonen (H^+) ein besonders großes Ionisationsvermögen zukommt. Wäre nämlich für Protonen, in bezug auf Stickstoff, das β der Townsendschen Stoßtheorie³⁾ besonders groß, so wäre eine Erniedrigung des Funkenpotentials in Stickstoff durch Wasserstoffzusatz leicht zu verstehen.

Um dieses genauer zu untersuchen, sollte das Funkenpotential als Funktion von $p \cdot l$ in verschiedenen Gemischen

1) J. Franck und P. Jordan, Handbuch d. Physik 23. Springer, Berlin 1926.

2) Die Ionisierungsspannung von Hg beträgt nämlich nur 10,4 Volt, während sie für die Moleküle des Stickstoffs und des Sauerstoffs 16 bis 17 Volt, bzw. 13,6 Volt ist (Literatur dazu: vorhergehende Anm.).

3) Z. B. J. S. Townsend, Handb. d. Radiologie 1. Akad. Verlagsgesellschaft, Leipzig 1920.

von *sehr gut getrocknetem*, sauerstofffreiem Stickstoff und Wasserstoff gemessen werden.

§ 19. Es wurde eine neue Apparatur erstellt, die in Fig. 10 dargestellt ist.

Zur Vorsicht wurden die alten Trockenröhren entfernt und durch ein einziges etwa 5 cm weites und 40 cm langes frisches P_2O_5 -Gefäß ersetzt. Ein U-Rohr, möglichst in der Nähe des Entladegefäßes, das mit flüssiger Luft gekühlt werden konnte, diente dazu, die Trocknung möglichst weit zu treiben. Der sauerstofffreie Stickstoff wurde durch den Hahn Nr. 4 eingelassen. Das

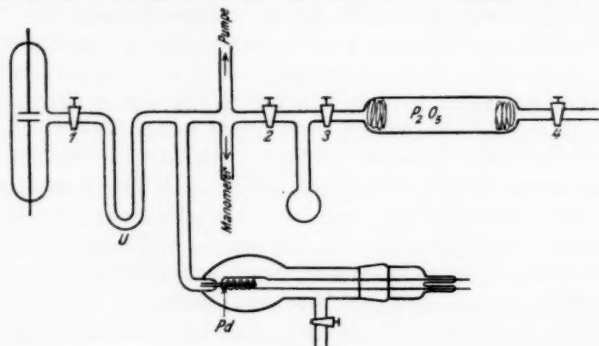


Fig. 10

Palladiumröhrchen *Pd*, durch welches der Wasserstoff in die Apparatur hineindiffundierte, war außen von einem Glaskolben umgeben, der mit Bombenwasserstoff gefüllt wurde, so daß sich das Palladiumröhrchen dauernd in einer Wasserstoffatmosphäre befand. Die Heizung des Röhrchens erfolgte durch einen kleinen elektrischen Ofen. Durch diese Anordnung war die Garantie geboten, daß im Falle einer leichten Undichtigkeit des Palladiumröhrchens keine andern Gase als Wasserstoff in die Apparatur eindringen konnten.¹⁾ Die verschiedenen Mischverhältnisse stellte man durch passende Gasmengen her, deren Drucke am MacLeod-Manometer gemessen wurden (p_N und p_{N+H} wie in § 12). Das große P_2O_5 -Rohr diente gleichzeitig

1) Glüht man ein Palladiumröhrchen einfach in der Flamme eines Bunsenbrenners, so diffundiert zwar auch Wasserstoff hinein, aber die Röhrchen werden sehr leicht undicht.

als Vorratsgefäß für die hergestellte Mischung. Um sicher das Diffusionsgleichgewicht zwischen Wasserstoff und Stickstoff zu erreichen, blieb das Gemisch vor der Messung mindestens einen Tag lang stehen. Daß wirklich Diffusionsgleichgewicht vorhanden war, folgte daraus, daß sich immer genau dieselben Werte für das Funkenpotential einstellten, unabhängig davon, ob die Messung mit der ersten oder der letzten Gasportion des Vorratsgefäßes ausgeführt wurde. Während der Versuche war das U-Rohr dauernd gekühlt. Bei konstantem Mischungsverhältnis wurde nun das Funkenpotential als Funktion des Druckes gemessen. Der kleine Glaskolben zwischen Hahn Nr. 2 und Nr. 3 wird erst für spätere Versuche benötigt.

In Fig. 11 sind die gesamten Messungen graphisch dargestellt. Als Abszissen sind wieder die $p \cdot l$ -Werte, als Ordinaten die Funkenpotentiale gewählt. In der Figur ist ebenfalls die Kurve für den sauerstofffreien, mit flüssiger Luft sehr gut getrockneten Stickstoff der Fig. 9 eingetragen. Die eingezeichnete Funkenpotentialkurve für Wasserstoff wurde mir in freundlicher Weise von Hrn. Prof. Dr. Edgar Meyer zur Verfügung gestellt. Diese Messungen, die Prof. Meyer noch nicht veröffentlicht hat, zeigen einen Wert des Minimumpotentials von 238 Volt mit dem zugehörigen $p_0 \cdot l = 10,4$, während die bisher besten Messungen in Wasserstoff von Carr¹⁾ ergaben: $V_0 = 280$ und $p_0 \cdot l =$ etwa 11,5.

Ein Kontrollversuch meinerseits in reinem Wasserstoff ergab beim Minimum einen bis auf 4 Volt ($V_0 = 242$ Volt) mit den Messungen von Prof. Edgar Meyer übereinstimmenden Wert.

Bei der Betrachtung der Fig. 11 sieht man folgendes: Schon bei einer Wasserstoffkonzentration von 5 Proz. ist das Minimumpotential so tief, wie dasjenige für reinen Wasserstoff, jedoch liegt es etwa bei demselben $p \cdot l$ -Wert wie für reinen Stickstoff. Bei einem Wasserstoffgehalt von 25 Proz. ($V_0 = 219$ Volt) tritt die stärkste Potentialerniedrigung des Minimums ein mit einem Betrag von -45 Volt gegenüber reinem Stickstoff. Mit diesem Gemisch wurde also das Minimum des Wasserstoffs

1) W. R. Carr, Proc. and Trans. Roy. Soc. Canada (2) 8. Sect. III. S. 161. 1902.

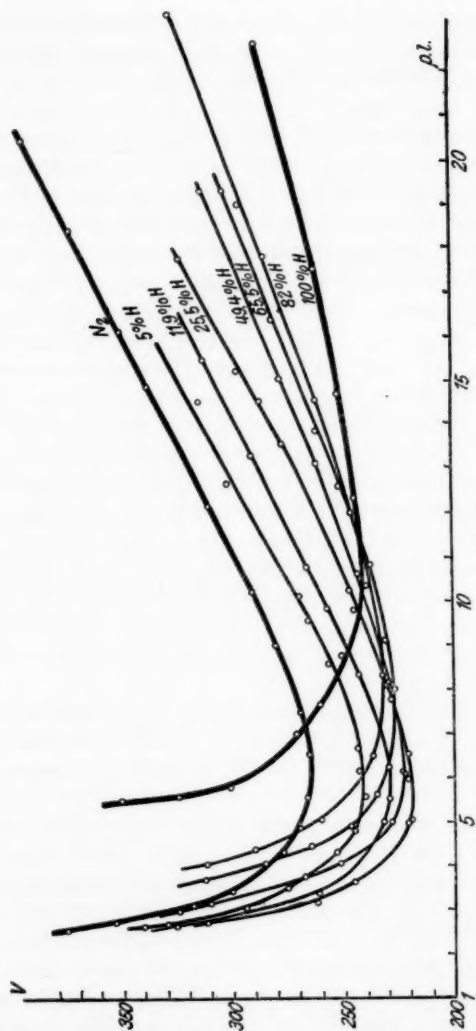


Fig. 11

um volle 19 Volt unterschritten, ohne daß sich jedoch bis zu dieser Konzentration das Minimum zu größeren $p.l.$ -Werten verschiebt. Höhere Wasserstoffkonzentrationen ergeben wieder

ein langsames Ansteigen der Minima bis auf dasjenige des Wasserstoffs. Die Verschiebung der Minima gegen größere $p \cdot l$ -Werte beginnt erst bei einer Wasserstoffkonzentration von etwa 49 Proz. bemerkbar zu werden.

§ 20. Als wichtigstes Ergebnis des vorigen Paragraphen dürfte folgendes angesprochen werden: In einem Stickstoff-Wasserstoffgemisch kann das minimale Funkenpotential *tiefer* Werte haben als die Minima der reinen Komponenten. Um dieses höchst merkwürdige Verhalten zu deuten, liegt es sehr nahe, die schon oben in § 18 angedeutete Erklärung zu Hilfe zu nehmen. Man muß annehmen, daß die aus dem Wasserstoff gebildeten Protonen erstens den Stickstoff besser ionisieren können, als es die positiven Stickstoffionen tun, zweitens, daß die Protonen auch den Stickstoff besser als den Wasserstoff selbst ionisieren.

Nach dieser Auffassung ist es zu verstehen, warum das Minimumpotential eines Stickstoff-Wasserstoffgemisches bei einer bestimmten Konzentration (etwa 25 Proz. H_2 -Zusatz) einen tiefsten Wert aufweist. Die Erniedrigung des Funkenpotentials wird nämlich so lange andauern, als die Protonen im wesentlichen mit Stickstoffmolekülen zusammenstoßen. Bei weiterem Wasserstoffzusatz kommen dann die ionisierenden Zusammenstöße zwischen Protonen und Stickstoffmolekülen seltener in Betracht, und das Funkenpotential muß wieder ansteigen.

Es kann auch eine direkte Beobachtung dafür angeführt werden, daß tatsächlich die Ionisation in Stickstoff durch Wasserstoffzusatz verbessert wird. Es zeigte sich bei den Messungen, daß die Funkenverzögerungen durch Zusatz von Wasserstoff viel geringer wurden. Beim Einsetzen des Funkens waren nämlich dann die Galvanometerausschläge außerordentlich klein¹⁾ und sie blieben es sogar auch, wenn das die primäre Ionisation erzeugende Radiumpräparat von der Funkenstrecke fortgenommen wurde.

Daß sich bei den Gasgemischen die Minimumpotentiale mit wachsendem Wasserstoffzusatz zu größeren $p_0 \cdot l$ -Werten verschieben, ist selbstverständlich. Es ist nämlich bekannt,

1) Daß man aus der Größe der Galvanometerausschläge auf die vorhandene Funkenverzögerung schließen kann, ist bekannt. Vgl. Edgar Meyer, Ann. d. Phys. 67. S. 1. § 6. 1922.

daß bei dem Minimumpotential, unabhängig von der Natur des Gases (Stickstoff oder Wasserstoff), immer auf die Funkenlänge etwa dieselbe Anzahl freier Elektronenweglängen kommen.¹⁾ Wenn deshalb bei Zusatz von Wasserstoff die mittlere freie Weglänge des Gemisches größer wird, so muß auch der Wert für $p_0 \cdot l$ wachsen.

§ 21. Wenn man aus der Fig. 11 die Funkenpotentiale der einzelnen Kurven bei einem konstanten $p \cdot l$ -Wert entnimmt und sie als Funktion der Wasserstoffkonzentration aufträgt, so erhält man das Bild der Fig. 12.

In Fig. 12 a ist dieses für $p \cdot l = 14,0$, d. h. für einen Wert, der größer ist als der, der dem Wasserstoffminimum entspricht,

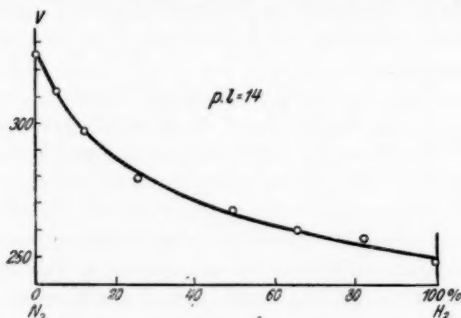


Fig. 12a

geschehen. Das Potential ändert sich monoton, aber die Mischungsregel gilt augenscheinlich nicht, da sonst die Kurve eine Gerade sein müßte. Im Gegensatz hierzu fand Hayashi²⁾ in Gemischen von Stickstoff und Wasserstoff die Mischungsregel, allerdings bei hohen Drucken (5—30 Atm.), bestätigt.

Wählt man den konstanten $p \cdot l$ -Wert hierbei *kleiner* als $p_0 \cdot l$ für Wasserstoff, so erhält man ein ganz anderes Bild. In Fig. 12b, Kurve Nr. 1 ist das ausgeführt für $p \cdot l = 5,5$. Man bemerkt ein sehr ausgesprochenes Minimum des Funken-

1) Z. B. J. J. Thomson, Elektrizitätsdurchgang in Gasen, S. 388. Leipzig, bei Teubner 1906; oder W. O. Schumann, Elektrische Durchbruchfeldstärke von Gasen S. 51. Springer, Berlin 1923.

2) F. Hayashi, Ann. d. Phys. 45. S. 431. § 9, 1914.

potentials für eine bestimmte Konzentration.¹⁾ Von einer, auch nur angenäherten Gültigkeit der Mischungsregel kann nicht gesprochen werden. Bouty²⁾ hat diesen Effekt an H_2 -Mischungen bei geringen Drucken schon bemerkt.

Kurve Nr. 2 Fig. 12b stellt die Minimumpotentiale der einzelnen Mischungen als Funktion der Konzentration dar; sie ergibt prinzipiell dasselbe wie Kurve Nr. 1.

Bei dieser Art der Darstellung scheint es besonders evident,

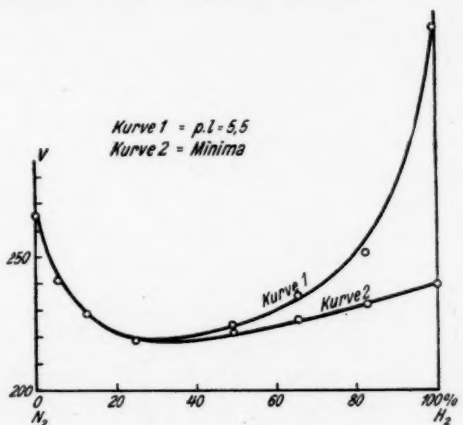


Fig. 12b

daß irgendein Vorgang vorhanden sein muß, der in den Gasgemischen eine bessere Ionisation erzeugt, als in den reinen Komponenten. Als diesen Vorgang haben wir die Wirkungsweise der Protonen angesprochen.

§ 22. Die Townsendsche Bedingungsgleichung für den Funkeneinsatz in einem homogenen elektrischen Feld \mathcal{E} lautet³⁾:

$$\alpha = \beta \cdot e^{(\alpha - \beta) \cdot l}.$$

Hierin bedeutet α die Anzahl Ionenpaare, welche durch Stoßionisation pro 1 cm Weglänge im elektrischen Felde \mathcal{E} von

1) Die Lage des Minimums verschiebt sich, je nach dem gewählten $p \cdot l$ -Wert.

2) E. Bouty, Compt. rend. 136. S. 669. 1903.

3) J. S. Townsend, a. a. O.

einem Elektron neu gebildet werden, β die analoge Zahl für den Stoß durch die positiven Ionen, l die Funkenlänge. α/p und β/p sind beides Funktionen von \mathcal{E}/p . Den analytischen Ausdruck dieser Funktionen kennt man zwar nicht, jedoch ist aus Experimenten ihr graphischer Verlauf für reine Gase ziemlich genau bekannt.

Unsere Annahme, daß den Protonen bei der Stoßionisation in Stickstoff eine größere ionisierende Wirkung zukommt, bedeutet, daß in der Townsendschen Formel die β größere Werte annehmen. Wenn man nun aus den Townsendschen Daten für Stickstoff das Funkenpotential berechnet und dabei gemäß unserer Annahme β mit einem größeren Wert einsetzt, so ergeben sich für die Funkenpotentiale tatsächlich kleinere Werte. Eine genauere zahlenmäßige Anpassung der Theorie an die vorliegenden Resultate ist jedoch nicht durchführbar, da die Theorie nur den Potentialverlauf richtig gibt, während die Absolutwerte des Potentials (berechnet mit den bisher bekannten α - und β -Werten) für reinen Stickstoff zu hoch ausfallen.

§ 23. Die gegebene Erklärung für den Anstieg des Potentials in dem immer besser getrockneten Stickstoff, nämlich der Mangel an Wasserstoffmolekülen, verlangt natürlich, daß in reinem Wasserstoff weitgehende Trocknung keine Potentialerhöhung bedingen darf. Messungen darüber wurden von Prof. E. Meyer¹⁾ mit der gleichen Apparatur ausgeführt, mit der er früher in Luft den starken Anstieg infolge Trocknung nachwies. Seine Untersuchungen ergeben tatsächlich, wie erwartet, für Wasserstoff einen monotonen Abfall des Funkenpotentials mit fortschreitender Trocknung. Zur Bestätigung seiner Resultate sei eine Messung in Tab. 12 angeführt, bei der, um die Trocknung möglichst weit zu treiben, die ganze Funkenstrecke selbst mit flüssiger Luft gekühlt werden konnte.²⁾ Palladiumwasserstoff, der in einem P_2O_5 -Gefäß aufbewahrt war, wurde in eine schwach feuchte Funkenstrecke eingelassen und

1) Edgar Meyer, *Helvetica physica acta* Nr. 1. 1928.

2) Diese Messungen wurden mit der Apparatur ausgeführt, die beschrieben ist bei B. Frey, *Ann. d. Phys.* 80. S. 408. 1926. Die Bezeichnungen in der Tabelle beziehen sich auf die Fig. 2 der zitierten Arbeit. Der Elektrodenabstand war hier 5 mm.

das Funkenpotential beobachtet, während die anfängliche Feuchtigkeit allmählich durch die Kühlung mit flüssiger Luft vollständig ausfror.

Tabelle 12

p	Bemerkungen	V
1,96		295
	10 Minuten gewartet	306
	10 " "	310
	flüssige Luft an U_1 angesetzt	
1,88	5 Minuten gewartet	290
	10 " "	270 270
	15 " "	269 270
	15 " "	263 262
	15 " "	260 260
	15 " "	260 260
	35 " "	258 259
1,88	30 " "	257 260
	flüssige Luft nachgefüllt	
1,88	30 Minuten gewartet	257 257
1,88	120 " "	255 255
Hahn 1 jetzt zu und Funkenstrecke in flüssige Luft eingetaucht		
	gemessen sofort nach Eintauchen	280 280
	10 Minuten gewartet	269 270
	15 " "	271 270
jetzt tiefer eingetaucht (über die Elektroden)		
	10 Minuten gewartet	261 263
	15 " "	263 264

Der Endwert des Funkenpotentials bei möglichst guter Trocknung des Gases (Kühlung des Entladegefäßes selbst mit flüssiger Luft) ist somit ungefähr 8 Volt (263 gegen 255) höher als derjenige, bei dem nur das U_1 -Rohr gekühlt ist. Diese schwache Erhöhung kann daher rühren, daß die Dichte des Gases nicht ganz konstant blieb, da es unmöglich war, die ganze Apparatur auf die konstante tiefe Temperatur abzukühlen. Als Resultat ergibt sich also aus diesem Versuch, daß das Funkenpotential in Wasserstoff mit wachsender Trockenheit monoton abfällt, ohne, wie etwa bei Luft oder Stickstoff, bei extremer Trockenheit wieder anzusteigen.

§ 24. Während die vorliegende Arbeit im Gange war, hat Güntherschulze¹⁾ eine Serie von Messungen über das

1) A. Güntherschulze, Ztschr. f. Phys. 28. S. 129. 1924.

Kathodengefälle publiziert. Unter den zahlreichen Gasgemischen, die er untersucht hat, sind für das Vorliegende hauptsächlich die Wasserstoffgemische mit nicht reaktionsfähigen Gasen, wie Stickstoff, von Interesse. Es ist eine sehr starke Stütze für die in der vorliegenden Arbeit vorgetragenen Messungen und Anschauungen, daß das Kathodengefälle in einem Stickstoff-Wasserstoffgemisch ein ganz ähnliches Verhalten zeigt, wie das Funkenpotential. In Fig. 13 ist als Beispiel die Kurve

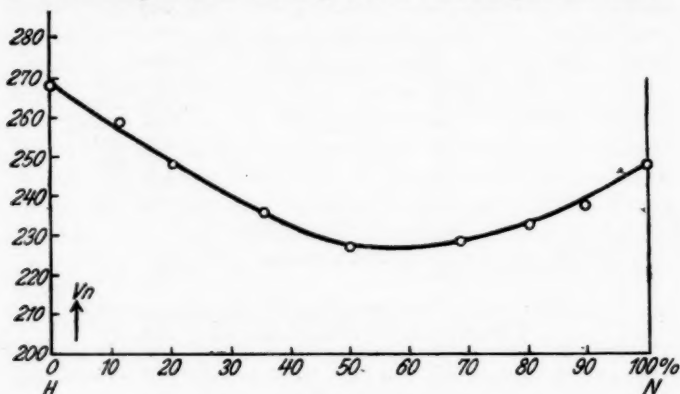


Fig. 13

des normalen Kathodengefalles in einem Stickstoff-Wasserstoffgemisch als Funktion der Konzentration nach Güntherschulze (a. a. O.) dargestellt.

Die Analogie mit Fig. 12b (Kurve 1 oder 2) ist sehr frappant; auch hier zeigt sich, daß bei einer bestimmten Konzentration das Kathodengefälle *tiefer* Werte annehmen kann, als das der reinen Komponenten. Daß die Lage der beiden Minima von Fig. 12b und Fig. 13 nicht übereinstimmt, liegt an dem für die Fig. 12b willkürlich gewählten $p \cdot I$ -Wert. Denken wir uns nach Townsend den Funkenvorgang als einen wesentlich im Gase sich abspielenden Prozeß, so erscheint die weitgehende Analogie des normalen Kathodengefalles mit dem ganzen Funkenpotentialverlauf als eine weitere Bestätigung der schon längst von Thomson¹⁾ vermuteten

1) J. J. Thomson, Recent Researches § 162. S. 158.

engen Verwandtschaft dieser beiden Erscheinungen. Nur in dem, was den Einfluß des Elektrodenmaterials betrifft, unterscheiden sich die beiden Erscheinungsgebiete.

§ 25. Ein Materialeinfluß der Elektroden auf das Funkenpotential wurde bisher nur in Edelgasen¹⁾ eindeutig nachgewiesen. Untersuchungen, die über diesen Einfluß in unedeln Gasen wie Luft und Stickstoff ausgeführt worden sind, haben keine eindeutigen Resultate ergeben.²⁾ In Stickstoff hat Frl. Stücklen³⁾ allein bei Zinkelektroden einen schwachen Effekt nachgewiesen, nachdem sie die Elektroden im Vakuum geschabt hatte. Ferner gibt Bär⁴⁾ an, daß er bei Silber- und Magnesiumelektroden, zwischen denen vorher eine Entladung in einem Edelgas übergegangen war, in Luft einen starken Materialeinfluß gefunden hat, der jedoch mit der Zeitdauer, während der die Elektroden mit Luft in Verbindung sind, kleiner wird. Über den zu erwartenden Einfluß des Elektrodenmaterials auf das Funkenpotential läßt sich folgendes sagen: Da zwischen Funkenpotential und Kathodengefälle ein enger Zusammenhang besteht⁵⁾, so ist zu erwarten, daß die Ergebnisse, die Schaufelberger⁶⁾ mit verschiedenen Kathodenmaterialien bei der Untersuchung des Kathodenfalls erhalten hat, sich in analoger Weise auch wieder beim Funkenpotential zeigen. Danach sollte das Funkenpotential bei den Materialien mit kleiner Elektronenaustrittsarbeit φ , wie z. B. bei Magnesium, einen bedeutend kleineren Wert annehmen, als bei Materialien mit großem φ , wie z. B. Silber. Diese Gesetzmäßigkeit ist auch in Edelgasen von Holst und Oosterhuis⁷⁾ in voller Übereinstimmung mit der Schaufelbergerschen Arbeit gefunden worden.

1) G. Holst u. E. Oosterhuis, *Physica* 1. S. 84. 1921; *Phil. Mag.* 46. S. 1117. 1923.

2) Wohl glaubte Edgar Meyer in Luft einen Effekt gefunden zu haben (*Mitteil. d. Phys. Gesellsch. Zürich*, Nr. 17. S. 70. 1919), doch dürfte die Kritik an diesen Ergebnissen von Frl. Stücklen (*Ann. d. Phys.* 69. S. 597. § 7. 1922) zu Recht bestehen.

3) H. Stücklen, *Ann. d. Phys.* 69. S. 597. 1922.

4) R. Bär, *Arch. de Genève* 7. S. 213. 1925.

5) Vgl. J. J. Thomson, a. a. O.

6) A. Schaufelberger, *Ann. d. Phys.* 73. S. 21. 1923.

7) G. Holst u. E. Oosterhuis, a. a. O.

Zur Untersuchung des Elektrodeneffektes kamen Materialien von möglichst verschiedenem φ zur Verwendung, nämlich Silber und Magnesium. Bei der Funkenstrecke (Fig. 14) war der Ebonitring, der die Elektroden distanzierte, weggelassen worden, um die Möglichkeit zu haben, durch Zerstäubung die Elektroden zu reinigen. Um sie in genauem Abstand zu halten, wurde zwischen die an einem Glas-

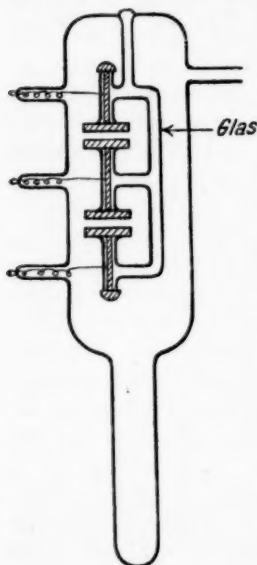


Fig. 14

rähmchen befestigten Elektroden ein planparalleles Messingscheibchen gelegt, dann das Rähmchen vorsichtig erhitzt, bis das Glas weich wurde, und die beiden Elektroden auf das Scheibchen aufgepreßt. Zwei derartige Funkenstrecken, die eine mit Silber-, die andere mit Magnesiumelektroden, wurden in ein gemeinsames Entladungsgefäß eingesetzt (vgl. Fig. 14). Der Abstand der Platten betrug bei den Silberelektroden 4,79 mm, beim Magnesium 4,81 mm. Die Abstandsbestimmung geschah mit Hilfe eines Zeiss'schen Komparators. Am Entladungsgefäß selbst waren sämtliche Kittstellen vermieden, das Rähmchen sowie die Zuführungen waren direkt in das Glas eingeschmolzen. Die Messungen wurden in einer Anordnung ausgeführt, die ähnlich wie diejenige in

Fig. 10 aufgebaut war; sie enthielt noch ein zweites Entladungsgefäß, in dem sich eine Funkenstrecke mit Messingelektroden befand, die durch einen Hartgummiring von 3,96 mm Dicke distanziert waren. In dem kleinen Glaskolben zwischen Hahn Nr. 2 und Nr. 3 konnte der Stickstoff im voraus gründlich mit flüssiger Luft getrocknet werden. Bei dieser Anordnung war es aber nicht möglich, das Funkengefäß vorher auszukochen, da die Elektroden, wie eben beschrieben, mit dem Gefäß fest verblasen waren, um Fettschliffe nach Möglichkeit zu vermeiden.

Die Messungen wurden folgendermaßen angestellt: In Stickstoff, der in der üblichen Weise durch Überleiten über glühendes Kupfer von Sauerstoff befreit war, wurden die Elektroden mit einem Induktorium während ungefähr einer Minute zerstäubt, und dann das Gas vollständig fortgepumpt. In frisch eingelassenem Gas ergab sich dann das Funkenpotential für Silber und Magnesium nahe gleich. Magnesium war unbedeutend tiefer als Silber, im Maximum 10 Volt. Die Meßresultate sind in Tab. 13 zusammengestellt.

Tabelle 13

Flüssige Luft nur an U-Rohr;

 $l_{\text{Ag}} = 4,79 \text{ mm}; l_{\text{Mg}} = 4,81 \text{ mm}; l_{\text{Mess}} = 3,96 \text{ mm}$

$p \cdot l$	V (Ag)		V (Mg)		V (Messing) gemessen	V (Messing) aus Kurve Nr. 9
23,7	430	430	420	422	—	420
20,2	390	389	389	390	—	388
19,5	—	—	—	—	381	380
17,3	369	369	368	368	—	360
16,3	—	—	—	—	346	350
14,4	335	337	334	338	—	328
14,2	—	—	—	—	325	327
12,4	320	319	319	319	—	310
11,9	—	—	—	—	308	308
11,5	309	307	308	310	—	301
10,4	—	—	—	—	294	293
10,0	298	301	300	297	—	290

Da die in der vierten Kolonne angegebenen Meßwerte sehr gut mit der Kurve Fig. 9 übereinstimmen, kann man aus Fig. 9 die fehlenden Werte von V in Kolonne 4 ergänzen; das ist in Kolonne 5 geschehen. Zu vergleichen sind also bei konstantem $p \cdot l$ die Funkenpotentiale der Kolonnen 2, 3 und 5.

Die Fig. 15 zeigt die drei erhaltenen Kurven für Silber-, Messing- und Magnesiumelektroden. Daraus ist ersichtlich, daß das Funkenpotential in Stickstoff, wenigstens bei dem vorliegenden Trocknungsgrad, praktisch unabhängig vom Elektrodenmaterial ist.¹⁾

1) Die im allgemeinen etwas kleineren Werte für Messing dürften darauf zurückzuführen sein, daß die Feuchtigkeit in dem Gefäß der Messingfunkenstrecke nicht genau dieselbe war, wie in dem Entladefäß für die Ag- und Mg-Funkenstrecke. Das gekühlte U-Rohr lag nämlich näher an dem zweiten Entladefäß.

Um bei den folgenden Messungen noch bessere Trockenheit zu erreichen, wurde das Gas erst in die Funkenstrecke eingelassen, nachdem es vorher längere Zeit in dem Kolben zwischen Hahn Nr. 2 und Nr. 3 mit flüssiger Luft getrocknet worden war. Auch während dieser Messungen war das Funkengefäß dauernd mit dem U-Rohr (Fig. 10) in Verbindung, das mit flüssiger Luft gekühlt war. Jetzt zeigte sich folgender Verlauf: Als das Potential nach 4 Stunden einen vollständig

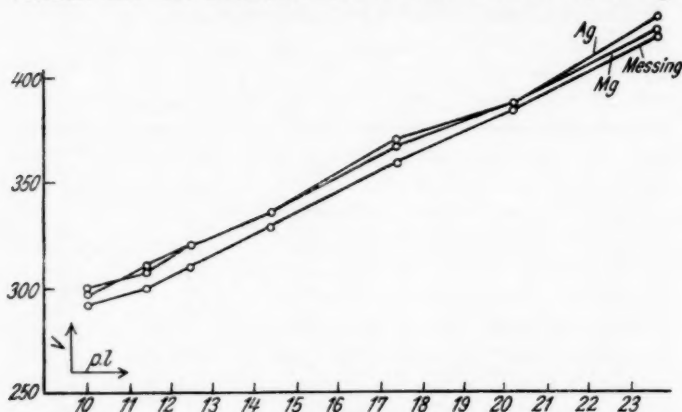


Fig. 15

konstanten Wert angenommen hatte, lag es beim Magnesium 10 Volt höher als beim Silber, im Gegensatz zu früher. Allem Anschein nach rührte dieses Verhalten von der besseren Trocknung her, denn es trat noch viel deutlicher zutage, als man den unteren Ansatz des Entladungsgefäßes (vgl. Fig. 14) selbst noch mit flüssiger Luft kühlte.

In diesem Falle nahm nämlich das Funkenpotential bei den Magnesiumelektroden weit mehr zu, als bei den Silberelektroden. Die Differenz zwischen Silber und Magnesium stieg im Laufe von 5 Stunden bis auf 35 Volt. Die durch das Kühlen des unteren Ansatzes des Entladungsgefäßes verursachte Druckverminderung betrug bei diesem Versuche 0,28 mm Hg. Der gleiche Versuch wurde wiederholt; es ergab sich qualitativ wieder dasselbe Resultat, nur in verstärktem Maße. Das Funkenpotential für das Silber stieg von 380 Volt (flüssige

Luft nur am U-Rohr bis auf 410 Volt (flüssige Luft am U-Rohr und am Entladungsgefäß), während dasjenige für Magnesium von 380 bis auf 470 Volt zunahm, so daß am Schlusse eine Differenz von 60 Volt vorhanden war. Tab. 14 enthält das Meßprotokoll.

Tabelle 14

Neue Messung: frisch zerstäubt; $l_{Ag} = 4,79$ mm; $l_{Mg} = 4,81$ mm

<i>p</i>	Ag-Elektroden	Mg-Elektroden	Bemerkungen	Zeit
3,56	380 380	380 385	fl. Luft an U-Rohr	11 ¹⁰
	384 380	389 392		11 ³⁰
	390 388	400 402		11 ⁵⁰
flüssige Luft auch an Entladungsgefäß angesetzt				
3,37	409 401	430 431		13 ¹⁵
	410 400	441 441		13 ²⁵
	412 398	468 470		15 ³⁰
3,28	410 400	470 470		16 ¹⁵
flüssige Luft nachgefüllt an U-Rohr und Entladungsgefäß				17 ³⁰
3,28	410 400	468 467		17 ⁴⁵
	410 410	470 470		22 ³⁰

An die Ergebnisse der Tab. 14 läßt sich die folgende Bemerkung knüpfen. Für den Druck $p = 3,56$ mm ist für Silber- und Magnesiumelektroden der mittlere Wert von $p \cdot l = 17,09$. Hierfür gibt die Kurve der Fig. 9 ein Funkenpotential $V = 359$ Volt, also um 21 Volt tiefer als die Anfangspotentiale (380 Volt) der Tab. 14. Dieses ist augenscheinlich eine Folge der extrem großen Trockenheit, die hier durch Eintauchen des Entladungsgefäßes in flüssige Luft erreicht wurde; man erhält dasselbe Hinaufgehen des Funkenpotentials bei ganz geringer Feuchtigkeit, wie es von Fr. Stücklen in Stickstoff (a. a. O.) zuerst nachgewiesen wurde. Allerdings folgt damit auch, daß die Kurve der Fig. 9 sich nicht auf absolut trockenen Stickstoff bezieht.

Bei der letzten Messung zeigte die Silberfunkenstrecke eine ziemlich starke Polarisation, kommutierte Feldrichtung ergab, wie Tab. 15 zeigt, nicht dasselbe Potential. Die Differenz zwischen Silber und Magnesium ist jedoch so groß, daß diese Polarisation beim Silber das Resultat nicht beeinflusst.

Es war möglich, den Unterschied zwischen den beiden Funkenstrecken noch dadurch zu erhöhen, daß während des

Zerstäubungsprozesses das U-Rohr sowohl wie auch der Ansatz am Entladungsgefäß mit flüssiger Luft möglichst gut gekühlt wurden. Ein Beispiel für dieses Verhalten gibt Tab. 15.

Tabelle 15

Vor der Messung Elektroden zerstäubt und gleichzeitig gekühlt.

Feldrichtung kommutiert nach jeder Messung (Polarisation);

$l_{Ag} = 4,79 \text{ mm}$; $l_{Mg} = 4,81 \text{ mm}$

<i>p</i>	Ag	Mg	Bemerkungen	Zeit
4,21	37 ⁷ 345 ¹⁾ 37 ⁰ 340 37 ⁰ 340 37 ¹ 341 37 ¹ 342	452 460 455 460 458 462 455 460 458 460	fl. L. an U-Rohr u. Entladungs- gefäß flüssige Luft aufgefüllt	17 ²⁰ 17 ⁴⁰ 18 ¹⁰ 18 ⁴⁵ 20 ⁰⁰
4,21	34 ⁵ 320 34 ³ 319	435 437 433 439	ein wenig Auspumpen flüssige Luft aufgefüllt	20 ⁰⁵ 21 ¹⁰
2,9	33 ⁰ 310 33 ⁰ 310	423 427 424 427	ein wenig Auspumpen	21 ¹⁵ 21 ⁴⁵
2,44	320 300	420 420	ein wenig Auspumpen	21 ⁵⁰
2,40	321 300	413 415		24 ⁰⁰

Aus den angeführten Messungen geht ganz unzweideutig hervor, daß auch in Stickstoff ein starker Elektrodenmaterial-einfluß vorhanden sein kann. Würde die Kühlung des Gases nur eine Veränderung im Gase bewirken, z. B. Trocknung oder Druckänderung, so wäre es unmöglich, daß die Potentiale bei den beiden Funkenstrecken anfangs (wie z. B. in Tab. 14) nahe denselben Wert zeigen und erst nach langandauernder Kühlung die große Differenz aufweisen. Während das Potential für Magnesiumelektroden infolge besserer Trocknung so enorm in die Höhe gegangen ist (Tab. 14), ändern sich die Werte für die Silberelektroden bei weitem nicht in demselben Maße.

Der Umstand, daß hier der Materialeinfluß entgegengesetzt demjenigen in Edelgasen und dem beim Kathoden-gefälle gefunden wurde, ändert an der Tatsache seines Vorhandenseins nichts. Es entsteht nur die Aufgabe, zu untersuchen, aus welchem Grunde sich Magnesium in Stickstoff umgekehrt verhält wie in Edelgasen. Darüber lassen sich zur-

1) Die erste Ag-Messung zeigt also eine Polarisation von 32 Volt.

zeit nur Vermutungen aussprechen. Es ist bekannt, daß sich Magnesiumnitrid in trockenem Stickstoff unter dem Einfluß der Wärme (und wohl auch einer Geisslerentladung) bildet. Die Annahme, daß sich die Magnesiumelektroden während des Ganges der Untersuchungen mit diesem Nitrid überzogen in um so höherem Maße, je trockener der Gasinhalt des Gefäßes war, wird dadurch gestützt, daß auf den Elektroden ein matter hellgrauer Überzug sichtbar wurde. Nach Tab. 14 würde offenbar schon die äußerst schwache Entladung bei der Funkenpotentialmessung genügen, um eine Veränderung der Oberfläche zu bewirken. Um also die beiden Elemente Silber und Magnesium einwandfrei miteinander vergleichen zu können, dürfen die Messungen nicht in Stickstoff vorgenommen werden, sondern es muß ein Gas gewählt werden, das sicher mit keinem der beiden Metalle bei der Entladung chemisch reagiert. Die vorhandenen Resultate zeigen aber jedenfalls, daß bei Untersuchungen über Materialeinflüsse höchste Vorsicht geboten ist.

§ 26. Zusammenfassung

1. Es wurde das Funkenpotential in reinem, gut trockenem Stickstoff untersucht.
2. Es wurde gezeigt, daß durch eine elektrische Entladung in einer Nebenfunkstrecke eine Gasveränderung hervorgerufen wird, die als Dissoziation von abgegebenem Wasserdampf gedeutet wird.
3. Der Einfluß einer Entladung auf das Funkenpotential kann rückgängig gemacht werden durch Glühen eines Wolframdrahtes.
4. Diese Wirkung der Entladung verschwindet bei genügender Trocknung des Stickstoffs (vermittelt flüssiger Luft).
5. Der Einfluß einer Entladung ist identisch mit demjenigen einer schwachen Wasserstoffbeimischung.
6. Eine Wasserstoffbeimischung zu dem Stickstoff ergibt bei passender Konzentration ein Minimumpotential, das tiefer liegt als die Minimapotentiale der reinen Komponenten.
7. Wegen dieser ausgezeichneten Eigenschaft des Wasserstoffs wird gefolgert, daß die potentialerniedrigende Wirkung des Wasserdampfes bei großer Trockenheit von der Dissoziation

des Wasserdampfes herrührt, und daß der gebildete Wasserstoff für die Potentialerniedrigung verantwortlich zu machen ist.

8. Elektrodenmaterialeinfluß: Bei Silber- und Magnesiumfunkenstrecken wurde ein Materialeinfluß nachgewiesen, wobei bei mäßiger Trockenheit das Potential der Magnesiumfunkenstrecke einige Volt tiefer lag als dasjenige der Silberfunkenstrecke. Bei sehr guter Trockenheit jedoch zeigten die Magnesiumelektroden ein bedeutend höheres Funkenpotential als die Silberelektroden. Diese Erscheinung wird durch die Annahme einer Magnesiumnitridschicht, die sich bei der Entladung bildet, erklärt. Wenn Feuchtigkeit vorhanden ist, ist Magnesiumnitrid unbeständig, so daß dieser Effekt nur bei hoher Trockenheit zutage tritt.

Die vorliegende Arbeit wurde auf Anregung von Hrn. Prof. Dr. Edgar Meyer im Physikalischen Institut der Universität Zürich ausgeführt. Es ist mir eine angenehme Pflicht, Hrn. Prof. E. Meyer für die vielen Anregungen und das fördernde Interesse, das er der Arbeit stets entgegenbrachte, auch an dieser Stelle meinen Dank auszusprechen.

Zürich, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 28. Dezember 1927)

2. *Versuche über die Polarisierung spektralzerlegter Röntgenstrahlen;*

von Ernst Wagner und Paul Ott

Inhaltsübersicht: I. Versuchsmethode und Fragestellungen. — II. Die Versuchsbedingungen. — III. Die Versuchsanordnung. — Einzelheiten der Versuchsanordnung und ihre Justierungen. — 1. Das Röntgenrohr; 2. Das Hochspannungsvoltmeter; 3. Das Milliampereometer; 4. Der Drehsplitt; 5. Der Steinsalzkristall und seine Aufstellung; 6. Die Ionisationskammern; 7. Das Ionisationskammersystem mit dem Elektrometer. — IV. Die Meßmethode. — V. Gang der Messungen. — VI. Die Definition des Polarisationsgrades. — VII. Die Polarisationsversuche. 1. Cu als Antikathode; 2. Pt-Antikathode; 3. Ag-Antikathode. VIII. Die Fehlerquellenbetrachtungen. 1. Justierungsfehler; 2. Fälschung der Messungen durch unsymmetrische Strahlungen in den I.-K.; 3. Haben die entgegengesetzt aufgeladenen I.-K. einen Einfluß auf die Pol.-gradbestimmungen? 4. Zeigen I.-K. I und II gleich intensive Strahlungen gleich stark an? 5. Der Kristalleinfluß; 6. Kam die Fe-K_α-Strahlung in die I.-K. I und II? 7. Die Brennfleckwanderungen. — IX. Ergebnisse aus den Polarisationsgradbestimmungen durch Kristallreflexion. — X. Zusammenfassung.

I. Versuchsmethode und Fragestellungen

Ch. Barkla¹⁾ hat zuerst nachgewiesen, daß die aus einem Röntgenrohr senkrecht zu den Kathodenstrahlen austretende X-Strahlung teilweise polarisiert ist. Der Grund dafür liegt in ihrer Entstehungsweise aus einem gerichteten Kathodenstrahl. Um die Polarisation festzustellen, streute er das gesamte Strahlenbündel an einem leichtatomigen Radiator. Die Intensitäten der so gestreuten Strahlung wurden in zwei zum primären X-Strahl senkrechten Richtungen gemessen und zwar das eine Mal parallel den Kathodenstrahlen, das zweite Mal senkrecht dazu. Ihr Verhältnis konnte als ein Maß der Polarisation des primären X-Strahles angesehen werden. Dieses Verfahren ist bis jetzt bei allen Polarisationsversuchen angewendet worden. — Nur Ham²⁾ maß den Polarisationsgrad

1) Phil. Trans. of the Royal Soc. of London Ser. A. 204. S. 467 bis 479. 1905.

2) Phys. Rev. 30. 1910.

mit Annäherung, indem er die Intensitäten der aus seinem Rohr austretenden primären Strahlung in zwei Richtungen, unter einem Winkel von 90° und 30° zum erzeugenden Kathodenstrahl, verglich.

Diese Methoden gestatten aber nur unter besonderen Bedingungen die Bremsstrahlung allein, getrennt von dem Fluoreszenzlicht der Antikathode und des Radiators, auf ihre Polarisation hin zu untersuchen.¹⁾ Zu diesem Zwecke mußte die Rohrspannung immer so gewählt werden, daß die kurzwellige *K*-Strahlung des Antikathodenmetalles noch nicht angeregt wurde. Die langwelligere *L*-Strahlung mußte praktisch völlig in der Glaswand des Rohres und die charakteristische Strahlung des Radiators in der bis zur Ionisationskammer durchsetzten Luftstrecke stecken bleiben.

Die Abhängigkeit des Polarisationsgrades von der Wellenlänge im kontinuierlichen Spektrum konnte nach der Barklaschen Streumethode nur indirekt mit Annäherung bestimmt werden. Kirkpatrick²⁾ filterte zu diesem Zweck die primäre Strahlung mit Aluminiumblechen von verschiedener Dicke. Rechnerisch fand er dann leider nur für relativ große Bereiche aus dem kontinuierlichen Spektrum einen mittleren Polarisationsgrad.

Die Polarisationsmessung an einem kleinen Wellenlängenbereich aus dem kontinuierlichen Spektrum bei Vorhandensein einer charakteristischen Strahlung der Antikathode, deren Wellenlänge nahe dem zu untersuchenden Spektralgebiet lag, war bei Anwendung dieser Versuchsmethode nicht möglich.

Eine kritische Betrachtung der wesentlichen Ergebnisse der bisherigen Polarisationsversuche ist von H. Kulenkampff³⁾ im Handbuch der Physik gegeben.

An Stelle des Barklaschen Radiators kann die unter 45° zum Primärbündel stehende Netzebene eines Kristalles (Kri.) verwendet werden. Sie reflektiert einen kleinen, ziemlich monochromatischen Wellenbereich $\Delta\lambda$ aus dem kontinuierlichen Spektrum unter 90° zum primären Röntgenstrahl. Man beobachtet die so reflektierte Intensität einmal in der Richtung

1) E. Bassler, Ann. d. Phys. 28. S. 808. 1909; P. Kirkpatrick, Phys. Rev. 22, II. Ser. S. 226. 1923.

2) P. Kirkpatrick, a. a. O.

3) H. Kulenkampff, Handbuch der Physik (H. Geiger und Karl Scheel) Bd. XXIII, Kapitel 4, S. 466.

parallel den Kathodenstrahlen, das zweite Mal senkrecht zu ihnen, indem man den Kristall um den Primärstrahl als Achse dreht. Die Intensitätsmessungen geschehen in zwei Ionisationskammern. Mit dieser Anordnung kann daher der Polarisationsgrad von $\Delta\lambda$ allein auch dann bestimmt werden, wenn im Primärstrahlenbündel ein ganzes kontinuierliches Spektrum und Fluoreszenzlinien vorhanden sind. Nur müssen die Eigenlinien andere Wellenlängen besitzen wie das zu untersuchende $\Delta\lambda$. E. Wagner¹⁾ hat diese Methode angegeben und früher beschrieben. Auch Mark²⁾ und Szilard haben Kristalle und Kristallpulver als Analysatoren bei ihren Polarisationsversuchen mit photographischen Methoden verwendet.

In vorliegender Arbeit wurde die Polarisation eines Wellenlängenbereiches $\Delta\lambda$, bei 2 ÅE. im Bremsspektrum gelegen, nach der Wagnerschen Methode untersucht. Und zwar in Abhängigkeit:

1. von der angelegten Rohrspannung und damit von seiner Lage im kontinuierlichen Spektrum,
2. von dem Antikathodenmaterial, in dem die X-Strahlen hervorgerufen wurden,
3. von dem gleichzeitigen Auftreten der ungefähr gleich harten Eigenstrahlung des Antikathodenmaterials.

II. Die Versuchsbedingungen

In diesem Falle haben sich die Versuchsbedingungen ergeben durch die Verwendung einer Hochspannungsbatterie von etwa 11 Kilovolt für den Röntgenrohrbetrieb. Die Messungen des kontinuierlichen Spektrums, bei gleichen Spannungsverhältnissen gemacht, zeigten bei etwa 2 ÅE. einen Spektralbereich, welcher frei von den Fluoreszenzlinien der verwendeten Antikathodenmetalle und ihrer Verunreinigungen gefunden wurde. Er lag nahe dem Intensitätsmaximum des Spektrums. Es mußte daher bei den Versuchen die Netzebene eines Kri. mit einer solchen Gitterkonstanten zur Reflexion verwendet werden, welche diesen günstigen Wellenlängenbereich unter

1) Verhandlungen d. phys.-mediz. Gesellschaft zu Würzburg 51. Nr. 1. 1926.

2) Ztschr. f. Physik 35. S. 743. 1926.

einem Glanzwinkel von 45° intensiv reflektierte. Die Fluoreszenzstrahlung des Kri. mußte sehr weich sein, damit möglichst wenig davon in die Ionisationskammern kam und der Kri. in großen Stücken vorkommen, um das primäre X-Strahlenbündel voll aufnehmen zu können. Allen diesen Anforderungen genügte die Würfelfläche des Steinsalzkristalles, welche die Strahlung von etwa 2 \AA E. in II. Ordnung gewünscht reflektierte. In I. Ordnung würde von ihr ein Wellenlängenbereich bei etwa 4 \AA E. gelegen in dieselbe Richtung reflektiert werden. Diese weiche Strahlung konnte aber nicht aus dem $0,03 \text{ mm}$ dicken Aluminiumfenster des Rohres austreten.

Nur die (100)-Ebene von NaCl hat sich bis jetzt für die Polarisationsversuche als geeignet erwiesen. Versuche wurden außerdem noch mit der Rhomboederfläche von Kalkspat und mit der Würfelfläche von Sylvin unternommen, jedoch ohne Erfolg. Es erhob sich bei den letzteren die geringe reflektierte Strahlungsintensität zu ungenau über einem relativ mächtigen Grund, der von der diffusen Streustrahlung des Kri. herkam. Sie bestand, wie bei CaCO_3 durch Al-Filterversuche festgestellt werden konnte, zu einem großen Teil aus der Calcium-eigenstrahlung. Dabei kam das Filter einmal in den Strahlengang vor den Kri. und filterte den Primärstrahl, das andere Mal direkt vor den Ionisationskammerspalt. Der Kri. stand dabei so, daß er nur als Streukörper wirkte, also nicht in die Ionisationskammerrichtung reflektierte. Die kräftigere Filterwirkung im 2. Falle zeigte, daß die Streustrahlung weicherer Natur war als das primär auf den Kri. auffallende Strahlungsgemisch, was auf die Beimengung der weichen Ca-K-Strahlung nach der Streuung am Kalkspat schließen ließ. Die Reflexionsversuche an CaCO_3 und KCl wurden bei den günstigsten Intensitätsverhältnissen, nämlich bei $10,88 \text{ Kilovolt}$ Rohrspannung und mit Pt-Antikathode unternommen.

Die weiche Strahlung (etwa 2 \AA E.) und ihre Reflexion an NaCl(100) in II. Ordnung hatten eine sehr geringe Intensität der zu messenden Strahlung zur Folge. Darauf mußte bei allen Einzelheiten der Versuchsanordnung, besonders bei der Ausblendung des primären Strahlenbündels, bei der Empfindlichkeit des Elektrometers und bei der Kapazität der die Ionisationskammern I und II und das Elektrometer verbindenden Leitungen geachtet werden.

III. Die Versuchsanordnung

Sie ist im Grundriß durch Fig. 1 wiedergegeben. Das Röntgenrohr R saß fest auf einem am Experimentiertisch gut verspannten Stativ. Nahe davor stand das Spektrometer mit zwei Ionisationskammern (I.-K. 1 und I.-K. 2). Die Längsachse von I.-K. I lief parallel, die der I.-K. II senkrecht zum

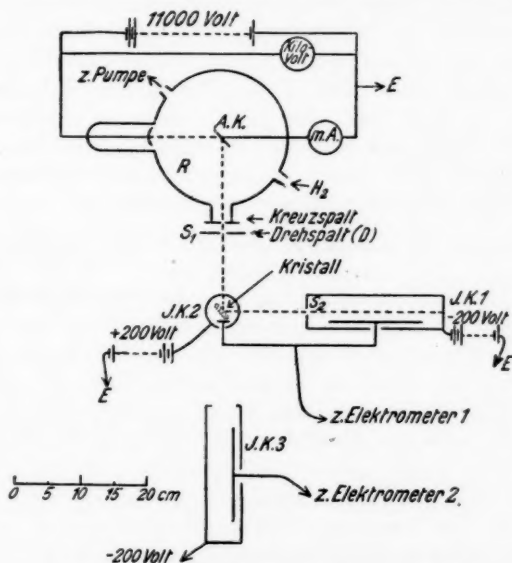


Fig. 1. Grundriß der Versuchsanordnung

Kathodenstrahl. Ihre isoliert eingeführten Elektroden waren auf kürzestem Weg untereinander und mit dem Faden eines hochempfindlichen Elektrometers (Elektrometer 1) elektrostatisch geschützt verbunden. Das Röntgenrohr konnte aus Betriebsgründen (Zufuhr und Abpumpen von Wasserstoffgas) nicht um den Primärstrahl als Achse gedreht werden. Es wurde deshalb, durch 45°-Stellung der Antikathodenfläche zum auffallenden Kathodenstrahl, für einen Brennfleck gesorgt, der, in der Primärstrahlenrichtung gesehen, möglichst rund erschien. Das Fenster des Rohres war als Kreuzspalt ausgebildet. Die Spaltblende S_1 vor dem Rohr (Drehspalt) und die Kriplate wurden drehbar um den Primärstrahl als Achse an-

geordnet. Eine dritte Ionisationskammer (I.-K. 3) kam so zur Aufstellung, daß ihre Längsachse in die Mitte des primären Strahlenbündels fiel. Mit ihr prüfte man die Intensitätsgleichheit der primären Strahlung bei vertikal und horizontal gestelltem Spalt S_1 . Ihre Elektrode war mit einem zweiten, unempfindlicheren Elektrometer (2) verbunden. Die Elektrometer 1 und 2 waren Wulfsche Einfadeninstrumente von der Firma Günther u. Tegetmeyer. I.-K. 1 und 3 und je eine Schneide der beiden Elektrometer waren mit dem einen Spannungspol einer 400-Volt-Akkumulatorenbatterie verbunden. I.-K. 2 und die beiden anderen Elektrometerschneiden lagen am anderen Pol derselben Batterie. Unmittelbar vor den beiden Polen waren zwei Wasserwiderstände. Die Mitte der Batterie war geerdet.

Einzelheiten der Versuchsanordnung und ihre Justierungen

1. Das Röntgenrohr

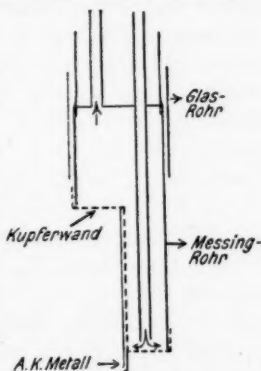
Die X-Strahlung wurde in einem Ionenrohr erzeugt. Die Glaskugel hatte einen Durchmesser von etwa 20 cm und in drei aufeinander senkrechten Richtungen Glasansätze. Diese dienten zur Einführung von Kathode und Antikathode und zur Aufkittung eines Fensters für den Strahlenaustritt. Die Kathode war sehr massiv aus Aluminium gearbeitet, um bei den verhältnismäßig hohen Stromstärken (Dauerbetrieb bei 6 Milliampere) einer großen Erwärmung vorzubeugen. Zwei Tropfkühler an den Hauptkittstellen und ein Ventilator, der an dem Rohr immer kalte Luft vorbeiführte, bewirkten ausreichende Kühlung. Der Krümmungsradius der hohlgeschliffenen Kathode betrug 5 cm. Mit dieser Krümmung wurde die beste Kathodenstrahlenkonzentration auf der Antikathode erzielt.

Die Bestimmung des wirksamen Brennfleckdurchmessers in der primären Strahlenrichtung geschah auf Grund der Fluchtstellungskurven. Zur Ermittlung dieser wurde die I.-K. I mit engem Spalt $S_2 = 0,4$ mm schrittweise durch das primäre Röntgenbündel geführt. Letzteres blendete ein 0,3 mm breiter Spalt S_1 aus. Die Ionisationsströme für die einzelnen Kammerstellungen wurden gemessen. Aus der so erhaltenen Intensitätsverteilungskurve des Primärbündels konnte die Größe des wirksamen Brennfleckdurchmessers zu 1 cm errechnet werden. Dabei wurden Intensitätswerte, die kleiner als $\frac{1}{10}$ der Maximalintensität waren, vernachlässigt.

Der vertikal nach oben stehende Glasstutzen endete in einem Glasschliff, durch den die Antikathode eingesetzt wurde. Fließendes Wasser kühlte sie gut. Fig. 2 zeigt in einem Längsschnitt den unteren Teil der Antikathode. Die Kupferwand, welche das Messingrohr abschloß, war hart aufgelötet.

Die zu untersuchenden Röntgenstrahlen traten senkrecht zum Kathodenstrahl in horizontaler Richtung durch den Kreuzspalt aus dem Rohre. Der Kreuzspalt war 2 mm breit und etwa 2 cm lang mitten in den planen Boden einer kräftigen Messingkappe (Dicke 1,3 mm) eingefeilt. Er wurde mit einer 0,03 mm dicken Aluminiumfolie überdeckt.

Das Röntgenrohr mußte bei den Versuchen mehrere Stunden gleich große Strahlenintensität liefern, wenn es bei denselben Strom- und Spannungsverhältnissen lief. Es wurde daher, auf Grund der Erfahrungen, das Rohr mit Wasserstoff durchströmt und durch das Ausfrieren seiner Zu- und Ableitungen Quecksilberdämpfe völlig ferngehalten. Die verwendete Kältemischung bestand aus Kohlensäureschnee und Aceton. Durch entsprechende Regelung der Pumpengeschwindigkeit einer Gaedeschen Rotationspumpe und der Wasserstoffzufuhr, mit einem Nadelventil, konnte die Entladungstromstärke gut konstant gehalten werden. Die Antikathodenmetalle, es kamen der Reihe nach Cu, Pt, Ag, Fe und Al zur Verwendung, zeigten nach ihrer Benutzung teilweise starke Aufrauungen an den von den Kathodenstrahlen getroffenen Stellen. Aber gerade diese aufgerauhten Stellen und ihr nächster Umkreis waren völlig reines Metall, frei von jeder Oxydschicht.



Längsschnitt der Antikathode.
Fig. 2

2. Das Hochspannungsvoltmeter

Die Spannungsmessung lieferte ein elektrostatisches Voltmeter von der Firma Hartmann und Braun (Nr. 792 211). Es war ähnlich dem von E. Wagner¹⁾ beschriebenen. Die Ein-

1) E. Wagner, Ann. d. Phys. 57. S. 411. 1918.

stellung des Instrumentes in die bei der Eichung innegehabte Lage war mit Hilfe einer empfindlichen Wasserwage für die Richtung (1, 2)¹⁾ und eines Senkels für die Richtung (2, 3) möglich. Die Eichung des Voltmeters geschah dadurch, daß ihm ein geeichter Hochspannungswiderstand von etwa 2 Millionen Ohm parallel geschaltet wurde. Nach der Kompensationsmethode von Poggendorff konnte die am Widerstand und zugleich am Voltmeter liegende Spannung bestimmt werden. Die Skala des Instrumentes zeigte im Bereich von 6000 bis 11000 Volt eine Teilung von 200 Volt pro Skalenteil. Die Eichung vollzog sich in der Weise, daß immer auf einen Teilstrich genau der Zeiger eingestellt und dann kompensiert wurde. Ohne auf die Spannung Null zu gehen, konnte kontinuierlich von 6 bis 11 Kilovolt in Abständen von 200 Volt geeicht werden. Auf 11 Kilovolt blieb etwa $\frac{1}{2}$ Stunde das Instrument. Darauf wurde die Eichung rückwärts wiederholt bis zu 6 Kilovolt und erst dann das Instrument geerdet.

Der Zeiger reagierte im Bereich von 6—11 Kilovolt auf 10 Volt noch merklich, so daß 5 Volt noch geschätzt werden konnten. 10 Volt war die geringste noch zuschaltbare Spannung. Bei der zyklischen Spannungsänderung trat eine hysteresisähnliche Erscheinung auf. Der Spannungswert war beim Zurückgehen von hoher Spannung zu niedrigerer immer kleiner als umgekehrt. Dies machte bei dem Instrument im empfindlichen Bereich etwa 50—70 Volt aus. Die Reproduzierbarkeit der Werte, unter gleichen Bedingungen aufgenommen (von niederen Spannungen oder von Erde kommend), betrug 20 Volt für die Eichmessungen an drei verschiedenen Tagen.

Die Spannung am Röntgenrohr wurde während der Versuche unter Verwendung einer Zusatzbatterie, die in Stufen von 20 Volt, ohne Stromunterbrechung, an der Erdstelle der Batterie zugeschaltet werden konnte, mit dem eben beschriebenen Voltmeter auf etwa 3 Promille konstant gehalten.

8. Das Milliampereometer

Es war zwischen Antikathode und Erde geschaltet und gab die Entladungsstromstärke im Rohr auf 0,5 Proz. genau an. Die mit den Witterungsverhältnissen veränderlichen Erdschlußströme der Batterie maß bei dieser Schaltung das Milliampereometer nicht mit.

1) Vgl. E. Wagner, a. a. O.

4. Der Drehsplatt (*D*)

a) Seine Beschaffenheit

D saß mitten im primären, durch den Kreuzspalt ausgeblendeten Strahlenbündel. Die spaltförmige Blende hatte eine Größe von $6,0 \text{ mm} \times 1,15 \text{ mm}$. Sie war in ein Aluminiumblech von 1 mm Dicke eingefeilt, das die aus dem Rohr kommende Strahlung völlig absorbierte. Diese Blende (*B*) war, wie Fig. 3a und b zeigen, auf einem Messingschliff so befestigt, daß die Spaltmitte in die Konusachse fiel. Die innere Schliffhälfte *Si* saß gut in der äußeren *Sa*, indem eine Mutter *M* auf *Si* geschraubt wurde. Im Seitenriß Fig. 3a ist die untere Hälfte von *D* im Schnitt gezeichnet. Beim Drehen von *Si* mit dem Griff *G* mußte der Spalt um seinen Mittelpunkt kreisen.

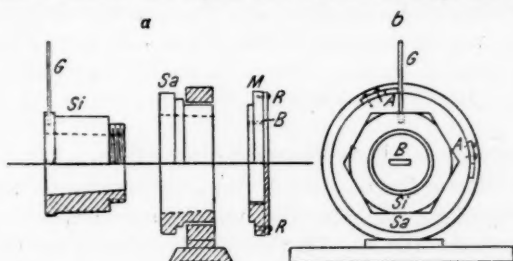


Fig. 3. Seiten- und Vorderansicht des Drehsplattes

Um dies praktisch zu erreichen, wurde *D*, der nicht völlig in der Konusachse saß, mit einer kleinen Bogenlampe beleuchtet und durch ein Objektiv auf einem fest aufgestellten Pappschirm, 40fach linear vergrößert, abgebildet. Ein Eckpunkt des abgebildeten Spaltes wurde herausgegriffen und vier verschiedene Lagen von ihm auf dem Pappschirm beim Drehen des Konus um 360° markiert. Diese vier Punkte lagen auf einem Kreis, dessen Mittelpunkt das Bild der Konusachse lieferte. Es wurden um diesen Mittelpunkt zwei Kreise gezogen, die einige Millimeter kleinere Durchmesser besaßen als die Längs- und Querdurchmesser des Drehsplattbildes. Dadurch konnte die Exzentrizität des Drehsplattmittelpunktes zur Konusachse gut beobachtet werden. Das Aluminiumblech mit Spalt wurde so lange auf seiner Auflagefläche, der Mutter *M*, die mit zähem Fett bestrichen war, verschoben, bis die Spaltbildränder beim Drehen des Schliffes um 180° keine merkliche Wanderung

gegen die beiden Kreise zeigten. Mit dieser Methode konnte die Spaltmitte bis auf 0,01 mm genau in die Konusachse gebracht werden. Nach dieser genügend genauen Einstellung wurde die Blende durch Anziehen der Schrauben *R* und durch einen Kitt dauerhaft auf ihrer Unterlage befestigt und dann nochmals ihre richtige Lage geprüft.

Die Anbringung der zwei Anschläge *A* ermöglichte die sofortige, vertikale und horizontale Einstellung des Spaltes. *D* saß, durch zwei Schrauben befestigt, in einer Ringfassung, die auf einen horizontal laufenden, kräftigen Schlitten geschraubt war. In Fig. 3a ist die Ringfassung mit einem Teil des Schlittens im Schnitt gezeichnet. Dieser Schlitten mit *D* saß auf einem zweiten, massiven, vertikal laufenden Schlitten, der stabil auf einem Arm des Braggschen Spektrometers befestigt werden konnte. Dadurch war eine gute Einstellung von *D* mitten in das kreuzförmige Röntgenstrahlenbündel möglich. Der Abstand Kreuzspalt–Drehspalt betrug 1,55 cm.

b) Justierung des Drehspaltes

Zu diesem Zwecke wurde ein Nadelkreuz, das auf einer dreikantigen Messinghülse saß, mit ihr auf die Spektrometerachse gesetzt. Die vertikal stehende Nadel war auf die Hülse so aufgesetzt, daß sie in der Spektrometerachsenverlängerung sich befand. Ein Kriterium dafür war die Stellung des Nadelschattens auf einem vertikal hinter die Nadel gestellten Papierschirmchen, wenn die Spektrometerachse gedreht und die Nadel durch ein Lämpchen senkrecht zum Schirm bestrahlt wurde. Dieses Nadelkreuz war so dünn, daß sein Schattenbild den 1,15 mm breiten Drehspalt nicht auszufüllen vermochte, was für die weitere Justierung von Wichtigkeit ist. Das Kreuz kam auf eine solche Höhe, daß es in der Mitte des Röntgenstrahlenbündels stand, das vom Kreuzspalt ausging. Diese Einstellung geschah mit einem Fluoreszenzschirm. Mit einer passenden Unterlegscheibe konnte das Nadelkreuz immer mit einem Griff auf diese gewünschte Höhe gebracht werden. Nun wurde es mit parallelem Licht einer kleinen Bogenlampe beleuchtet, die in der Richtung des primären Röntgenstrahles, 214 cm vom Kreuzspalt entfernt, stand. Ihr Licht durchlief den Weg des unsichtbaren Röntgenlichtes im umgekehrten Richtungssinn dann, wenn der Nadelkreuzschatten mitten auf

den Kreuzspalt fiel. Jetzt wurde D an einem Spektrometerarm vor dem Kreuzspalt festgeschraubt und mit den beiden Schlitten so eingestellt, daß bei seiner horizontalen und vertikalen Stellung der Nadelkreuzschatten mitten im Lichtbild des Spaltes lag. Das Lichtbild war auf dem Aluminiumfenster des Rohres zu beobachten.

Daß wirklich bei beiden Stellungen des Drehspaltes ein gleich intensives Röntgenstrahlenbündel ausgeblendet war, also keinerlei Abschattierungen im Strahlengang vorlagen, bewiesen die gleich großen Ionisationsströme in der luftgefüllten I.-K. III. Ihre Stirnseite stand 145 mm von der Spektrometerachse entfernt und I.-K. III war den I.-K. I und II völlig gleich in bezug auf Dimensionierung und Material. Nur hatte sie an der Stirnfläche eine runde, mit Aluminiumfolie (0,008 mm) bedeckte Öffnung von 4,2 cm Durchmesser für den Eintritt des primären Strahlenbündels.

Ein an die Öffnung gehaltener Fluoreszenzschirm zeigte an, daß sie das ganze primäre Strahlenbündel aufnahm. Gleiches bestätigte eine einfache geometrische Überlegung, bei welcher ein Brennfleckdurchmesser von 1 cm angenommen war. Die Ränder des Bündels mußten aber nach dieser Berechnung beim Durchlaufen der I.-K. III die Wandung, und bei horizontaler Lage von D auch die Elektrode treffen. Um sicher zu sein, daß letzteres bei den Kontrollmessungen der Drehspaltstellung keinen merklichen Fehler bewirkte, wurde die I.-K. III einmal durch eine vorn aufgesetzte Blechbüchse erweitert. Sie war 12 cm lang und hatte einen Durchmesser von 8 cm. Die Kammerelektrode war entsprechend nach vorne verlängert und die runde Öffnung von 8 cm Durchmesser mit 0,008 mm Aluminiumfolie bedeckt.

Die folgende Tab. 1 zeigt je eine Kontrollmessung des Drehspaltes. 1. Mit gewöhnlich benutzter I.-K. III und 2. mit erweiterter I.-K. III. Die Rohrspannung betrug bei beiden Versuchen 6,73 Kilovolt.

Tabelle 1

D	1. I.-K. III	2. I.-K. III erweitert
	$t \cdot i$	$t \cdot i$
v	620	455
h	631	453
v	628	448

Bei diesen Messungen wurden die Zeiten t gestoppt, die für einen bestimmten Elektrometerausschlag (z. B. 15 oder 20 Skalenteile) nötig waren.

i = mittlere Stromstärke im Rohr während der Zeit t .

D = Stellung des Drehspaltes (horizontal oder vertikal) beim Versuch.

Das Produkt $t \cdot i$ ist ein Maß für die Größe der Ionisationsströme. Tab. 1 zeigt die Gleichheit von $i \cdot t$ bei horizontaler und vertikaler Stellung von D sowohl bei gewöhnlich benutzter, als auch bei erweiterter I.-K. III. Dies ist ein Beweis dafür, daß die beschriebene Asymmetrie keine merkliche Intensitätsfälschung der primären Strahlenbündel in I.-K. III bewirkt.

5. Der Steinsalzkristall und seine Aufstellung

a) Beschaffenheit von Kri.-platte und Kri.-halter

Damit das ziemlich divergente, primäre Röntgenstrahlenbündel von dem Steinsalzkri. völlig aufgenommen werden konnte, wurde eine Kri.-platte benutzt von der Größe: $2,65 \cdot 2,9 \cdot 0,3 \text{ cm}^3$. Sie wurde durch Spaltung aus einem Steinsalzquader gewonnen, die Würfelfläche von der Firma Dr. Steeg und Reuter geschliffen und dann, wegen der hygroskopischen Eigenschaft von diesem NaCl, mit einer sehr dünnen Zaponlackschicht überzogen.

Wichtig für die Meßmethode war, daß der Kri. das ganze primäre Bündel aufging. Außer durch Rechnung konnte dies experimentell festgestellt werden. Dazu wurde der Kri.-halter, welcher die am Kri. vorbeigegangene Strahlung aufhielt, vom Spektrometer genommen. Eine leichte, dünne Glasplatte von derselben Oberfläche wie der Kri., die nur auf einem dünnen, hohen Bleidraht ruhte, kam an dessen Stelle auf das Spektrometer. Die weitgeöffnete Stirnfläche der erweiterten I.-K. III (in Abschnitt 4b dieses Kapitels näher beschrieben) war $2,5 \text{ cm}$ von der vertikal stehenden Glasplatte entfernt, und fast alle an dieser vorbeigehende Strahlung konnte in die I.-K. III gelangen. Nur der Drahtstift warf einen geringen Schatten. Der Versuch, bei $6,73 \text{ Kilovolt}$ ausgeführt, zeigte, wie aus Tab. 2 zu entnehmen ist, daß sowohl bei der 45° -Stellung, als auch bei Drehung der Platte um $\pm 4,7^\circ$ praktisch keine Strahlung am Kri. vorbeiging. Bei den Polarisationsversuchen war die Drehung des Kri., bei welcher er nicht mehr merklich in die I.-K. reflektierte, nur $\pm 3,4^\circ$.

Tabelle 2

D stand vertikal, Spannung 6,73 Kilovolt.

<i>w</i>	<i>e</i>	<i>i</i>	<i>t</i> Sek.	$\frac{e}{i \cdot t} \cdot 10^5$
45°	2,0	556	104,2	3,45
45° ¹⁾	1,0	536	101,2	1,85
45° + 4,7°	2,0	566	107,2	3,30
45° - 4,7°	2,0	560	119,0	3,00
Glasplatte entfernt	60,0	560	10,2	1050,0
45°	2,0	550	101,8	3,55

w = Winkel, den der primäre Strahl mit der Glasplatten-normalen bildet.

e = Ausschlag im Elektrometer in Skalenteilen.

i = mittlere Stromstärke im Rohr während *t*.

t = Zeit, die nötig war, um *e* zu erzeugen.

$\frac{e}{i \cdot t}$ = ein Maß für die Intensität der Strahlung.

Aus Tab. 2 kann entnommen werden, daß nur 0,33 Proz. der gesamten Primärstrahlung den Kri. nicht trafen. Dies trifft zu für die Stellung des Kri. bei der Reflexion in I.-K. I. Hiermit ist aber auch für die Kri.-stellung bei Reflexion in I.-K. II gesagt, daß kein nennenswerter Primärstrahlenbetrag am Kri. vorbeiläuft. Das geht daraus hervor, daß

1. die Brennfleckform in der Primärstrahlenrichtung gesehen rund erschien (Beweise siehe Kapitel VI),

2. der Kri., um in I.-K. II zu reflektieren, um den Primärstrahl als Achse gedreht wurde.

Damit das letztere ausgeführt werden konnte, war der Kri. auf dem in Fig. 4 abgebildeten Kri.-halter befestigt. Dieser saß mittels der dreikantigen Messinghülse *B* fest auf der Spektrometerachse *A*. Im Schnitt gesondert gezeichnet ist der Messingrahmen *M* mit der Drehvorrichtung für die kleinen Schwenkungen des Kri. um die Achse *O*. *M* trug senkrecht zur Längsrichtung von *O* eine eiserne Achse *N*, die ihr Lager in dem Messingzylinder *P* hatte. Damit war eine Drehung von *M* und somit des Kri. um die Achse *N* möglich. Mit Hilfe von zwei einstellbaren Anschlägen *R* und *R'* konnten die beiden Hauptstellungen des Kri. sofort erhalten werden. In diesen reflektierte er das Primärbündel einmal horizontal in die Achse von I.-K. I und das zweite Mal vertikal in die Achse von I.-K. II.

1) Bei diesem Versuch hinderte ein Al-Blech die eine Hälfte der vorbeigehenden Strahlung am Eintritt in I.-K. III.

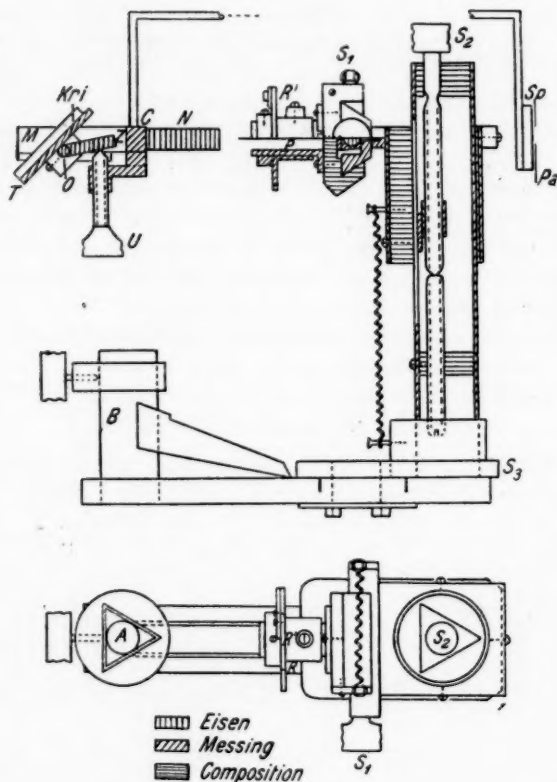


Fig. 4. Kristallhalter

b) Justierung von Kri.-halter und Kri.

Dabei war zu beachten:

1. daß die Drehachse N in die Richtung des primären Röntgenbündels fiel,
2. daß die Mitte der Würfelfläche in der Drehachsenrichtung und somit in der Mitte des primären Röntgenbündels sich befand,
3. daß die Würfelfläche des Kri. bei vertikaler Stellung in der Verlängerung der Spektrometerachse A lag.¹⁾

1) Über die Einzelheiten der Justierung von Kri.-halter und Kri. vgl. Paul Ott, Dissertation 1927 bei Ambrosius Barth, Leipzig.

6. Die Ionisationskammern

a) Beschaffenheit und Dimensionierung

Die I.-K. I und II bestanden aus einem 20,2 cm langen Aluminiumrohr von 4,8 cm Innendurchmesser. Vorder- und Rückseite der Kammern trugen Al-Kappen, in deren Mitten Spaltöffnungen eingefeilt waren. Die Spalte an den Stirnflächen waren 5,5 mm breit und 34,5 mm hoch und mit Aluminiumschaum bedeckt. Die hinteren Spaltöffnungen waren mit dickerer Al-Folie (0,007 mm) verschlossen. Der Rauminhalt der Kammern betrug 366 cm³. Die seitlich isoliert eingeführten Al-Elektroden, in jeder Kammer eine, waren 14 cm lang, 0,5 cm breit und 0,3 mm dick und standen in 1 cm Abstand von der Kammerwand. Beide Kammern waren mit Luft gefüllt.

b) Einstellung

Die I.-K. I, die beweglich um die Spektrometerachse war (Braggsches Spektrometer), wurde in Fluchtstellung gebracht. Ihre Längsachse stand senkrecht zur Spektrometerachse. Die senkrechte Stellung der Spektrometerachse zur primären Röntgenstrahlenrichtung und die Einstellung der I.-K. I auf eine solche Höhe, daß die Mitte des Röntgenstrahles mit ihrer Längsachse zusammenfiel, wurden vor den Drehspalt- und Kri.-halterjustierungen ausgeführt. Dazu kam das Nadelkreuz auf die Spektrometerachse. Die I.-K. I wurde der Höhe nach so lange verstellt und das Spektrometer durch Stellung seiner Fußschrauben gekippt, bis der Nadelkreuzschatten, der in der Mitte des kreuzförmigen Röntgenstrahlenbündels saß, an Stirn- und Rückfläche der I.-K. in die Mitte der Spalte fiel. Die Beobachtung geschah mit einem Fluoreszenzschirm.

Die genaue Fluchtstellung der I.-K. I wurde erhalten, indem diese schrittweise durch das primäre Röntgenbündel geführt und die Ionisationsströme für die einzelnen Kammerstellungen bestimmt wurden. Das Maximum der so erhaltenen Intensitätsverteilung des primären Bündels ergab die Fluchtstellung. Aus dieser wurde I.-K. I um 90° am Spektrometerkreis gedreht und festgeklemt.

Die I.-K. II, deren Längsachse in die Spektrometerachsenverlängerung fallen mußte, war an einem starken Messingarm befestigt. Er ließ kleine Verstellungen der Kammer nach allen

Richtungen zu. Dieser Arm war an das Spektrometer angeschraubt. Indem die Längsachse der I.-K. II, definiert durch die Mittelpunkte ihrer beiden Spalte, mit der Spektrometerachse zur Deckung gebracht wurde, war die Stellung der I.-K. II grob richtig. Zur Erleichterung waren die Spaltmitten durch Kreuzungspunkte geeignet dicker Drähte markiert. Wichtig war, daß die Abstände vom Kri. zu den beiden I.-K. gleich groß gemacht wurden. Sie betrugen 125 mm und waren auf 1 Proz. gleich.

Der Kri.-halter mit Kri. wurde nun so auf die Spektrometerachse gesetzt, daß die Drehachse N mit dem Röntgenstrahl zusammenfiel. Ein Bündel sichtbarer Strahlen fiel durch D in der X-Strahlenrichtung auf den Kri. Mit der Schraube U wurde der Kri. so gestellt, daß er in eine der Kammern, durch die Mitte beider Spalte, das Lichtbündel reflektierte. Dann wurde der Kri. um N als Achse um 90° gedreht und falls die Reflexion in die andere Kammer keine genügende war, die letztere um den entsprechenden kleinen Winkel verstellt, bis auch bei dieser Kammer das Lichtbündel durch die Mitten beider Spalte hinreichend genau reflektiert wurde.

Die Anschläge R und R' am Kri.-halter wurden so eingestellt, daß das reflektierte Drehspaltbildchen in die Mitte der Längsausdehnung der I.-K.-spalte fiel, wenn die Anschläge erreicht wurden. Die durch diese Anschläge bewirkte Drehung des Kri. um den Röntgenstrahl betrug daher nicht exakt 90° .

Besonders geachtet wurde noch auf die parallele Stellung der vorderen I.-K.-spalte zu dem reflektierten Lichtbild des Drehspaltes. Beobachtet konnte dies auf einem Seidenpapierschirmchen werden.

Weil das reflektierte Lichtbildchen auch im hinteren Spalt der I.-K. I und II auf einem dazwischengehaltenen, durchsichtigen Schirmchen zu sehen war, war ein axialer Strahlengang in den Kammern in weitgehendem Maße gesichert.

7. Das I.-K.-system mit dem Elektrometer

Die kürzesten Verbindungen der Elektroden der I.-K. I u. II miteinander und mit dem Faden des Elektrometers (1) bildeten das System, welches der in den Kammern erzeugte Ionisations-

strom aufladen mußte. Die Kapazität betrug 66 cm nach einer Bestimmung mit dem Harmsschen Kondensator. Dabei war die Elektrometerempfindlichkeit $\frac{1}{270}$ Volt/Skt. Die Verbindungsdrähte liefen elektrostatisch geschützt in geerdeten Metallröhren und die Wandungen der I.-K. I und II waren auf ± 200 Volt geladen. Bei diesem Potential war in den Kammern Sättigungsstrom erreicht.

Daß die beiden I.-K. auf entgegengesetzte Spannung gebracht waren, hatte seinen Grund im Vorhandensein einer Eigenionisation der Kammern, die bei der genannten Elektrometerempfindlichkeit und entsprechender Aufladezeit schon in die Erscheinung trat. Wurde eine I.-K. durch Erdung der Wand wirkungslos gemacht, so betrug der durch die Eigenionisation in der anderen Kammer erzeugte Ausschlag im Mittel 0,35 Skt. pro Minute bei $\frac{1}{270}$ Volt/Skt. Elektrometerempfindlichkeit, oder 10 000 Elementarquanten pro Sekunde.

Berechnet man die Eigenionisation auf Grund des Volumens (366 cm^3) und der Oberfläche (305 qcm) einer Kammer aus Angaben, welche G. Hoffmann¹⁾ gemacht hat und wonach sie sich aus der Wirkung der durchdringenden Strahlung und aus der α -Strahlenwirkung der Wand zusammensetzt, so kommt man zu dem Werte 4000 Ionen pro Sek. Die größenordnungsmäßige Übereinstimmung des berechneten und experimentell gefundenen Wertes beweist, daß tatsächlich hier die natürliche Luftionisation eine Rolle spielt. Durch keinerlei Behandlung der Kammerwandungen konnte die Eigenionisation heruntergedrückt werden.

Bei gleichem Vorzeichen des Potentials an I.-K. I und II verdoppelte sich der Gang, und 0,7 Skt./min ist $\frac{1}{3}$ des Ausschlages der maximalen Reflexionsintensität bei einer Rohrspannung etwa 150 Volt über dem Minimumpotential für den untersuchten Wellenlängenbereich (vgl. Fig. 14). Um daher diesen relativ großen Gang zu beseitigen, wurden die Kammern auf entgegengesetzt gleiches Potential gebracht. In letzterem Falle schwankte er um einige Zehntel Skalenteile um den Nullpunkt innerhalb einiger Minuten. Die durch diese Gangschwankungen in die Messungen kommenden Fehler konnten nur durch Häufung der Messungen ausgeglichen werden.

1) G. Hoffmann, Ztschr. für Physik 25. Heft 3. S. 179. 1923.

Eine Elektrometerempfindlichkeit über $\frac{1}{300}$ Volt/Skt. wurde bei den Polarisationsmessungen nicht benutzt, da sonst der Faden zu labil wurde und die Nullpunktswanderungen in längeren Zeiten große Werte annahmen. Wiederholte Prüfungen der Abhängigkeit der Elektrometerausschläge von den Ladungsmengen, die auf das System gebracht wurden, ergaben Proportionalität. Es kamen bei den Pol.-messungen nur Elektrometerausschläge von höchstens 10 Skalenteilen in Frage.

IV. Die Meßmethode

Die Bestimmung der unter 90° zum primären Röntgenstrahl von NaCl reflektierten Intensitäten eines schmalen Wellenlängenbereichs $\Delta\lambda$ einmal parallel, das zweite Mal senkrecht dem Kathodenstrahl im Röntgenrohr, machte die Benutzung eines in der primären Strahlenrichtung rund erscheinenden Brennfleckes, von zentrisch symmetrischer Intensitätsverteilung wünschenswert. Denn nur bei einem so beschaffenen Brennfleck als Strahlungsquelle konnte der Spalt $S_1(D)$ bei horizontaler und vertikaler Stellung ein gleich breites Röntgenlichtbündel von gleicher Intensitätsverteilung ausblenden. Durch die schon erwähnte 45° -Stellung der Antikathodenoberfläche zum Kathoden- und Röntgenstrahl war diese Forderung in weitgehendem Maße zu erfüllen. Den besten Beweis liefern die unter den günstigsten Intensitätsverhältnissen aufgenommenen Reflexionskurven bei Pt als A.-K., auf welche weiter unten näher eingegangen wird. Die Annehmlichkeit des schmalen, intensiven Brennfleckes, wie er bei streifendgestellter A.-K. erhalten werden kann, ein wenig divergentes, primäres Röntgenstrahlenbündel zu erzeugen, fiel weg. Das primäre Bündel war zu breit, um von dem I.-K.-spalt S_2 nach der Reflexion voll aufgenommen zu werden. Dieser Umstand schrieb die Meßmethode der Reflexionsintensitäten vor.

Die Breiten von S_1 und S_2 bestimmten den Wellenlängenbereich $\Delta\lambda = 0,055 \text{ \AA}$, welcher in die Kammern gestrahlt wurde. Die Braggsche fokussierende Bedingung, nach welcher der Abstand S_1 -Kri. gleich dem Abstand S_2 -Kri. sein muß, war in weitgehendem Maße erfüllt. Abstand S_1 -Kri. = 116 mm, Abstand S_2 -Kri. = 124 mm. Daher reflektierte der Kri. in Stellungen, die um kleine Winkel von der 45° -Stellung ab-

wichen, immer die gleiche Wellenlänge an dieselbe Stelle des I.-K.-spaltes. Nur stammte diese Wellenlänge jeweils von einem anderen Ort des Brennfleckes. Durch die kontinuierliche Kri.-drehung konnte somit von jedem Punkte des Brennfleckes das dort erzeugte $\Delta\lambda$, in dem Maße, als es im primären, von S_1 ausgeblendeten Strahlenbündel enthalten war, mit der Zeit in der Kammer zur Messung kommen. Die I.-K. stand immer fest.

Das äußerst angenehme Verfahren, daß der Kri. kontinuierlich durch den Bereich, in dem er reflektiert, gedreht wird und das Elektrometer die Integration der Strahlungsintensitäten von den einzelnen Stellen des Brennfleckes selbst ausführt, war leider wegen zu geringer Intensitäten nicht anzuwenden.

Statt dessen wurde der ganze Reflexionsbereich, der $6\frac{3}{4}^\circ$ Kri.-drehung groß war, in Schritten von etwa $0,4^\circ$ bis $0,8^\circ$ durchlaufen. In den einzelnen Stellungen strahlte eine definierte Zeit (1 bis 4 Min.) der Kri. in die I.-K. Der dadurch erzeugte Elektrometeraussschlag kam bei jeder Kri.-stellung zur Ablesung. Die einzelnen Kri.-lagen konnten nach einem Lichtzeiger auf einer Skala an der Wand eingestellt werden, der von einem auf der Drehachse O sitzenden Spiegelchen dorthin geworfen wurde. Indem als Abszissen die Kri.-stellungen (Teilstiche der Wandskala), als Ordinaten die auf konstante Empfindlichkeit und konstanten Rohrstrom reduzierten Elektrometeraussschläge aufgetragen wurden, konnte durch die so erhaltenen Punkte eine Verteilungskurve gelegt werden. Ihre abfallenden Äste erreichten nicht den Wert Null, sondern endeten auf einer konstanten Basis. Diese wurde durch Streustrahlung erzeugt, die, unabhängig von der Kri.-stellung, immer den gleichen Betrag besaß und der Messung allein zugänglich war, wenn der Kri. außerhalb seines Reflexionsbereichs stand. Die Streustrahlung setzte sich aus zwei Arten zusammen, nämlich aus der Fluoreszenzstrahlung des Kri. und aus dem vom Rohr kommenden Gemisch von Brems- und Eigenstrahlung der Antikathode, das an der durchlaufenen Luft und am Kri., als Folge seines nicht idealen Gitterzustandes, gestreut wurde. Die Fläche F oberhalb dieser Basis bildet ein Maß der Intensität des unter einem Glanzwinkel von etwa 45° reflektierten Wellenlängenbereichs $\Delta\lambda$.

V. Gang der Messungen

1. Nachdem das Röntgenrohr gute Wasserstoffatmosphäre hatte und die Rohrspannung und Stromstärke konstant waren, wurde die Prüfung der Drehsplattstellungen durch den Intensitätsvergleich des primären Strahlenbündels in I.-K. III bei horizontalem und vertikalem D vorgenommen. Die Angabe einer Messung vgl. Kapitel III, 4b. Dabei war der Kri.-halter vom Spektrometer entfernt. Die Intensitätsgleichheit war immer auf 1 Proz. genau erfüllt.

2. Zwischen Drehsplatt und I.-K. III kam nun der Kri.-halter auf den Spektrometerzapfen, wobei die Drehachse N im primären Röntgenstrahl lag. Die unter IV beschriebene, schrittweise Kri.-reflexionsmessung wurde hierauf ausgeführt. Für eine bestimmte Kri.-stellung, die nahe dem Reflexionsmaximum lag, kam zuerst die Reflexionsintensität senkrecht zum Kathodenstrahl zur Beobachtung. Dabei stand der Drehsplatt horizontal und ein Schieber aus Al-Blech, von etwa 2 mm Dicke, schloß die I.-K. I, während I.-K. II in Tätigkeit war. Der Elektrometerrausschlag ging bei Benutzung dieser Kammer nach der rechten Seite von der Nullage des Fadens aus. Erst wurde die Empfindlichkeit des Elektrometers geprüft, dann das aufzuladende System enterdet und nun begann der Faden sehr langsam zu wandern. Bei der ersten günstigen Ablesemöglichkeit, an der Skala im Mikroskop des Elektrometers, wurde seine Stellung bestimmt und gleichzeitig eine Stoppuhr in Tätigkeit gesetzt. Nach jeder Minute, nach der Stoppuhr angezeigt, geschah eine Ablesung der Fadenstellung. Die Aufladezeiten betrugen bei den Versuchen 1 bis 4 Minuten. Bei Messungen, die mehrere Minuten dauerten, konnte somit die Proportionalität der Aufladung mit der Zeit geprüft und etwa auftretende Elektrometermängel ausgeglichen werden. Durch Erdung des Systems erreichte der Faden wieder seine Nullage, die sich bei den angewendeten Elektrometerempfindlichkeiten während der Aufladezeiten nie merklich änderte. Die Prüfung und Regulierung der Rohrspannung, nach Angaben des Hochspannungsvoltmeters, geschah bei jeder Elektrometermessung. Der Rohrstrom, der während mehrerer Minuten sich nur um wenige Prozente stetig änderte, wurde immer zu Anfang und nach jeder Minute der Messung abgelesen.

Unmittelbar an diese Messung schloß sich, für die gleiche Winkelstellung des Kri. zum Primärstrahl, die Vergleichsmessung in der I.-K. I an, durch welche die Reflexionsintensität parallel den Kathodenstrahlen gewonnen wurde. Dazu mußten: a) der Drehsplatt vertikal gestellt, b) der Kri. um 90° um N gedreht, c) der Al-Schieber von I.-K. I geöffnet und der von I.-K. II dafür geschlossen werden. Nun zeigte das Elektrometer einen Ausschlag nach links an. In dieser Weise wurde durch den ganzen Reflexionsbereich durchgemessen, indem abwechselnd Kri.-stellungen rechts und links vom Reflexionsmaximum aufgesucht wurden.

3. Eine Kri.-drehung aus dem Reflexionsbereich, nach beiden Seiten um einige Grade, erlaubte nun die Messung der Streustrahlung. Diese Kri.-lagen sind in den Kurvenblättern durch $\pm \infty$ bezeichnet.

4. Hierauf wiederholten wir ein oder zwei Werte im Maximum der Reflexion um zu sehen, ob das Rohr nach stundenlangem Betrieb noch mit der gleichen Strahlenausbeute arbeitete. Dies war immer durchaus der Fall.

5. Zeitlich über die Messungen verteilt, wurde öfters das Elektrometer durch die Beobachtung seines Ganges kontrolliert. Dazu kam ein dickes Al-Blech, das die X-Strahlen völlig abschirmte, zwischen Kreuz- und Drehsplatt und der Elektrometerfaden wurde dann enterdet. In fast allen Fällen war ein Gang nicht meßbar und es traten nur Schwankungen, im Sinne der früher besprochenen, von einigen Zehntel Skalenteilen um die Nullage auf.

6. Zum Schluß wurde der Kri. mit seinem Halter vom Spektrometer heruntergenommen und die Lage des Drehsplattes, wie unter 1 beschrieben, nochmals geprüft.

VI. Die Definition des Polarisationsgrades

Die Intensitätsmessungen, in der oben beschriebenen Weise ausgeführt, lieferten immer gleichzeitig zwei Intensitätsverteilungskurven, entsprechend den Reflexionen von $\Delta\lambda$ in die beiden Kammern. Wird die Fläche, die von der Verteilungskurve und der Basislinie eingeschlossen wird, mit F_1 bzw. F_2 bezeichnet, entsprechend den Messungen in den

I.-K. I und II, so soll in dieser Arbeit unter dem Polarisationsgrad stets das Flächenverhältnis $f = \frac{F_2}{F_1}$ verstanden werden.

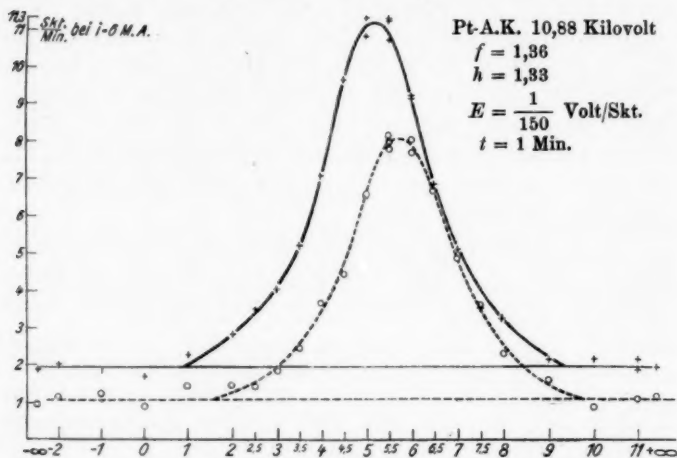


Fig. 5

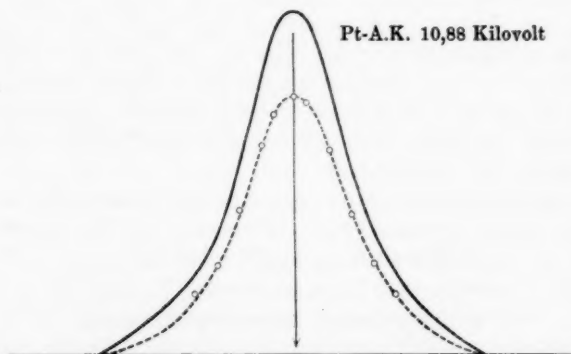


Fig. 6

Die günstigsten Intensitätsverhältnisse waren bei der höchsten Spannung 10,88 Kilovolt und bei der Verwendung von Pt als Antikathodenmetall gegeben. Wie eine bei diesen Versuchsbedingungen vorgenommene Messung zeigt (Fig. 5),

sind die gemessenen 2 Reflexionskurven einander völlig ähnlich. Um dies einzusehen, wurden beide Kurven auf gleicher Basislinie übereinander gezeichnet und die obere, im Verhältnis der Maxima beider, auf die Größe der unteren Kurve reduziert. Die reduzierten Punkte liegen alle sehr befriedigend auf der zweiten Kurve (Fig. 6). Neben einer Anzahl von Lochblendenaufnahmen, die nur eine ungenaue Beurteilung von Form und besonders von der Intensitätsverteilung des Brennfleckes erlauben, kann dies als Beweis für das Vorhandensein der in Kapitel IV gewünschten Brennfleckeeigenschaften angesehen werden. Es ist daher erlaubt auch das Verhältnis h der Kurvenmaxima über den Basislinien, das bei tieferen Spannungen nur allein mit Sicherheit zu erfassen war, als Polarisationsgrad zu betrachten.

VII. Die Polarisationsversuche

Bei den Intensitätskurven, zur Bestimmung der Polarisationsverhältnisse für die verwendeten Antikathodenmetalle bei verschiedenen Spannungen, sind die mit Kreisen bezeichneten Punkte in I.-K. I, die Kreuzpunkte in I.-K. II gemessen. Der Reflexionsbereich ist bei allen Kurven annähernd gleich groß und erstreckt sich vom Skalenstrich 1—9, was einer Kri.-drehung von $6\frac{3}{4}^{\circ}$ gleichkommt. Als Ordinaten sind die Elektrometerausschläge pro Minute, reduziert auf die angegebene Rohrstromstärke i und auf die Elektrodenempfindlichkeit E , aufgetragen. t bedeutet die Aufladezeit des Elektrometers, die bei der betreffenden Messung zur Gewinnung der Kurvenpunkte benutzt wurde.

Als Beispiel für die Messungen der Kurvenpunkte, die wie in Kapitel V beschrieben ausgeführt wurden, seien in Tab. 3 ausführlich die Aufzeichnungen aus den Beobachtungsheften für einige Punkte wiedergegeben.

a) Für die Punkte m und n auf Fig. 10. Bei diesem Versuch wurde eine Pt-Antikathode verwendet, die Rohrspannung betrug 6,73 Kilovolt und die Elektrometeraufladezeit $t = 2$ Min.

b) Für die Punkte p und q auf Fig. 13. Dieser Versuch wurde mit Pt-A.K. und bei 6,35 Kilovolt Rohrspannung ausgeführt. Die Elektrometeraufladezeit betrug 3 Min.

Tabelle 3

	Kurven- punkt	Volt E' Skal.	Kri.St.	I.-K.	τ	s	\tilde{s} MA.	e	\tilde{e} MA.	$\frac{e \cdot \tilde{e}}{e_r \cdot t}$
a)	m	$\frac{1}{270}$	5,0	II	0'	0,0	6,80	7,2	6,80	3,18
					1'	-3,1	6,80			
					2'	-7,2	6,80			
	n	$\frac{1}{270}$	5,0	I	0'	+1,0	6,70	3,2	6,68	1,44
					1'	+2,8	6,70			
					2'	+4,2	6,64			
b)	p	$\frac{1}{270}$	5,5	II	0'	-1,0	6,60	7,5	6,35	2,36
					1'	-3,4	6,50			
					2'	-5,9	6,20			
					3'	-8,5	6,10			
	q	$\frac{1}{270}$	5,5	I	0'	+0,3	6,10	3,0	6,03	0,99
					1'	+1,5	6,00			
					2'	+2,3	6,00			
					3'	+3,3	6,00			

In Tab. 3 bedeuten:

E' Die Elektrometerempfindlichkeit bei der Aufnahme des betreffenden Punktes.

Kri.St. Die Kristallstellung, welche durch den Lichtzeiger auf der Skala an der Wand angezeigt wurde.

I.-K. Die benutzte I.-K.

τ Die einzelnen Minuten während der Messung eines Punktes.

s Die zu den Zeiten τ abgelesenen Fadenstellungen des Elektrometers, wobei Ausschläge nach rechts negativ, nach links positiv gerechnet wurden.

\tilde{s} Die Rohrstromstärke zur Zeit τ .

e Der gesamte Elektrometersausschlag während der Gesamtaufladezeit t .

\tilde{e} Mittlere Stromstärke während t Sekunden.

$e_r = \frac{e \cdot \tilde{e} \cdot E}{t \cdot \tilde{s} \cdot E'}$ reduzierter Elektrometersausschlag, der als Ordinate in den Kurvenblättern aufgetragen wurde.

Für die Punkte m, n, p, q war zufällig $E' = E$ (Elektrometerempfindlichkeit, auf die alle Kurvenpunkte der Kurvenblätter Fig. 10 und 13 reduziert sind).

Die Proportionalität des Elektrometerausschlages mit der Zeit ist, wie aus diesen Beispielen zu entnehmen ist, immer weitgehend für die Messung jedes Punktes erfüllt.

1. Cu als Antikathode

Zuerst wurde der Polarisationsgrad bei einer Rohrspannung von 10,83 Kilovolt an zwei aufeinanderfolgenden Tagen gemessen. Eine 8 Tage später gemachte Wiederholung des Versuches zeigt Übereinstimmung mit den früheren Werten. Die Resultate sind aus Tab. 4a zu entnehmen und Fig. 7 gibt das Bild einer Messung im einzelnen.

Tabelle 4a

Kilovolt	h	f	$A_{\text{Skt.}}^1)$	$E \frac{\text{Volt}}{\text{Skt.}}$	$i_{\text{MA.}}$	$t_{\text{Min.}}$	Bemerkungen
10,88	1,43	1,51	7,5	$\frac{1}{290}$	6	1	Fig. 7
10,88	1,23	1,30	7,5	$\frac{1}{310}$	6	1	
10,88	1,36	1,40	7,3	$\frac{1}{270}$	6	1	
Mittel:	1,34	1,40					
10,88	0,66	1,20	6,0	$\frac{1}{270}$	6	1	A.K. auf Flucht gestellt. Fig. 8
7,34	1,86	—	3,3	$\frac{1}{310}$	8,3	3	

Bei tieferen Spannungen, 8,59 Kilovolt, 7,34 Kilovolt und 6,73 Kilovolt wurden nur noch die Maxima der Intensitätskurven gemessen, da die Intensitäten nur noch sehr gering waren. Dabei brachten wir den Kri. in die aus den Messungen bei 10,88 Kilovolt bekannte Maximumstellung der Reflexion und mehrmals wurden bei dieser Stellung des Kri. seine Re-

1) A = maximaler Ausschlag im Elektrometer pro Minute, wenn I.-K. II in Tätigkeit, bei Rohrstrom i MA. und Elektrometerempfindlichkeit E .

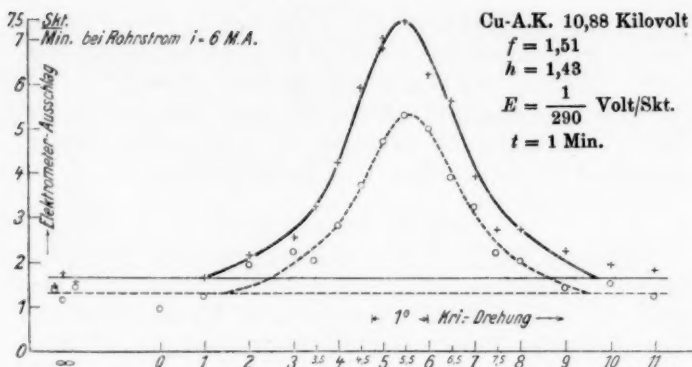


Fig. 7

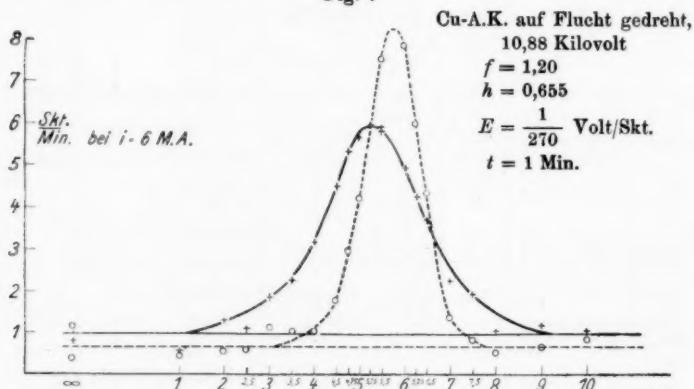


Fig. 8

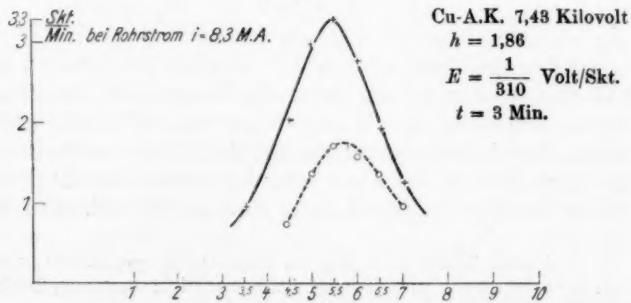


Fig. 9

flexionsintensitäten in den beiden Kammern beobachtet. Dann kam der Kri. sofort außer Reflexionsstellung, um die Streustrahlung bestimmen zu können. Bei den Messungen mit 7,34 Kilovolt war diese nicht mehr bestimmbar. Prüfungen des Elektrometers auf den Gang wurden nicht versäumt. Tab. 4b zeigt eine Zusammenstellung der Ergebnisse dieser Maximamessungen.

Daß sich im Höhenverhältnis h der Kurvenmaxima weitgehend das Flächenverhältnis f ausdrückt, zeigt der Vergleich des Mittelwertes aus sämtlichen Höhenverhältnissen h bei 10,88 Kilovolt mit dem Mittelwert der Flächenverhältnisse f . Sie verhalten sich wie 1,34:1,40.

Tabelle 4b

Kilovolt	h	Mittelwert
10,88	1,43	1,38
10,88	1,23	
10,88	1,41	
10,88	1,47	
10,88	1,36	
8,59	1,70	1,69
8,59	1,68	
7,34	2,14	2,00
7,34	2,02	
7,34	2,20	
7,34	1,85	
7,34	1,91	
7,34	1,97	
7,34	1,91	2,37
6,73	2,19	
6,73	2,38	
6,73	2,32	
6,73	2,64	
6,73	2,32	

Wichtig ist noch der Beweis, daß bei der Spannungsänderung keine merkliche Änderung der Lage der Reflexionsmaxima eintrat, was etwa infolge einer Fokusverlagerung möglich wäre. Deshalb wurden bei 7,34 Kilovolt nach beiden Seiten von der Kri.-stellung 5,5 einige Werte aufgenommen, welche auch bei dieser tiefen Spannung die unveränderte Lage der Maxima anzeigen (vgl. Fig. 9). Der Wert für h ergibt sich aus dieser letzten Messung zu 1,86.

Zur Prüfung der Genauigkeit der Justierung fand eine Härtebestimmung der Strahlen statt, welche in die beiden I.-K. reflektiert wurden. Die Filterwirkung einer Aluminiumfolie wurde zu diesem Zwecke gemessen, indem diese vor die I.-K.-Spalte gebracht wurde. Die Foliendicke war mit einem Zeiss'schen Dickenmesser zu 0,02 mm bestimmt. Diese Filterversuche ergaben für die mittlere Wellenlänge der in die I.-K. I kommenden Strahlung den Wert $\lambda = 1,97 \text{ \AA}$. Für die in die I.-K. II reflektierte Strahlung wurde nach dieser Methode ein mittlerer Wellenlängenwert von $\lambda = 1,99 \text{ \AA}$ erhalten. Der λ -Wert, welcher sich aus der Reflexion an der Würfelfläche von NaCl, unter einem Glanzwinkel von 45° , in 2. Ordnung errechnet, beträgt $1,99 \text{ \AA}$.

Am Schluß der Messungen mit Cu-A.K. stellten wir diese in Flucht, so daß ihre Oberfläche nur einen Winkel von $7,4^\circ$ mit dem austretenden X-Strahl bildete. Dadurch war die Brennfleckform stark zu einer Ellipse mit vertikal stehender großer Achse verzerrt und der Reflexionsbereich in die I.-K. I mußte sich entsprechend verkürzen. Die maximale Intensität in dieser Kammer mußte aber steigen, und zwar wegen des zusammengedrückten primären Bündels auf einen kleineren Winkelbereich in der horizontalen Ebene. Fig. 8 gibt die Messung wieder, und trotz der starken Verschiedenheit der beiden Kurvenformen wird doch ein Pol.-grad 1,2 durch den Flächenvergleich erhalten.

2. Pt-Antikathode

Die Intensitätsausbeute der Röntgenstrahlung war natürlich, dem höheren Atomgewicht von Pt entsprechend, größer als bei Cu als Antikathode und so konnten die Pol.-gradbestimmungen bei tiefen Spannungen besser ausgeführt werden.

a) Die erste Versuchsreihe ist in Tab. 5a zusammengefaßt.

Der Absorptionsversuch mit 0,02 mm Al-Folie, zur Prüfung der gleichen Härten der in die I.-K. I und II reflektierten Strahlen, wurde auch hier mit dem gleichen Ergebnis im Wellenlängenunterschied wie bei den Versuchen mit Cu-A.K. wiederholt.

Tabelle 5a

Kilo-volt	h	f	$A_{\text{Skt.}}$	$E \frac{\text{Volt}}{\text{Skt.}}$	$i_{\text{MA.}}$	$t_{\text{Min.}}$	Bemerkung
10,88	1,33	1,36	11,3	$\frac{1}{150}$	6	1	vgl. Fig. 5
7,34	1,59	1,57	4,9	$\frac{1}{270}$	6	2	
6,73	2,16	1,75	3,6	$\frac{1}{310}$	6	2	
6,37	3,4	—	3,3	$\frac{1}{300}$	8,5	3	

b) Eine völlige Neujustierung der Anordnung war vorgenommen worden. I.-K. I und II standen unter einem Winkel von $90,6^\circ$ zum primären Röntgenstrahl. Der Glanzwinkel bei der Reflexion betrug also $44,7^\circ$ statt 45° . Durch die Bestimmung des Winkels zwischen der Fluchtstellung und der Reflexionsstellung in die I.-K. I, einer in der Spektrometerachse stehenden Glasplatte, wobei das Röntgenlicht wieder durch optisches Licht ersetzt war, wurde der obige Winkel bestimmt. Die folgende Tab. 5b gibt eine Zusammenstellung der Ergebnisse der Pol.-gradbestimmungen mit der neujustierten Apparatur.

Tabelle 5b

Kilo-volt	h	f	$A_{\text{Skt.}}$	$E \frac{\text{Volt}}{\text{Skt.}}$	$i_{\text{MA.}}$	$t_{\text{Min.}}$	Bemerkung
6,73	2,18	1,88	3,3	$\frac{1}{270}$	6	2	Fig. 10.
6,73	2,09	1,93	2,2	$\frac{1}{260}$	6	3	verkürzte I.-K. Fig. 11
6,73	2,10	1,84	3,6	$\frac{1}{260}$	6	2	} Beeinflussung des Kathodenstrahles durch ein Magnetfeld Fig. 12
6,37	2,62	—	2,5	$\frac{1}{270}$	6	3	

c) Der Steinsalzkrystall wurde um 90° gedreht auf den Halter aufgekittet und in dieser Lage zwei Messungen ausgeführt, deren Ergebnisse sich auch völlig den übrigen Bestimmungen einordnen. In Tab. 5c sind diese Resultate aufgezeichnet.

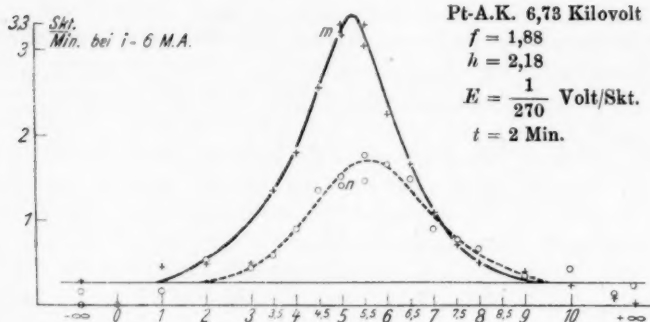


Fig. 10

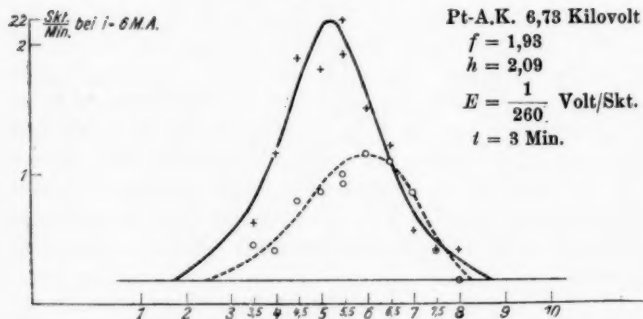


Fig. 11

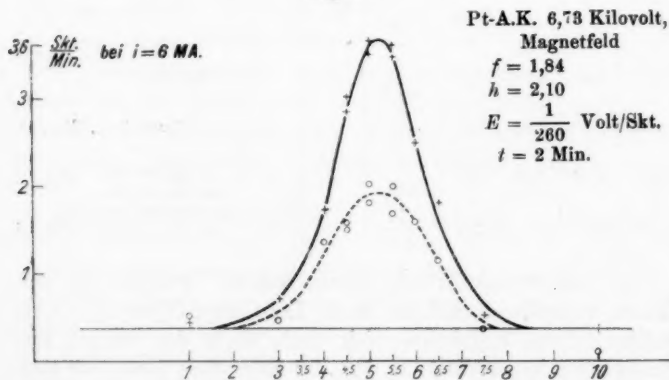


Fig. 12

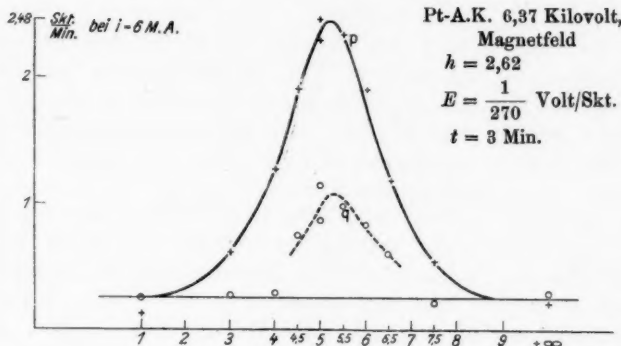


Fig. 13

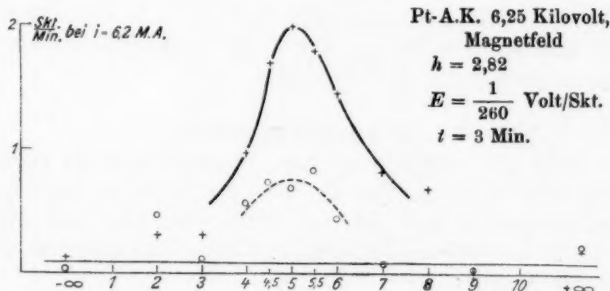


Fig. 14

Tabelle 5c

Kilo-volt	h	f	$A_{\text{Skt.}}$	$E \frac{\text{Volt}}{\text{Skt.}}$	$i_{\text{M.A.}}$	t_{min}	Bemerkung
8,59	1,45	1,27	8,4	$\frac{1}{250}$	6,0	1	} Durch ein Magnetfeld beeinflusster Kathodenstrahl Fig. 14
6,25	2,82	—	2,0	$\frac{1}{260}$	6,2	3	

Die niedrigsten bei diesen Meßreihen mit Pt-A.K. angewendeten Spannungen betrugen 6,37 und 6,25 Kilovolt. Leider konnten bei diesen Spannungen auch nur Maxima mit Sicherheit gemessen werden.

Nach der letzten Justierung wird in die Mitte des I.-K.-spaltes, entsprechend der Reflexion in II. Ordnung an der (100)-Ebene von NaCl unter $44,7^\circ$, eine Wellenlänge $\lambda = 1,979 \text{ \AA E.}$ geworfen. Das Minumpotential, das zu dieser Wellenlänge gehört, beträgt 6,21 Kilovolt. Der Wellenlängenbereich $\Delta\lambda$, welcher in die I.-K. gestrahlt wird, ist $0,055 \text{ \AA E.}$ groß und daher beträgt der Unterschied des Minumpotentials der extremsten Randstrahlen 170 Volt ($\pm 85 \text{ Volt}$). Diese Überlegungen zeigen, daß nach 130 Volt weiterer Spannungsverminderung von 6,25 Kilovolt an keine reflektierten Intensitäten in den Kammern erhalten werden durften. Dies wurde auch bei 160 Volt Spannungsverminderung erreicht. Dabei stand der Kri. in der bei 6,25 Kilovolt gefundenen, maximalen Reflexionsstellung und die am Rohr liegende Spannung wurde in Stufen von 60 und 40 Volt verringert. Die Differenz von etwa 30 Volt liegt innerhalb des Bereichs der Meßgenauigkeit der absoluten Spannungswerte mit dem Voltmeter.

3. Ag-Antikathode

Ohne an der Justierung der Apparatur etwas zu ändern, wurde auf die Antikathode an Stelle der Pt-Platte eine Silberplatte aufgelötet und bei den Rohrspannungen 10,88, 7,75 und 6,73 Kilovolt der Pol.-grad bestimmt. Die Übersicht gibt folgende Tabelle:

Tabelle 6

Kilo-volt	h	f	$A_{\text{Skt.}}$	$E \frac{\text{Volt}}{\text{Skt.}}$	$i_{\text{MA.}}$	t_{min}	Bemerkung
10,88	1,31	—	9,5	$\frac{1}{250}$	6,0	1	I.-K. I + 200 Volt —
				$\frac{1}{260}$			I.-K. II — 200 " —
10,88	1,30	—	11,0	$\frac{1}{260}$	6,0	1	I.-K. I — 200 " —
				$\frac{1}{240}$			I.-K. II + 200 " —
10,88	1,37	1,26	10,5	$\frac{1}{240}$	6,3	1	I.-K. I — 200 " vgl.
				$\frac{1}{240}$			I.-K. II + 200 " Fig. 15
10,88	1,32	1,45	9,2	$\frac{1}{240}$	6,3	1	I.-K. I + 200 " —
				$\frac{1}{240}$			I.-K. II — 200 " —
7,75	1,61	1,49	3,7	$\frac{1}{270}$	6,0	2	I.-K. I — 200 " —
				$\frac{1}{250}$			I.-K. II + 200 " vgl.
6,73	2,16	2,04	1,9	$\frac{1}{250}$	6,0	4	I.-K. I — 200 " —
				$\frac{1}{250}$			I.-K. II + 200 " Fig. 16

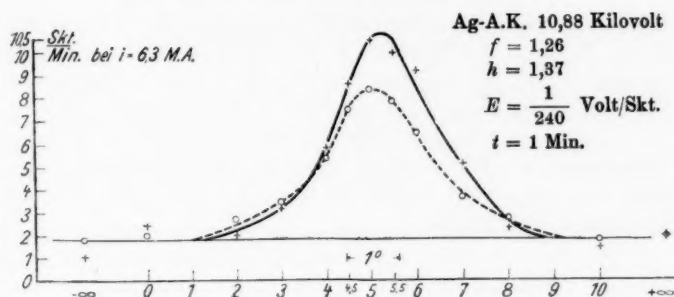


Fig. 15

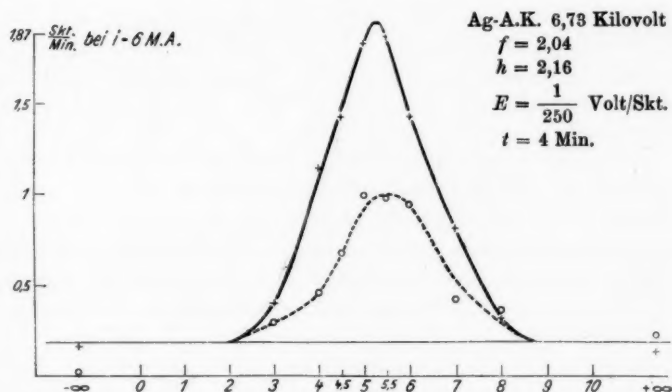


Fig. 16

VIII. Die Fehlerquellenbetrachtungen

1. Justierungsfehler

Der rechte Winkel, den der Kathodenstrahl mit dem primären Röntgenstrahlenbündel bilden sollte, konnte nur nach Augenmaß eingestellt werden. Es war daher eine Abweichung des Kathodenstrahls um einige Grade von seiner theoretisch geforderten Lage durchaus möglich. Nun zeigt aber eine einfache Überlegung, daß der im schlimmsten Falle gemachte Orientierungsfehler bei der Festlegung der Kathodenstrahlenrichtung mindestens zehnmal größer sein müßte, um eine Ver-

kleinerung des Pol.-grades um 10 Proz. hervorzurufen. Es war daher diese grobe Einstellung der Kathodenstrahlenrichtung hinreichend genau im Hinblick auf die Genauigkeit, mit der bei den vorhandenen, geringen Intensitäten die Polarisationsverhältnisse bestimmt werden konnten. Wie die Zusammenstellung auf Fig. 20 zeigt, beträgt z. B. die Unsicherheit in der Bestimmung des Pol.-grades bei Cu-A.K. und 10,88 Kilovolt Spannung ± 10 Proz.

Die Reflexion der mittleren Wellenlänge von $\Delta\lambda$ fand, bei den Versuchen mit Pt-, Ag- und Fe-Antikathode, am Kri. unter einem Glanzwinkel von $44,7^\circ$ statt, an Stelle eines Glanzwinkels von 45° . Die extremsten Randstrahlen des Wellenlängenbereichs $\Delta\lambda$ unterschieden sich um etwa $\pm 48'$ in ihrem Glanzwinkel von dem der mittleren Wellenlänge von $\Delta\lambda$. Auch alle diese Abweichungen von dem theoretisch geforderten Glanzwinkel von 45° sind bedeutungslos, im Hinblick auf die durch sie hervorgerufenen Verkleinerungen des Pol.-grades.

Aus gleichen Gründen mußte der Winkel, den die Längsachsen der beiden I.-K. I und II miteinander bildeten, nicht mit größter Genauigkeit 90° betragen.

Dagegen mußte der Winkel, den diese beiden Kammerachsen mit dem primären X-Strahl bildeten, sehr genau gleich sein, da sonst der Kri. verschiedene Wellenlängen in die Kammern reflektiert hätte.

2. Fälschung der Messungen durch unsymmetrische Strahlengänge in den I.-K.

Um sicher zu sein, daß die Messungen von etwa vorhandenen unsymmetrischen Strahlengängen in den beiden oder in einer der Kammern nicht wesentlich gefälscht wurden, verkürzten wir die beiden I.-K. um 8,7 cm durch das Einschieben gut an die Kammerwandungen sich anschließender Aluminiumdeckel. In ihnen befanden sich seitlich schlitzförmige Öffnungen zum Durchtritt der Kammerelektroden, um diese nicht abändern zu müssen. Zwei Versuche unter sonst völlig gleichen Bedingungen, aber das eine Mal mit normalen, das andere Mal mit verkürzten I.-K., ergaben gleiche Polarisationsgrade. (Vgl. Figg. 10 und 11 und Tab. 5b, Kapitel VII.)

3. Haben die entgegengesetzt aufgeladenen I.-K. einen Einfluß auf die Pol.-gradbestimmungen?

Bei allen Polarisationsversuchen war die I.-K. I immer auf -200 Volt, die I.-K. II auf $+200$ Volt geladen. Die Versuche mit Ag-Antikathode bei $10,88$ Kilovolt wurden nun, wie aus Tab. 6 ersichtlich, auch mit umgekehrt geladenen Kammern (I.-K. I $+200$ Volt, I.-K. II -200 Volt) ausgeführt. Ein Unterschied im gemessenen Pol.-grad, der außerhalb der Fehlergrenzen lag, ergab sich hierdurch nicht.

4. Zeigen I.-K. I und II gleich intensive Strahlungen gleich stark an?

Die beiden Kammern I.-K. I und II waren völlig gleich-dimensioniert gebaut und für die einzelnen Teile war das gleiche Material verwendet worden. Um jedoch auch experimentell sicher zu stellen, daß X-Strahlen der gleichen Intensität in beiden Kammern die gleichen ionisierenden Wirkungen auslösten, wurde auf den Kri.-halter über den Kri. eine ungefähr ebenso große Cu- oder Fe-Platte gelegt. Auch eine mit Chrompulver bestäubte Pappscheibe kam zur Verwendung. Diese Radiatoren streuten hauptsächlich ihr von der auftreffenden Primärstrahlung erregtes Fluoreszenzlicht, das ja unpolarisiert ist und folglich nach allen Richtungen gleich intensiv strahlte.

Bei den Versuchen wurden die Zeiten t gestoppt, die nötig waren, um einen definierten Ausschlag e im Elektrometer zu erhalten. Betrug die mittlere Stromstärke i bei der Erzeugung von e , so ist bei konstanter Elektrometerempfindlichkeit $\frac{1}{t \cdot i} = B$ ein Maß der Empfindlichkeit der Kammer für Röntgenstrahlung der Wellenlängen, die in der Größenordnung der angewendeten Fluoreszenzstrahlung entsprechen. Mehrmals hintereinander wurden abwechselnd in I.-K. I die Größe B_I und in I.-K. II die Größe B_{II} bestimmt und die Mittelwerte \bar{B}_I und \bar{B}_{II} aus etwa 5—10 Messungen gebildet. Der Quotient \bar{B}_I/\bar{B}_{II} ergibt, wievielmals I.-K. I eine unpolarisierte Strahlung anzeigte als I.-K. II. Die Tab. 7 gibt eine Zusammenstellung der Ergebnisse dieser Messungen wieder. In ihr bedeuten:

V die Rohrspannung, L die Ladung der Ionisations-

kammern und zwar II_(±), daß die I.-K. II auf (±) 200 Volt geladen war, I_(±), daß die I.-K. I auf (±) 200 Volt Spannung sich befand.

Tabelle 7

Radiator	A.K.	V ^{Kilo-} volt	E_I/E_{II}	L	Bemerkung
Fe	Cu	10,88	0,99	I - II +	
"	"	8,59	0,97	I - II +	
Cu	"	8,59	Streustrahlung nicht mehr meßbar	I - II +	
Fe	Ag	10,88	1,01	I - II +	
"	"	10,88	1,09	I - II +	
"	"	10,88	1,08	I - II +	
"	"	10,88	1,14	I + II -	Maximalwert
"	"	10,88	1,05	I - II +	
Cr	"	10,88	1,06	I - II +	
Cu	"	10,88	1,02	I - II +	
Fe	Fe	10,88	1,07	I - II +	
Cr	"	10,88	1,04	I - II +	
Fe	"	10,88	1,00	I - II +	

Mittel: 1,04

Nach diesen Versuchen war I.-K. I um 4 Proz. empfindlicher als I.-K. II. Es muß daher bei der Angabe der absoluten Werte der Pol.-grade diese Tatsache berücksichtigt werden. Alle in Kapitel VII angegebenen Werte der Pol.-verhältnisse sind daher um 4 Proz. zu erhöhen.

Um mit dieser Apparatur auch einige Pol.-gradbestimmungen nach der Barklaschen Methode auszuführen, kam an die Stelle der Cu-, Fe- oder Cr-Radiatoren auf den Halter eine Paraffinplatte gleicher Größe. Das Paraffin war durch eine Vakuumdestillation gereinigt. Das gesamte, das Röntgenrohr verlassende Strahlungsgemisch wurde am Radiator ge-

streut. Der Pol.-grad wurde einfach als das Verhältnis der in I.-K. II zu der in I.-K. I gemessenen Intensitäten der Streustrahlung definiert. Es kam so der Pol.-grad des ganzen Bremspektrums zur Messung, für dessen Wert der Pol.-grad der Wellenlängen im Maximum des Spektrums ausschlaggebend ist. Vorausgesetzt ist, daß nur das reine kont. Spektrum, frei von Beimengungen von Fluoreszenzstrahlungen, gestreut wird.

Dieser Fall konnte mit Pt-Antikathode bei den Spannungen 10,88 und 8,8 Kilovolt verwirklicht werden. Bei 10,88 Kilovolt war die Größenordnung der Elektrometerausschläge 4—5 Skalenteile pro Minute bei einer Elektrometerempfindlichkeit von $\frac{1}{280} \frac{\text{Volt}}{\text{Skt.}}$ und einer Röhrenstromstärke von 8,5 MA. Die Aufladezeit t des Elektrometers betrug 1 Minute. Tab. 8 zeigt die Übereinstimmung der Werte der einzelnen Versuche. Die erste vertikale Reihe gibt die tätige I.-K. an und in der zweiten vertikalen Reihe sind die auf Rohrstrom und Empfindlichkeit des Elektrometers reduzierten Elektrometerausschläge e_r aufgetragen. Sie stellen ein Maß der Intensität der Strahlung dar. Aus diesen Werten errechnete sich als Pol.-grad der Wert 1,29 (ohne Berücksichtigung der verschiedenen Empfindlichkeiten von I.-K. I und II).

Bei einer Rohrspannung von 8,8 Kilovolt betrug die Elektrometeraufladezeit 2 Minuten, und die dabei erhaltenen Ausschläge waren 3—4 Skt. groß. In der dritten vertikalen Reihe der Tab. 8 sind die reduzierten Ausschläge der Einzelversuche eingetragen. Durch Mittelwertbildung ergibt sich bei diesem Versuch der Pol.-grad 1,35.

Tabelle 8

I.-K.	e_r bei 10,88 Kilovolt	e_r bei 8,8 Kilovolt
I	0,94	0,67
II	1,13	0,96
I	0,94	0,67
II	1,23	0,90
I	0,92	0,73
II	1,33	
I	0,95	
II	1,25	
I	1,01	
II	1,18	
I	0,94	

Die beiden Mittelwerte (1,29 und 1,35) der zwei Versuche stimmen überein mit dem durch Kri-reflexion bestimmten Pol.-grad bei 10,88 Kilovolt. Dort lag das $\Delta\lambda$ (bei etwa 2 ÅE.) nach den Messungen von Kulenkampff, die in I. Ordnung aufgenommen sind, nahe dem Maximum des kont. Spektrums.

Ein Streuversuch an Paraffin bei 10,88 Kilovolt und mit Fe als Antikathode ausgeführt, ergab den niedrigeren Polarisationsgrad 1,19. Diese Verminderung dürfte durch die vorhandene, starke Eigenstrahlung des Eisens bedingt sein.

5. Der Kristalleinfluß

Da sich die Spaltflächen von NaCl, CaCO₃ und KCl nicht stark in ihrem Gitterabstand unterscheiden (NaCl = 2,814 ÅE., CaCO₃ = 3,028 ÅE. und KCl = 3,13 ÅE.) hätten Polarisationsversuche an diesen Flächen, unter sonst völlig gleichen Bedingungen, entscheiden können, ob der besondere geordnete Aufbau des reflektierenden Kri. einen Einfluß auf den Polarisationsgrad der zu messenden Strahlung ausübt oder nicht. Leider waren aus Intensitätsgründen bis jetzt nur Messungen an NaCl (100) möglich. Daß ein großer Einfluß dieser Art nicht vorliegen kann, beweisen Versuche von H. Mark und L. Szilard¹⁾, welche die an einem Fe-Radiator unter 90° gestreute, daher polarisierte CuK-Strahlung an Gips spektroskopierten und ebenfalls polarisiert fanden. Auch würde eine geringe Beeinflussung, die ja bei demselben Kristall immer von gleicher Größe auftreten müßte, der Beantwortung unserer in Kapitel I gestellten Fragen nicht hinderlich sein. Nur die Absolutwerte der Polarisationsgrade würden eine Fälschung erleiden.

6. Kam die Fe- K_α -Strahlung in die I.-K. I und II?

Ein Pol.-versuch bei 10,88 Kilovolt mit Fe als Antikathode wurde als experimenteller Beweis dafür ausgeführt, daß keine charakteristische K_α -Strahlung des Eisens, deren Wellenlänge ($\lambda = 1,936$ ÅE.) von dem auf seinen Pol.-grad untersuchten $\Delta\lambda$ sich nur wenig unterscheidet, in die Kammern kam. Denn kleine Eisenverunreinigungen können auch in den reinsten A.K.-metallen vorkommen, und eine Röntgenstrahlenanalyse

1) H. Mark u. L. Szilard, Ztschr. f. Phys. 35. S. 743. 1926.

der verwendeten Antikathodenmetalle daraufhin ist nicht vorgenommen worden. Infolge der zweiten Justierung strahlte in die Mitte der S_2 -Spalte der I.-K. eine Wellenlänge $\lambda = 1,9794 \text{ \AA}$, die unter einem Glanzwinkel von $44,7^\circ$ an (100) NaCl reflektiert wurde. Da nun der halbe $\Delta\lambda$ -Bereich $0,0275 \text{ \AA}$ betrug, so kam als kurzwelligste Strahlung höchstens $\lambda = 1,9519 \text{ \AA}$ in die Kammern, daher die langwelligste K_α -Linie von Fe $\lambda = 1,9365 \text{ \AA}$ gerade nicht mehr. Dies wurde auch durch den Pol.-versuch bestätigt, da die

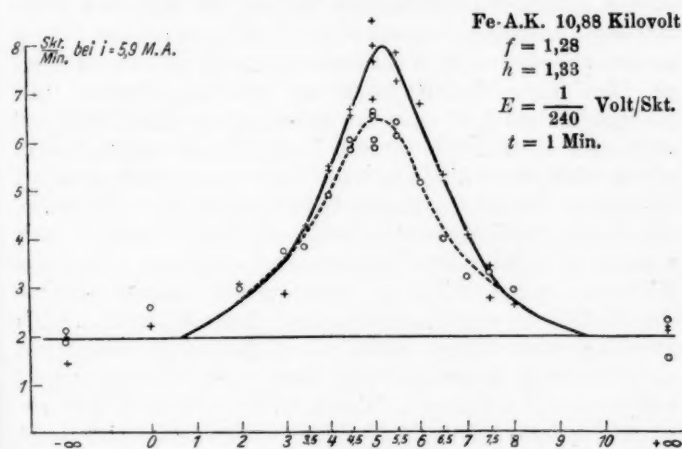


Fig. 17

K -Anregungsgrenze für Fe dabei schon um 3,8 Kilovolt überschritten war und eine Intensitätsvermehrung in den Kammern gegenüber den Versuchen mit der ungefähr gleich schweren Cu-A.K. nicht eintrat. Fig. 17 zeigt das Ergebnis des Fe-Versuches, wonach sich ergibt:

Tabelle 9

Kilo-volt	h	f	$A_{\text{Skt.}}$	$E \frac{\text{Volt}}{\text{Skt.}}$	$i_{\text{MA.}}$	$t_{\text{Min.}}$	Bemerkung
10,88	1,33	1,28	8,0	$\frac{1}{240}$	5,9	1	Fig. 17

7. Die Brennfleckwanderungen

Betrachtet man die Lage des in I.-K. I gemessenen Kurvenmaximums, so erkennt man seine systematische Verlagerung nach rechts mit abnehmender Spannung am Röntgenrohr (vgl. z. B. Figg. 5, 10 und 15, 16). Dies kann nur auf eine kleine Fokusverlagerung bei Spannungsänderung zurückgeführt werden. Da das in I.-K. II gemessene Maximum ungeändert bleibt, kommt nur eine Beeinflussung der Kathodenstrahlen in der horizontalen Ebene in Frage und zwar ergeben die Verlagerungen sowohl der reflektierten Kurven, als auch eine Beobachtung der Verlagerung des Kurvenmaximums bei den Fluchtkurven übereinstimmend eine Ablenkung der Kathodenstrahlen zu dem Teile der Rohrwandung zwischen Fenster und Kathodenstutzen hin, wenn die Spannung am Rohr erniedrigt wird. Bei einer Änderung von 10,88 Kilovolt auf 6,73 Kilovolt bewirkt dieser Effekt eine Richtungsänderung des primären Röntgenbündels in der Horizontalen um etwa $\frac{1}{2}^{\circ}$. Diese Beeinflussung des Kathodenstrahles kann mit dem immer stärker werdenden metallischen Beschlag des erwähnten Teiles der Röntgenrohrwand in Zusammenhang gebracht werden, der von der Kathoden- und Antikathodenzerstäubung herrührt. Der Beschlag wird sicher je nach dem Kathodenpotential verschieden stark aufgeladen und kann so den Kathodenstrahl entsprechend beeinflussen. Wegen der angewendeten fokussierenden Methode bei den Intensitätsmessungen darf eine durch obigen Einfluß hervorgerufene Desorientierung des primären Röntgenstrahles keine Wellenlängenverschiedenheit in den Kammern, also auch keine Änderung des Polarisationsgrades bedingen, solange nur der Kri. vollkommen bestrahlt wurde bei den Verlagerungen.

Um dies zu prüfen, wurde durch Aufstellung zweier vertikaler eisenloser Drahtspulen am Kathodenstutzen für die Erzeugungsmöglichkeit eines vertikalen Magnetfeldes vor der Kathode gesorgt. Durch Variation des durch die Spulen geschickten Stromes war eine Änderung des Feldes und damit eine, der obigen Kathodenstrahlbeeinflussung entgegengesetzte, gleich große möglich, so daß der Röntgenstrahl wieder durch die Spektrometerachse lief. Diese Einstellung konnte erreicht werden, indem die Schattenwirkung eines in der Spektrometer-

achsenverlängerung sitzenden, 2 mm dicken Al-Stiftes im primären Röntgenbündel beobachtet wurde. Zu diesem Zweck kam direkt hinter den Al-Stift die verlängerte, früher beschriebene I.-K. III. Wenn in dieser der geringste Ionisationsstrom floß, bei einer bestimmten durch die Spulen geschickten Stromstärke war dies der Fall, so mußte gerade das Maximum des primären Röntgenbündels durch den Al-Stift abgeschirmt werden, also durch die Spektrometerachse gehen.

Der Kontrollversuch, den Pol.-grad einmal mit dem außerhalb der Spektrometerachse liegenden primären Röntgenstrahl zu messen, das andere Mal mit dem in ihr liegenden und die beiden Ergebnisse auf ihre Gleichheit zu prüfen, wurde bei der zweiten Versuchsreihe mit Pt-A.K. (Tab. 5b, Figg. 10 und 12) vorgenommen. Da die Spektrometerachse auch für die dort erfolgte Neujustierung in der Mitte des primären Röntgenstrahlenbündels stand, wenn am Rohr die maximale Spannung 10,88 Kilovolt lag, so war nicht anders zu erwarten, daß bei der Spannung 6,73 Kilovolt die Intensitätskurve in I.-K. I wieder nach rechts verschoben lag. Nun wurde der für die Erzeugung eines geeigneten kompensierenden Magnetfeldes notwendige Strom zu 0,35 Amp. nach dem angegebenen Verfahren ermittelt und der Kontrollversuch bei 6,73 Kilovolt ausgeführt. Er lieferte einen Beweis für die genügend genaue fokussierende Wirkung der Apparatur.

IX. Ergebnisse aus den Polarisationsgradbestimmungen durch Kri.-Reflexion

1. Zur Beantwortung der ersten in Kapitel I gestellten Frage nach der Abhängigkeit des Pol.-grades eines Wellenlängenbereiches $\Delta\lambda$ von seiner Lage im kont. Spektrum muß hervorgehoben werden, daß es bis jetzt nur möglich war bei der (100) Ebene von NaCl genügend starke Reflexionsintensitäten zu erhalten. Es konnten daher auf Grund der Forderung der Polarisationsanordnung: Glanzwinkel $\varphi = 45^\circ$, mit derselben Netzebene eines Kri. verschiedene Wellenlängen des kont. Spektrums, bei konstanter Rohrspannung, auf ihren Pol.-grad nicht untersucht werden. Nur durch Änderung der Rohrspannung konnte dem $\Delta\lambda$, das immer bei 2 ÅE. lag, ein verschiedener Platz im Spektrum erteilt werden, der beim

Minimumpotential an der Grenze des Spektrums lag. Es mußten also immer zwei Faktoren auf einmal geändert werden; die Stelle von $\Delta\lambda$ im Spektrum und das Rohrpotential. Es wurden also Isochromaten gemessen. Die Intensität von $\Delta\lambda$ nahm durch das Herabsetzen der Spannung und durch die dadurch bewirkte Annäherung an die Grenze stark ab. Die Grenze der Messungsmöglichkeit war gegeben, wenn eine genügend genaue Definition der Reflexionsintensitätskurven, auf Grund der gemessenenen Punkte, nicht mehr möglich war.

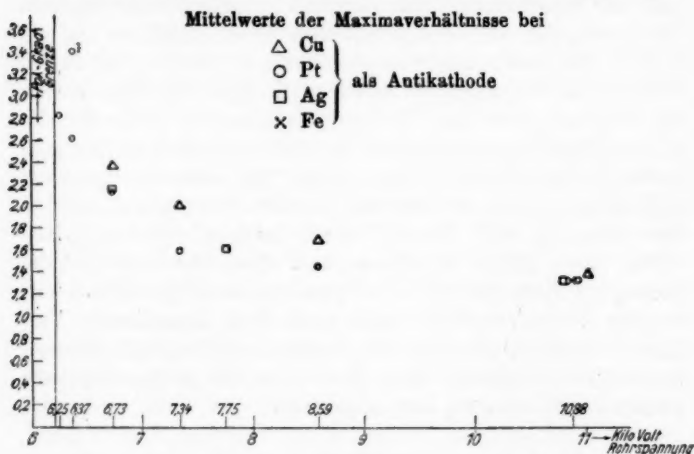


Fig. 18

Auf den Figg. 18 und 19 sind die Ergebnisse dieser Messungen zusammengestellt. Dabei sind als Abszissen die Rohrspannungen in Kilovolt und als Ordinaten die Polarisationsgrade (Mittelwerte soweit mehrere Messungen vorlagen) aufgetragen und zwar auf Fig. 18 als Maximaverhältnisse, auf Fig. 19 als Flächenverhältnisse.

Man erkennt daraus ein beschleunigtes Anwachsen des Pol.-grades mit Annäherung an das Minimumpotential und zwar für die 3 Antikathodenmetalle Cu, Ag und Pt in gleicher Weise. Für Cu liegen die Mittelwerte der Maximaverhältnisse systematisch über den Werten von Pt und Ag, was nicht auf die kleine Änderung im Glanzwinkel von 45° auf

44,7° bei den Pt- und Ag-Versuchen, gegenüber den Cu-Versuchen zurückgeführt werden kann, sondern eine kleine Verschiedenheit des Pol.-grades mit dem Antikathodenmaterial, im Sinne wachsender Polarisation bei geringerem Atomgewicht der Antikathode möglich macht. Leider konnten Versuche mit Antikathoden von noch geringeren Atomgewichten (Al, Be) bis jetzt noch nicht zahlenmäßig genau ausgeführt werden. Doch deuten auch die Vorversuche bei Al auf einen etwas größeren Pol.-grad hin.

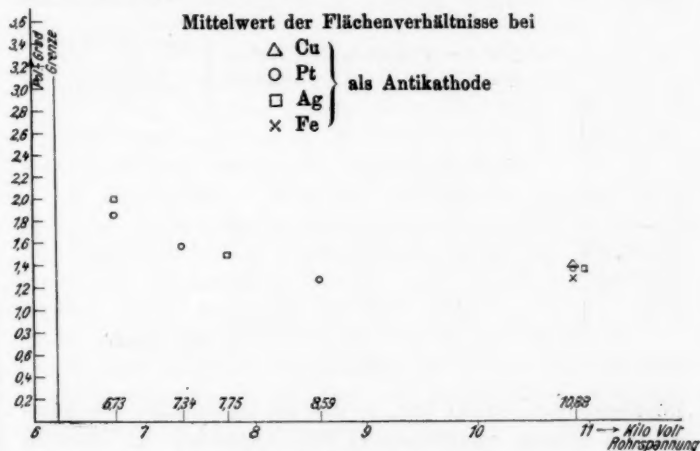


Fig. 19

Beim tiefsten, der Pol.-gradbestimmung zugänglichen Werte des Potentials, bei welchem der Wellenlängenbereich $\Delta\lambda$ gerade noch völlig in die I.-K. gestrahlt wurde, ergab sich ein Pol.-grad von etwa 2,7.

Ein Vergleich mit den Messungsergebnissen von Kirkpatrick¹⁾, der durch Filterung eines bei 57,9 Kilovolt, mit Wolframantikathode erzeugten, kont. Spektrums den Pol.-grad in den einzelnen Teilen desselben bestimmte und einen linearen Anstieg des Pol.-grades mit der Änderung der Wellenlänge gegen die Grenze zu erhielt, kann nicht vorgenommen werden,

1) P. Kirkpatrick, Phys. Rev. 22. II. Ser. S. 226. 1923.

da seine Methode für die Bestimmung des Pol.-grades in nächster Nähe der Grenze versagt.

Der, nach der hier angewendeten Meßmethode erhaltene, beschleunigte Pol.-gradanstieg mit abnehmendem Potential könnte an und für sich durch die Spannungsänderung am Rohr bedingt sein. Ham und Kirkpatrick fanden ein etwas beschleunigtes Anwachsen des Pol.-grades des gesamten, kont. Spektrums mit abnehmender Rohrspannung. Ob dieser Effekt aber nicht nur durch die bei Erniedrigung der Spannung stärker ins Gewicht fallende Filterung der Glaswände der

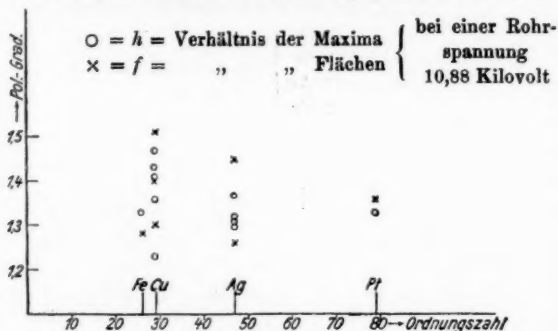


Fig. 20

Röntgenröhren bedingt war, so daß ein immer mehr der kurzwelligen Grenze entsprechendes Strahlengemisch zur Messung kam, kann nicht entschieden werden, da keine Glasdicken und Absorptionskoeffizienten dafür in den Arbeiten angegeben wurden.

2. Faßt man die mit den Antikathoden aus Pt, Ag, Cu und Fe bei der höchsten Spannung von 10,88 Kilovolt bestimmten Pol.-grade gemeinsam ins Auge, so zeigt sich für alle der fast gleiche Wert $1,35 (\pm 0,2)$. Fig. 20 gibt diesbezüglich eine übersichtliche Zusammenstellung der einzelnen Versuchsergebnisse. Bringt man die durch die verschiedenen Empfindlichkeiten der I.-K. I und II bedingte Korrektur an, so erhält man als den absoluten Wert des Pol.-grades der Wellenlängen im Maximum des kont. Spektrums den Wert $1,4 (\pm 0,2)$.

3. In dem letzten Ergebnis liegt aber schon die Antwort auf die dritte Frage des I. Kapitels, daß es für den Pol.-grad

eines $\Delta\lambda$ im kont. Spektrum völlig gleichgültig ist, ob eine charakteristische Strahlung mit einer dem $\Delta\lambda$ benachbarten Wellenlänge intensiv auftritt oder nicht. Denn bei 10,88 Kilovolt wird sowohl bei Pt, als auch bei Ag keine K-Strahlung angeregt, während bei Cu und Fe die K_α -Linien, die dem $\Delta\lambda$ sehr benachbart sind, mächtig angeregt werden.

X. Zusammenfassung

Die genügend intensive Reflexion eines Wellenlängenbereiches $\Delta\lambda$ von 0,055 ÅE., bei ungefähr 2 ÅE. im kontinuierlichen Spektrum gelegen, unter einem Glanzwinkel von 45° an der Würfelfläche von NaCl, machte es möglich, Pol.-gradbestimmungen auszuführen. Der Pol.-grad von $\Delta\lambda$ wurde in dieser Arbeit definiert als das Verhältnis seiner Reflexionsintensität senkrecht zu den Kathodenstrahlen, zu seiner Reflexionsintensität parallel den Kathodenstrahlen.

1. Der Pol.-grad steigt mit abnehmender Rohrspannung, also mit Annäherung an das Minimumpotential beschleunigt an. Beim tiefsten, der Messung noch zugänglichen Werte des Potentials, bei dem der I.-K.-Spalt gerade noch voll bestrahlt wurde, konnte der größte Pol.-grad gemessen werden. Sein Wert betrug etwa 2,7.

2. Ein deutlicher Unterschied des Pol.-grades von dem Antikathodenmaterial, in dem die Röntgenstrahlen hervorgerufen wurden, konnte nicht festgestellt werden. Der Pol.-grad hat für alle untersuchten Antikathoden Pt, Ag, Cu, Fe den gleichen Wert 1,4 ($\pm 0,2$) bei 10,88 Kilovolt Rohrspannung.

3. Eine Änderung des Pol.-grades bei dem gleichzeitigen Auftreten der ungefähr gleich harten Eigenstrahlung des Antikathodenmaterials konnte nicht festgestellt werden.

Würzburg, Physik. Inst. d. Univ., November 1926.

(Eingegangen 5. Januar 1928)

3. *Über die Polarisation der Eisen-K α -Strahlung;* *von Hanns Haas*

(Hierzu Tafel XIII)

Die kontinuierliche Röntgenstrahlung, welche von der Antikathode ausgeht, ist im allgemeinen teilweise polarisiert, während die ausgesandte Eigenstrahlung unpolarisiert ist. Das entspricht einerseits dem experimentellen Befund¹⁾, andererseits auch den theoretischen Hilfsvorstellungen. Im Gegensatz hierzu hat Bishop²⁾ Messungen veröffentlicht, aus denen er auf eine Polarisation der Molybdän-K α -Strahlung schloß.

Die Messungen, die ich auf Anregung von Hrn. Professor Wagner an der Eisen-K α -Strahlung ausführte, ergaben, daß diese innerhalb der Fehlergrenzen unpolarisiert ist. Maßgebend für die Wahl der Eisen-K α -Strahlung war, daß bei der benutzten Versuchsanordnung, deren wesentliches Kennzeichen die Verwendung spektral zerlegter Strahlen ist, die Bedingungen gerade bei dieser Linie besonders günstig sind. Bei Reflexion an Steinsalz in zweiter Ordnung beträgt nämlich der Glanzwinkel 43,5°, so daß die Reflexion nahe unter 90° zum Primärstrahl erfolgt.

Aufbau der Versuchsanordnung

An ein mit Wasserstoff gefülltes Röntgenrohr mit Eisenantikathode waren 7—12 Kilovolt Gleichspannung gelegt, die von einer Hochspannungsbatterie geliefert wurden. Die durch geeignete Spalte begrenzte Primärstrahlung trat senkrecht zum Kathodenstrahl aus und traf auf einen um den Strahl als Achse umklappbaren Steinsalzkristall. Je nach der Stellung des Kristalls wurde dann die Strahlung in eine Ionisationskammer mit kathodenstrahlparalleler Achse oder in eine hierzu

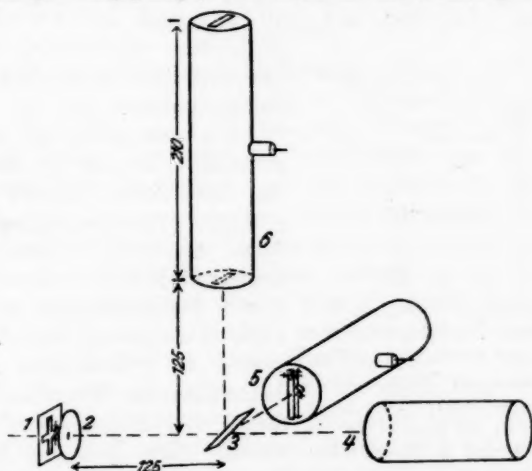
1) C. G. Barkla, *Jahrb. f. Radioakt. Elektronik* 5. S. 246. 1908. — H. Mark und L. Szillard, *Ztschr. f. Phys.* 35. S. 743. 1926.

2) J. B. Bishop, *Phys. Rev.* 27. S. 797. 1926; *Phys. Ber.* 8. S. 2092. 1927.

senkrechte reflektiert. Die Anordnung der Spalte vor den Kammern bzw. im Primärstrahl entsprach der Fokussierungsbedingung. Der in der Kammer erzeugte Ionisierungsstrom wurde zur Messung einem Wulfschen Einfadenelektrometer mit Hilfsspannung zugeführt.

Einzelheiten

Das Rohr wurde mit einer rotierenden Gaedeschen Quecksilberpumpe ausgepumpt, die während der Messung ständig



1 Kreuzspalt. 2 Drehsplatt, Drehzentrum auf der Achse 1—4. 3. Kristall; die Stellung entspricht der Reflexion in die obere Ionisationskammer. 4 Ionisationskammer III in Fluchtstellung. 5 Ionisationskammer I, Achse 87° gegen den Primärstrahl 1—4. 6. Ionisationskammer II. Maßzahlen in mm.

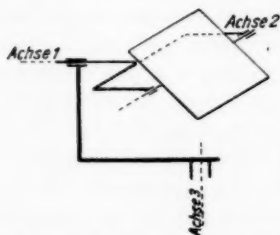
Fig. 1

lief, indes durch ein Nadelventil reiner Wasserstoff mit änderbarer Geschwindigkeit nachströmte. So war es möglich, den Gasdruck und damit die Stromstärke passend zu wählen.

Die Spannung konnte durch gruppenweises Zu- und Abschalten von Zellen einer Zusatzbatterie von 200 Volt in einem Intervall von 20 Volt konstant gehalten werden.

Der in der Figur 1 mit 1 bezeichnete Spalt war kreuzförmig in Aluminiumblech eingeschnitten, mit einem Aluminiumblatt überdeckt und so luftdicht als Fenster auf einen Ansatz

des Rohres aufgekittet. Spalt 2 war als schmales Rechteck ebenfalls in Aluminium eingeschnitten und so angebracht, daß er sowohl dem wagrechten als auch dem senkrechten Arm des Kreuzspaltes parallel gestellt werden konnte; die Spaltmitte blieb bei dieser Bewegung in Ruhe. Das Lager des Spaltes war in meßbarer Weise senkrecht und wagrecht so verschiebbar, daß die Projektion der Kreuzspaltmitte auf die Mitte des Spaltes 2 zu liegen kam. Die Bezeichnungen „Kreuzspalt“ für Spalt 1 und „Drehspalt“ für Spalt 2 sind im folgenden beibehalten. Der Steinsalzkristall war nach der 100-Ebene geschnitten und konnte durch den Kristallhalter um 2 Achsen gedreht werden.



Schematische Zeichnung des Kristallhalters. Die 3 Achsen treffen sich in der Kristallmitte. Nach dem Umlappen fallen Achse 2 und 3 zusammen. Das Lager der Achse 1 ist parallel zu den Achsen 2 und 3 verschiebbar.

Fig. 2

der Achsenverlängerung sitzenden Spiegel auf einer Skala entworfen wurde (Fig. 2).

Die Ionisationskammern waren völlig gleich gebaut. Sie bestanden aus weiten Aluminiumrohren, in welche Aluminiumsonden isoliert eingeführt waren. An der Stirnseite befanden sich Spalte, welche genau abgeglichen waren, und sich bei unveränderlicher Öffnung als Ganzes um kleine Beträge seitlich verschieben ließen; die Spalte waren mit Blattaluminium bedeckt. Die nicht benutzte Kammer wurde durch ein vorgesetztes Aluminiumblech verschlossen und blieb mit dem Elektrometer verbunden. An den Kammern lag eine Spannung von ± 200 Volt; wegen der entgegengesetzten Aufladung beider

Die erste Achse lag im Primärstrahl. Wurde der Kristall um diese Achse um 90° umgeklappt (diese Bewegung war durch Anschläge begrenzt), so erfolgte die Reflexion bei unverändertem Reflexionswinkel wechselweise in Kammer 1 oder 2. Die zweite, zu 1 senkrechte Achse diente dazu, den Winkel zwischen Strahl und Reflexionsfläche zu ändern; diese Änderung konnte durch eine Lichtmarke abgelesen werden, welche von einem auf

Kammern, wurde dadurch der Einfluß der Eigenionisation bis auf einen geringfügigen Rest kompensiert. Von den Sonden gingen Zuführungsdrähte, durch Messingrohre elektrostatisch geschützt, zum Elektrometer.

Die Spannungsempfindlichkeit des Elektrometers betrug bis zu 10^3 Skalenteile pro Volt. Die Kapazität des Systems war zur Erhöhung der Ladungsempfindlichkeit möglichst gering gehalten.

Die Justierung

Zunächst wurde auf die Spektrometerachse ein Nadelkreuz aufgesetzt und das Spektrometer so aufgestellt, daß der auf einem Fluoreszenzschirm beobachtbare Schatten des Nadelkreuzes in der Mitte des durch Brennfleck und Kreuzspalt bestimmten Strahlenbündels lag; der Primärstrahl ging dann durch die Spektrometermitte. Hierauf wurde der Drehschalter so aufgesetzt, daß das hierdurch ausgeblendete engere Strahlenbündel je nach der Stellung des Drehschlalters auf der senkrechten oder wagrechten Nadel lag und während der Drehung die Mitte des Strahlenbündels ständig auf den Schnittpunkt beider Nadeln fiel; in diesem Fall lag die Mitte des Drehschlalters in der Achse des Primärstrahlenbündels. Die Einstellung wurde photographisch geprüft, indem hinter dem Nadelkreuz eine Platte aufgestellt war, die vor dem Anbringen des Drehschlalters belichtet wurde. Eine zweite Platte wurde in geringer Entfernung des Kreuzschlalters kurz belichtet, dann der Drehschalter in die richtige Lage gebracht und in beiden Lagen belichtet. Der Schatten der Nadeln bzw. das Bild des Drehschlalters lag in der Mitte des Bildes des Kreuzschlalters. Nun wurde der so bestimmte Primärstrahl auf doppelte Weise durch Lichtstrahlen ersetzt, einmal indem eine Bogenlampe mit vorgesetzter Linse so aufgestellt wurde, daß ein paralleles Strahlenbündel den Schatten der beiden Nadeln durch den Drehschalter hindurch auf die Mitte des Kreuzschlalters warf; die Lichtstrahlen hatten dann die negative Richtung der Primärstrahlen. Dann wurde der Drehschalter durch einen kleinen, zwischen Kreuzspalt und Drehschalter ungefähr unter 45° stehenden Spiegel von einer seitlich stehenden Lampe her so beleuchtet, daß das austretende Lichtbündel, ebenso wie vorher der Röntgenstrahl, von den

beiden Nadeln abwechselnd halbiert wurde. Auch dieses Strahlenbündel entsprach dann dem Primärstrahl.

Nun wurden die Abstände Drehspalt-Spektrometermitte-Ionisationskammer abgeglichen, so daß die Fokussierungsbedingung erfüllt war, und der Kristallhalter aufgesetzt. Der Kristallhalter wurde zunächst mit einem Stückchen Millimeterpapier bedeckt, auf dem die Kristallmitte bezeichnet war, und nach Seite und Höhe so verstellt, daß der Strahl auf die Kristallmitte auftraf. Wurde der Kristall nun (um Achse 2) geschwenkt, so mußte sich der Lichtfleck nach beiden Seiten symmetrisch verbreitern. Daß nicht nur die Kristallmitte im Strahl lag, sondern daß auch die Achse die Richtung des Primärstrahles hatte, ließ sich dadurch nachweisen, daß man das von der Bogenlampe kommende Licht an einem am Kristallhalter befestigten Spiegel reflektieren ließ, dessen Normale mit der Achse 1 einen kleinen Winkel bildete. Beim Umklappen um Achse 1 mußte das reflektierte Licht auf einem vor der Bogenlampe stehenden durchbohrten Schirm einen Viertelskreis beschreiben, dessen Mittelpunkt in die Mitte der Öffnung und damit in der Mitte des Strahles lag; wäre die Drehachse nicht im Strahl gelegen, so wäre der Mittelpunkt des Viertelskreises, den die Lichtmarke beschrieb, seitlich, nämlich im Durchstoßpunkt von Achse und Schirm gelegen.

Die Ionisationskammern 1 und 2 wurden folgendermaßen justiert: Zuerst wurde Kammer 1 nahezu in Fluchtstellung gebracht und die Primärintensität über ein kleines Bereich gemessen (vgl. Tab. 1). Das Maximum gab die genaue Fluchtstellung. Nun wurde die Kammer mittels des Spektrometer-teilkreises in die richtige Stellung gebracht (d.h. 87° gegen die Fluchtstellung) und so gerichtet, daß die durch Fadenzkreuze bezeichnete Kammerachse die Richtung nach demjenigen Punkt des Kristalls hatte, auf welchen der Primärstrahl auftraf. War die erste Kammer so richtig justiert, so wurde durch einen auf den Kristall aufgelegten Spiegel das Licht auf die Spaltmitte der ersten Kammer reflektiert und der Kristall umgeklappt. In den so erhaltenen reflektierten Strahl wurde die zweite Kammer eingestellt.

Um die Richtigkeit der Justierung zu prüfen, wurden folgende *Kontrollversuche* mit Röntgenstrahlen gemacht.

1. Auf den Kristall wurde ein Stückchen lichtempfindliches Papier aufgelegt und in beiden Lagen des Drehspaltes mit Röntgenstrahlen belichtet. Die Aufnahme zeigte, daß in beiden Lagen dieselben Teile des Kristalls getroffen wurden.

2. Die vordere Stirnplatte der Ionisationskammern, in welche der eigentliche Eintrittspalt eingeschnitten war, wurde abgenommen und dadurch ein breiterer Spalt freigelegt. Vor diesem wurde nun eine Kassette angebracht, welche vorne mit Aluminiumfolie bedeckt war, während aus der Rückwand ein schmaler Streifen herausgeschnitten war. Nun wurde eine Platte eingelegt und die Kassette vor der Ionisationskammer so angebracht, daß der ausgeschnittene Streifen, längs dessen die Glasseite der photographischen Platte freilag, auf den erwähnten Spalt zu liegen kam und zwar quer zum Spalt. Die Platte wurde nun doppelt belichtet; zuerst mit Röntgenstrahlen, indem der Kristall über ein kleines Bereich geschwenkt wurde, dann mit Licht durch die Ionisationskammer hindurch. Auf der Platte war dann gleichzeitig die Eisen- $K\alpha$ -Linie zu sehen und ein kleines Rechteck, das dort entstand, wo das Fenster in der Rückwand der Kassette mit dem Spalt der Ionisationskammer zur Deckung kam. Die Lage der Fe- $K\alpha$ -Linie bezüglich des Ionisationskammerspaltes war dadurch genau bekannt.

Der abgenommene enge Spalt, der als Rechteck von 5·40 mm in Aluminiumblech von etwa 1 mm Dicke eingeschnitten war, um völlige Gleichheit der Spalte beider Kammern zu gewährleisten, wurde nun so aufgesetzt, daß seine Mittellinie auf die Stelle der $K\alpha$ -Linie zu liegen kam.

Da gerade dieser Teil der Justierung sehr wichtig war, wurde nach dem Aufsetzen der Eintrittspalte ein Stück einer photographischen Platte gelegt und belichtet. Es zeigte sich, daß die reflektierte Eisen- $K\alpha$ -Linie in beiden Kammern vollständig eintreten konnte; die Breite entsprach der des Drehspaltes genau, so daß auch die Richtigkeit der Fokussierung nachgewiesen war.

3. Um zu zeigen, daß der Strahl auch innerhalb der Kammer nicht von der Achse abwich, wurde ein schmaler Streifen einer photographischen Platte schräg so in die Kammer gestellt, daß Spalt, Kammerwand und Platte ein rechtwinkliges

Dreieck bildeten, in welchem die Plattenmitte die Hypotenuse darstellte. Blieb die Strahlung in der durch Spalt und Kammerachse bestimmten Ebene, so mußte die Platte längs der Mittellinie geschwärzt werden; das war tatsächlich der Fall (Fig. 3 und Fig. 4, Taf. XIII).

Um außerdem ständig prüfen zu können, ob die Primärintensität in beiden Stellungen des Drehspaltes gleich war, war eine dritte Ionisationskammer mit kreisförmiger großer Öffnung in die Fluchtstellung gebracht, in der sich anfangs Kammer 1 befunden hatte. Die Primärintensität ließ sich dann nach Abnahme des Kristallhalters bei beiden Stellungen des Drehspaltes vergleichen (vgl. Fig. 1).

Die Versuche wurden nun folgendermaßen ausgeführt:

Zunächst wurde mit der Ionisationskammer 3 die Gleichheit der Primärintensität geprüft (vgl. Tab. 2). Sodann wurde der Kristall aufgesetzt und über den Reflexionsbereich geschwenkt, wobei abwechselnd mit Kammer 1 und 2 gemessen wurde. Dabei wurde die Spannung konstant gehalten, ebenso die Konstanz der Elektrometerempfindlichkeit von Zeit zu Zeit geprüft. Es wurde nun die Zeit t bestimmt, welche der Elektrometerfaden bei der Stromstärke i (welcher die Primärintensität proportional ist) zu einem Ausschlag von s Skalenteilen brauchte. Die Anzahl s wurde gruppenweise konstant genommen; z. B. $s = 1$ bei Kristallstellungen, in denen nur wenig reflektiert wird, $s = 10$ in der Nähe des Maximums. i führte kleine und langsame Schwankungen aus; größere Schwankungen wurden durch veränderte Nachströmungsgeschwindigkeit des Wasserstoffs ausgeglichen. Der Ausdruck $s/i \cdot t$ gab dann ein Maß für die Intensität. Die so erhaltenen 2 Kurven der Intensität in Abhängigkeit vom Reflexionswinkel wurden aufgezeichnet und das Flächenverhältnis mit dem Planimeter ausgemessen, bzw. die Quadratmillimeter auf dem Millimeterpapier ausgezählt.



Schnitt durch eine der Ionisationskammern mit eingelegter Platte. Strahlengang und Schwärzung sind angedeutet.

Fig. 3

Da es nur auf das Flächenverhältnis zweier zusammengehöriger Kurven ankam, so konnte der Maßstab für jedes Kurvenpaar willkürlich gewählt werden. Das bedeutet, daß die Elektrometerempfindlichkeit zwar konstant sein muß, im übrigen aber bei der Berechnung unberücksichtigt bleiben kann. Als Beispiel sei hier eine der Kurven beigelegt, sowie ein Beispiel eines Versuchsprotokolls. Hier bedeuten:

St die Stellung des Lichtzeigers auf der Skale,

E die Elektrometerempfindlichkeit in Skalenteilen/ $^{1/10}$ Volt,

KV die Röhrenspannung in Kilovolt.

i die Stromstärke in Milliampere,

s den Elektrometerausschlag in Skalenteilen,

t_1 und t_2 die Zeit in Sekunden, innerhalb der der Ausschlag bei Einstrahlung in die Ionisationskammer I bzw. II entstand.

St	E	KV	I			II		
			i	s	t_1	i	s	t_2
19	16,0	11,9	6,9	10	7,2	6,0	10	16,0
20	—	—	6,9	—	6,8	6,0	—	12,0
21	16,0	11,9	6,0	—	7,0	6,0	—	9,8
22	—	—	6,0	—	8,0	6,0	—	8,4
23	—	—	6,0	—	10,0	6,0	—	7,4
24	16,0	11,9	6,0	10	13,8	6,0	10	8,8

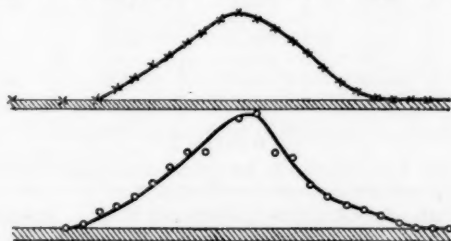


Fig. 5

Die so gemessene Aufladung des Elektrometers setzt sich aus folgenden Teilbeträgen zusammen:

1. Aus der Ionisation durch die $K\alpha$ -Strahlung.
2. Aus der Ionisation durch ein kleines Stück des polarisierten Kontinuums.
3. Aus dem an der Luft gestreuten Teil der Gesamtprimärintensität.

4. Aus dem nichtkompensierten Rest der Eigenionisation der Kammer, aus Isolationsfehlern des Elektrometers und der Zuleitungen, aus elastischen Nachwirkungen des Fadens usw.

Die unter 3. und 4. genannten Fehlerquellen sind vom Reflexionswinkel unabhängig, daher im Mittel konstant. Wir können ihren Einfluß unterdrücken, indem wir von der Gesamtfläche die in der mitgeteilten Kurve schraffierten Teile abziehen. Diese sind übrigens bei dem der Deutlichkeit halber gewählten Beispiel besonders groß (vgl. Fig. 5).

Die Intensität des eingestrahnten Kontinuums kann vernachlässigt werden.

Es seien nun einige Ergebnisse der Einzelmessung als Beispiel mitgeteilt:

Tabelle 1
Ausmessung des Brennflecks

Winkel- ablesung in °	I. Messung	Winkel- ablesung in °	II. Messung	Bemerkungen
224	0,370	228,0	0,58	b. d. II. Messung stärker gefiltert Fluchtstellung
225	0,605	228,5	1,05	
226	1,15	228,75	1,15	
227	1,92	229,0	1,20	
228	2,62	229,25	1,14	
229	3,18	229,30	1,12	
230	2,38	229,45	1,07	
231	1,25	230,0	1,04	
232	0,56	231,0	0,62	
233	0,214			

Tabelle 2
Vergleich der Primärintensität bei beiden Stellungen des Drehspaltes

Spalt vertikal	Spalt horizontal	Verhältnis $V:H$	Bemerkungen
30,5	31,0	0,96	versch. stark gefiltert
30,45	31,5		
11,2	11,2		
11,1	11,0		
11,15	11,15	1,00	
11,10	11,10		
10,3	10,3		
10,3	10,4		
9,73	9,75	1,01	
9,90	9,90		
10,1	9,90		

Tabelle 3

KV	Intensitätsverhältnis vertikal : horizontal
7,5	0,997
9,1	1,002
12,5	1,01

Mittel: $1,003 \pm 0,004$

Tab. 3 enthält die Ergebnisse der der obigen Tabelle entsprechenden Messungen für verschiedene Spannungen.

Tabelle 4

Zusammenstellung der Ergebnisse:

Versuchsnummer	Spannung in KV	Polarisationsgrad	Abweichung vom Mittel
18	12,6	1,03	+ 0,03
4	11,9	0,99	- 0,01
13	9,6	0,94	- 0,06
14	9,6	0,96	- 0,04
10	9,1	1,01	+ 0,01
17	9,0	1,12	+ 0,12
3	8,6	1,00	0,00
6	7,8	1,05	+ 0,05
15	7,5	0,96	- 0,04
2	7,4	0,97	- 0,03

Mittelwert: $1,003 \pm 0,04$

Die Tab. 4 zeigt, daß die Eisen-K α -Strahlung unpolarisiert ist.

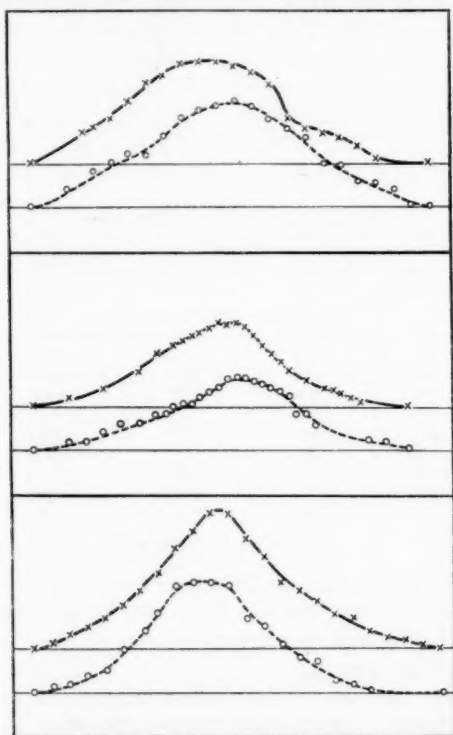
Die Fehlergrenze von ± 4 Proz. verteilt sich auf die Unsicherheit der Elektrometermessung, sowie auf die Unsicherheit der Flächenbestimmung.

Es seien hier noch einige Bemerkungen zu der Arbeit von Bishop erlaubt. Die für Molybdän angegebene Polarisation beträgt rund das 8fache unserer Fehlergrenze, so daß eine beim Eisen etwa vorhandene Polarisation von nur annähernd diesem Betrag sicher nachweisbar gewesen wäre.

Um eine Polarisation der Eigenstrahlung zu erklären, gibt es zunächst zwei Möglichkeiten:

1. Die Polarisation der Eigenstrahlung ist vom Anregungsvorgang abhängig; dann müßte jedoch jede Linie, unabhängig von den besonderen Atomeigenschaften, polarisiert sein. Das widerspricht den früheren Messungen, sowie den unseren.

2. Die emittierte Eigenstrahlung ist bzgl. eines atomeigenen Koordinatensystems polarisiert und diese Koordinatensysteme sind für eine Vielzahl von Atomen parallel gerichtet. Letzteres ist aber nur dann möglich, wenn den so bevorzugten Richtungen



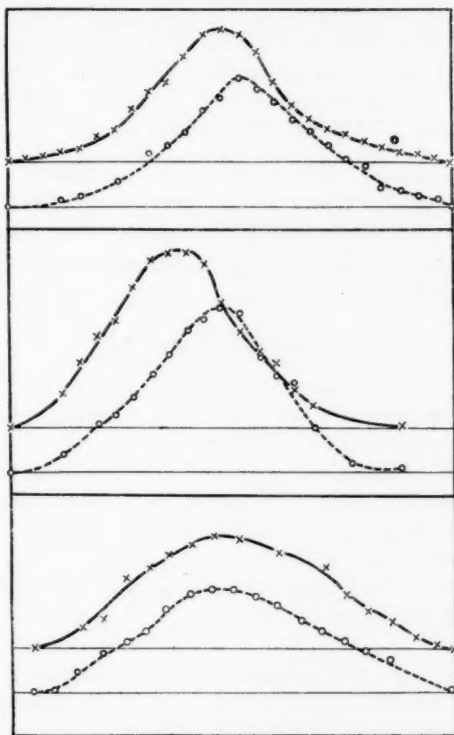
Versuch bei 12,6, 9,1 und 7,4 Kilovolt.

Fig. 6

physikalische Bedeutung zukommt. Solche Fälle liegen nun bei solchen Atomen vor, welche im elektrischen oder magnetischen Feld ein asymmetrisches Verhalten zeigen, wie das z. B. von Gerlach, Stern, Knauer¹⁾ für das Silberatom nach-

1) O. Stern, Ztschr. f. Phys. 39. S. 751. 1926; F. Knauer und O. Stern, Ztschr. f. Phys. 39. S. 764. 1926.

gewiesen ist. Speziell bei Eisen wäre interessant zu prüfen, ob die von einer Eisenantikathode ausgehende Strahlung dann eine Polarisation zeigt, wenn die Antikathode in irgendeiner Richtung mit magnetischen Kraftlinien durchzogen ist. Vorerst



Versuch bei 11,9, 9,0 und 7,5 Kilovolt.

Fig. 7

allerdings steht Bishops Bemerkung über die Polarisation der Molybdäneigenstrahlung vereinzelt da.

Anschließend seien einige der gewonnenen Kurven mitgeteilt. Dabei sind jeweils zwei zusammengehörige Kurven übereinander gezeichnet; die obere von beiden (+) stellt die Intensität parallel, die untere (O) die Intensität senkrecht zum

Kathodenstrahl dar. (Vgl. Figg. 6 und 7.) Wegen der Verschiebung der Maxima sei auf die Arbeit von Wagner und Ott verwiesen.

Zusammenfassung

Aus der von einer Eisenantikathode ausgehenden Strahlung wird die Eisen-K α -Strahlung spektral ausgesondert und auf ihren Polarisationszustand untersucht. Sie erweist sich in dem untersuchten Spannungsintervall von 12,6—7,4 Kilovolt (Anregungsgrenze 7,1 Kilovolt) als unpolarisiert.

Zum Schlusse möchte ich nicht versäumen, Hrn. Prof. Wagner für das dieser Arbeit entgegengebrachte fördernde Interesse meinen ergebensten Dank auszusprechen; ebenso bin ich Hrn. Prof. Harms für mannigfache Anregungen und Ratschläge zu Dank verpflichtet.

(Eingegangen 9. Januar 1928)

**4. Strobokinematographien und Zeittlupen-
aufnahmen von membranösen Zungen- und
Polsterpfeifen sowie von menschlichen
Mundlippen;**

von G. Panconcelli-Calzia

(Aus dem Medizinisch-kinematographischen Institut der Charité, Berlin,
und dem Phonetischen Laboratorium der Universität Hamburg)

Die phonetische und phoniatische Stroboskopie nach Örtel(14)(1878) weist mehrere wertvolle Veröffentlichungen auf. Trotzdem ist man bei Anwendung des Verfahrens heute noch mehr oder weniger auf gefühlsmäßiges Tasten angewiesen, weil die Grundsätze (d. h. Wesen, Gegenstand, Ziel, Methoden und Anwendungsgrenzen) dieser Art von Stroboskopie noch nicht feststehen und einer systematischen Bearbeitung harren.

Das Betreiben, einen solchen Übelstand Fachkreisen zum Bewußtsein zu bringen, führte mich dazu, meine durch zehnjährige Untersuchungen auf dem Gebiete gewonnenen Erfahrungen bekannt zu machen. Bei der Darbietung des Stoffes entstanden aber bald große Schwierigkeiten, weil es sich um Bewegungen handelt, die, wenn sie von anderen richtig aufgefaßt werden sollen, auch als bewegt und nicht als starre Vorgänge dargestellt werden müssen. Es ergab sich ganz von selbst, daß der Film den gedruckten Text oder die gedruckten Abbildungen unterstützen und ergänzen, ja an manchen Stellen sogar ersetzen mußte. Dr. v. Rothe, der Leiter des Medizinisch-kinematographischen Instituts der Charité in Berlin, stimmte meinem Plan zu, in einer Reihe von Filmen die Grundsätze der phonetischen und phoniatischen Stroboskopie systematisch darzustellen. Die Aufnahmen fanden 1926/27 statt; jetzt liegt der erste Film der Reihe vor.

Da aus Gründen, die nachstehend näher erörtert werden, dieser Film fast ausschließlich membranöse Zungen- und Polsterpfeifen („künstliche Kehlköpfe“) berücksichtigt und folglich nicht

nur für Phonetiker, Halsärzte, Physiologen usw., sondern auch für Physiker in Betracht kommt, so habe ich die Schriftleitung der „Annalen“ gebeten, meine Ausführungen an dieser Stelle veröffentlichen zu dürfen.

Der hier beschriebene Film bildet den ersten Teil einer Reihe, betitelt „Untersuchungen über Bewegungen im Kehlkopf“ und besteht aus drei Unterabteilungen.

1. Die erste Unterabteilung stellt die Grundsätze der Stroboskopie durch Trickaufnahmen dar.

Die erste Bildergruppe (von Dr. Deschle, ehemaligem Assistenten in v. Rothes Institut) zeigt eine Stimmgabel und eine Stroboskopscheibe. Der Text: „Durch die Löcher einer sich drehenden Scheibe betrachtet man einzelne Phasen eines schwingenden Körpers“ belehrt oder erinnert den Zuschauer daran, daß „bei genügend raschem Drehen der Eindruck einer ununterbrochenen Schwingungsbewegung entsteht“. Ein Hammer schlägt die Stimmgabel, die Scheibe dreht sich, die Bewegungen der Zinken der Stimmgabel sind deutlich sichtbar.

Die zweite Bildergruppe (auch von Dr. Deschle) soll zeigen, daß die optische Täuschung einer Bewegung am besten erreicht wird, wenn die Anzahl der Stroboskopbilder 1 weniger beträgt als die Schwingungszahl des Körpers. Zu diesem Zweck läßt Dr. Deschle eine Reihe von Schwingungen vor dem Zuschauer entstehen und ablaufen und zeigt ihm dabei die durch das Stroboskop gesehene Phase bzw. Schwingung. Gerade bei derartigen Vorgängen bewährt sich das Kino und insbesondere die Darstellung durch Trickzeichnungen ganz hervorragend.

Bei der dritten Bildergruppe (Panconcelli-Calzia) wird der Zuschauer zuerst dahin belehrt, daß in der Laryngoskopie nun das Stroboskop so verwendet werden soll, daß nicht der Blick, sondern die Beleuchtung des schwingenden Körpers unterbrochen wird, was in der Wirkung auf dasselbe hinausläuft. Hierauf lernt der Zuschauer die Grundsätze meines gesamten Beleuchtungsverfahrens bei der Stroboskopie kennen, indem die Teile der Apparatur einer nach dem anderen erscheinen; am Ende ist sogar das vom Drehen der Scheibe verursachte Verschwinden und Wiedererscheinen des zu beobachteten Gegenstandes zu sehen.

2. Die zweite Unterabteilung stellt a) die Technik und b) die Ergebnisse meiner stroboskopischen Untersuchungen von „künstlichen Kehlköpfen“ dar. Wie ich 1921 berichtete (15), können durch Vivisektion, an der Leiche oder an künstlichen Vorrichtungen gewonnene phonetische Erkenntnisse nicht ohne weiteres auf den Menschen übertragen werden; unter Beherzigung gewisser Vorbehalte sind sie aber für die reine und erst recht für die angewandte Phonetik zu verwerten. Bei meinen zu Anfang erwähnten Bestrebungen entschloß ich mich daher, den Gegenstand zuerst in einer einfacheren Form und unter leichteren Bedingungen zu erforschen und verwandte „künstliche Kehlköpfe“, weil sie dieser Anforderung am besten entsprechen: sie ermöglichen durch Anwendung verschiedener Membranen, Spannungen, Größen, Anblasestärken usw. ein rasches und abwechslungsreiches Experimentieren, sind leichter herzustellen als manche andere Vorrichtungen aus organischen Stoffen und leichter zu beleuchten oder aufzunehmen als menschliche Stimmlippen. Bei den Untersuchungen beschränkte ich mich auf die Erforschung des Schwingungsmodus, ist doch die Lösung dieser Frage von hervorragender grundsätzlicher Bedeutung für die Stroboskopie überhaupt.

Die erste Bildergruppe (a) stellt die Einzelheiten meiner Technik zur stroboskopischen Beobachtung und Kinematographie der hier in Betracht kommenden Vorgänge dar. Hegener (5) wies 1914 als erster darauf hin, daß zur Erreichung einer ausgiebigen Lichtstärke notwendig sei: a) mit kleinem Krater und Schlitzbreiten, die mindestens dreimal so breit als das Kraterbild sind, zu arbeiten; b) die Kohlen der Lichtquelle mit einer Amperezahl zu belasten, die etwa 1,5mal größer ist als die, wofür die Kohlen bestimmt sind. Grundsätzlich betrachtet habe ich beide wertvollen Winke Hegeners befolgt, im übrigen aber (vgl. weiter unten) noch größere Schlitzbreiten und noch dickere Kohlen wählen müssen als die von ihm vorgeschlagenen. Nachstehend die Einzelheiten meiner Technik in der Reihenfolge des Films.

Zwischen einer Weulelampe und der Stromabnahmestelle ein Widerstand und ein Amperemeter. Zehn-Amperekohlen wurden bei Beobachtung mit 8 A, für Kinoaufnahmen bis zu 20 A überlastet. Zur Konvergierung der Strahlen diente

der Triplekondensor der Firma Emil Busch A.-G. Rathenow ($f = 60\text{cm}$).

Ein hinter den Brennpunkt des Triplekondensors gestellter Planspiegel (etwa $10 \cdot 10\text{ cm}$) beleuchtet den schwingenden Körper. Die Entfernung vom Brennpunkt muß so gewählt werden, daß der erzielte Lichtfleck nur so groß wie die aufzunehmende Fläche ist.

Der mit Amperemeter versehene Motor (3000 Drehungen in der Minute) zum Antrieb der Stroboskopscheibe ist an einem schweren Stativ angebracht, das von der übrigen Apparatur zur Vermeidung von Erschütterungen getrennt ist. Zwischen Motor und Stromabnahmestelle ein Widerstand zwecks Regulierung der Drehgeschwindigkeit, zu deren Kontrolle neben dem Ohr auch das Amperemeter dient. Akkumulatorenstrom wäre zweckentsprechender gewesen, war aber nicht vorhanden, es mußte daher mit Stadtnetzstrom fürliebgenommen werden. Langjährige Erfahrungen haben ergeben, daß ein Widerstand mit feiner Abstufung, gespannte Aufmerksamkeit und nicht zuletzt große Übung zu einer ausreichend genauen Regulierung der Drehgeschwindigkeit auch ohne Akkumulatorenstrom führen.

Die Stroboskopscheibe (40 cm Durchmesser) hat 12 Schlitze, deren Breite ich bis auf die höchsterreichbare Grenze von 3,5 cm erhöht habe; jeder Sektor ist also 6 cm dunkel. Die erhebliche Breite der Schlitze ist zur Ersparnis von Licht erforderlich und hat sich bei Beobachtung und Kinematographie ausgezeichnet bewährt. Die Scheibe steht im Brennpunkt des Triplekondensors, ihre Drehgeschwindigkeit wird durch den Widerstand, der zwischen Motor und Stromabnahmequelle eingeschaltet ist, in einem Tonhöhenbereich von 60—600 d. Schw. in der Sekunde verändert.

Wie üblich, ist die Stroboskopscheibe mit einer Anblasevorrichtung zur Tonhöhenangabe oder -kontrolle versehen.

Dank der vorhin erwähnten Schlitzbreite, der Überlastung von Zehn-Amperekohlen mit 20 Amp. und der Eigenschaften des Triplekondensors ist der Helligkeitsgrad des Endlichtes trotz Stroboskopscheibe und Reflexionsspiegel so stark, daß alle Kinaufnahmen mit einer Kurbeldrehung von etwa 20mal in der Sekunde stark überbelichtet waren; ja er reicht bei den hier in Betracht kommenden Gegenständen für Zeitlupenaufnahmen

mit einer Frequenz von 240 Bildern in der Sekunde, sogar bei Anwendung von Blenden, bei weitem aus. Bei allen Strobokinaufnahmen, die durch vorliegenden Film zur Vorführung kommen, wurde zwischen 35 und 40 mal in der Sekunde gedreht, um zu vermeiden, daß später bei der Wiedergabe durch eine etwaige zu schnelle Drehgeschwindigkeit (die selten der der Aufnahme entspricht!) Güte und Deutlichkeit der stroboskopischen Wirkung beeinträchtigt, ja vernichtet würde. Genaue Angaben über die Blende lassen sich nicht machen, weil der Öffnungsgrad nach dem aufzunehmenden Gegenstande, nach dem Objektiv und nach dem Licht sich richtet; bei meinen Aufnahmen änderte sich ihr Grad von 4,5—9. Ebenso richtet sich die Entfernung zwischen Aufnahmekino und Gegenstand je nach dem Objektiv, nach der Gestalt des schwingenden Körpers und nach der erstrebten Größe des Aufnahmebildes auf dem Film.

Die zweite Bildergruppe (b) der zweiten Unterabteilung zeigt den Schwingungsmodus von drei „künstlichen Kehlköpfen“. Der erste (nach Johannes Müller) und der zweite (nach Helmholtz) gehören zu den Pfeifen mit membranöser Zunge, der dritte (nach Wethlo) ist eine Polsterpfeife.

Der „künstliche Kehlkopf“ nach Johannes Müller (12—13) (1837) besteht aus Kautschukmembranen, die auf ein quer geschnittenes Rohr so aufgebunden sind, daß zwischen ihnen nur ein schmaler Spalt frei bleibt. Um den Schwingungsmodus möglichst deutlich auf den Film aufzunehmen, hatte ich eine Riesenpfeife (12,5 cm Höhe, 10,5 cm Durchmesser) herstellen lassen; der frei schwingende Rand jeder Membran wies die beträchtliche Länge von 10 cm auf. Große Schwierigkeiten verursachte die Spannung der Membranen, die nur gefühlsmäßig weder zu schlaff noch zu stramm gestaltet werden konnte; der Zylinder wurde zuerst mit der Membran überzogen und diese dann in der Mitte durchschnitten. Die dunkle Membran gestaltete ich mit weißer fatter Schminke (trockene ist nicht so geeignet) blendend hell; um die Bewegungen noch kontrastreicher hervortreten zu lassen, bestrich ich den freischwingenden Rand jeder Membran in seiner ganzen Länge etwa 5 mm breit mit hellblauer fatter Schminke; eine etwa zu dicke Schicht wurde mit dem Finger hinreichend dünn und gleichmäßig ab-

gerieben. Der Film stellt zuerst die Pfeife und dann die Vorrichtung dar, um etwaige störende Schwankungen des von einer Zentralvorrichtung ununterbrochen gelieferten Anblaseluftstroms auszugleichen: an dem Eingang der Pfeife ist ein seitliches Röhrchen angebracht und so die Druckluft wie üblich in eine Wassersäule geführt. Die stroboskopische Beobachtung zeigt eindeutig, daß der Schwingungsmodus der Membranen der Pfeife nach Johannes Müller *umschichtig* ist; jede Membran schwingt also entsprechend den bisherigen, bereits 1879 von Grützner⁽³⁾ zusammengefaßten Anschauungen *durchschlagend*. Bei Beherrschung der Feinheiten der Strobotechnik lassen sich diese umschichtig erfolgenden Schwingungen so regelmäßig langsam gestalten, daß Beobachtungen stundenlang in größter Ruhe vorgenommen werden können. Es fällt sofort auf, daß die Membranen 1. um ihre freien Ränder herum außer der großen umschichtigen Schwingung noch weitere zahlreiche und verschiedenartige Bewegungen ausführen, und 2. auch in ihrer Breite, und zwar nach der eingespannten Peripherie zu, sich wellenartig bewegen. Die Kinematographie des Hauptschwingungsmodus (Tonhöhe: 137 d. Schw. = cis⁹) erfolgte von der Seite im rechten Winkel; sie ist gut gelungen und bei Innehaltung einer richtigen Drehgeschwindigkeit der Wiedergabe scharf, deutlich und sich sehr langsam vollziehend am Schirm zu sehen.

Der „künstliche Kehlkopf“ nach Helmholtz⁽⁶⁾ (1863) besteht aus einem Rohre, dessen Ende von zwei Seiten schräg abgeschnitten ist; darauf werden zwei Gummimembranen so aufgebunden, daß ein schmaler Spalt frei bleibt. Auch von dieser Pfeife hatte ich ein Riesenexemplar (7,5 cm Höhe, 8,5 cm Durchmesser) herstellen lassen, jede Membran hatte eine Länge von 8 cm! Viel schwieriger als bei der Müllerschen Pfeife war hier das Spannen, ja überhaupt das Anbringen der Gummimembranen wegen des eigenartigen Schnittes des Rohres; trotz wiederholter Versuche war die eine Membran doch etwas straffer gespannt als die andere. Das beeinträchtigt aber in keiner Weise den Wert der erzielten Ergebnisse, es bringt sogar den Schwingungsmodus noch mehr zur Anschauung dadurch, daß die straffere Membran durch ihre kleineren Exkursionen die weiten Bewegungen der loseren

Membran mehr hervortreten läßt. Schminken und Regulieren des Luftüberdruckes geschah wie bei der Pfeife von Müller. Die stroboskopische Beobachtung zeigt deutlich, daß der Schwingungsmodus der Membranen der Helmholtzschen Pfeife im Gegensatz zur vorigen Pfeife *gleichschichtig* ist; jede Membran schwingt also entsprechend den bisherigen Annahmen [vgl. Grützner(3)] *aufschlagend*; sonst wurden hier betreffs des feineren Schwingungsmodus dieselben Beobachtungen gemacht wie bei der Müllerschen Pfeife. Der Hauptschwingungsmodus der Membran (Tonhöhe: jedesmal 137 d. Schw. = cis⁹) wurde von vorn und von der Seite kinematographiert und ist, immer unter Innehaltung einer richtigen Drehgeschwindigkeit, sehr schön am Schirm zu sehen.

Zur Herstellung des „künstlichen Kehlkopfes“ von Wethlo(17) (1913) wurden aus der Mitte eines Rohres zwei Kerbstücke dachartig herausgeschnitten, mit einer Gummimembran überzogen und wieder in das Rohrstück hineingesetzt. Hierdurch entstanden zwei Polster, die in Form und Bau den menschlichen Stimmlippen sehr nahe kommen. Vermittelt kleiner Röhrchen werden die Polster von außen her durch Anblasen gespannt. Die ursprüngliche Wethlosche Polsterpfeife ist ziemlich klein und mit Polstern von nur 2,5 bis 2,8 cm Länge versehen; ich ließ ein Riesenexemplar (5 cm Höhe, 6,5 cm Durchmesser) mit 6 cm langen Polstern herstellen. Im Gegensatz zu dem Wethloschen Modell schlossen die Polster mit dem Außenrand der Röhre dicht ab, um die für Kinaufnahmen lästige Bildung von Schatten zu verhindern und die Aufnahme der gesamten Fläche von dem schwingenden Rand bis zur eingespannten Peripherie zu ermöglichen. Waren die Schwierigkeiten beim Überspannen beider vorigen Pfeifen groß, so waren sie hier beinahe unüberwindlich, weil die Polster unbedingt luftdicht gestaltet werden müssen, andernfalls ist eine stroboskopische Wirkung nicht zu erzielen. Trotzdem gelang nach wiederholten Versuchen die Herstellung zweckmäßiger Polster, die wie die Membranen obiger Pfeifen geschminkt wurden. Für Wethlos Polsterpfeife sind zwei Luftsäulen nötig, eine für die Spannung der Polster und eine für das Anblasen derselben zur Hervorbringung des Tones; ein etwaiger Luftüberdruck wurde daher durch zwei getrennte

Wassersäulen ausgeglichen. Stroboskopische Beobachtung und Kinematographie der Polsterpfeifen nach Wethlo sind leichter und kommen auch viel besser zum Ausdruck als bei den vorigen Pfeifen, weil die Polster *gegeneinander schwingen*; der Hauptschwingungsmodus (Tonhöhe: 194 d. Schw. = g^0) wird am Projektionsschirm ausgezeichnet veranschaulicht. Bezüglich des feineren Schwingungsmodus ist zu bemerken, daß die Polster nicht nur gegeneinander schlagen, sondern sie führen dabei andere schnelle kleine Bewegungen in der ganzen Länge des freien Randes aus. Beim wagerechten Halten der Pfeife wie bei Kinopfeifen — die Polster bieten sich also dem Beobachter in ihrer senkrechten Stellung dar — zeigt die stroboskopische Beobachtung, daß die Polster nicht nur auf einer wagerechten Achse gegeneinander schlagen, sondern dabei andere schnellere kleinere Bewegungen in der ganzen Länge des freien Randes ausführen. Es ist aber nicht möglich, genau anzugeben, auf welcher Achse und in welcher Richtung sich die Bewegungen vollziehen, denn sie erfolgen zu schnell [vgl. auch Wethlo (17)].

3. Die dritte und letzte Unterabteilung vorliegenden Films stellt die Tätigkeit der menschlichen Mundlippen dar und bildet so das Bindeglied zwischen den aus anorganischen Geweben bestehenden „künstlichen Kehlköpfen“ und den menschlichen Stimm lippen, die kein „toter“ sondern ein „lebender“ elastischer Körper sind. Nach gründlichem Bestreichen mit weißer fatter Schminke spannte ich meine Mundlippen etwas seitlich und durch Dazwischenblasen versetzte ich sie in Schwingung; der so entstandene Klang ist etwas knarrend und tief; seine Frequenz beträgt 218—194 d. Schw. = a^0 bis g^0 . Es ist aber leider nicht möglich, ihn lange zu halten, weil die gesamte Lippenmuskulatur auch bei Beherrschung der Atemtechnik rasch ermüdet und jede weitere Bemühung vereitelt. Erst nach langer Ruhe können die Versuche wieder mit Erfolg aufgenommen werden. Die Stroboskopie leistet auch hier gute Dienste, aber nicht in dem Maße wie bei den „künstlichen Kehlköpfen“, weil die Vorgänge kurz dauern und trotz aller Anstrengungen keine regelmäßige Tonhöhe aufweisen. Sie ermöglichen daher auch nur eine kurze Beobachtung. Jedenfalls läßt die Stroboskopie deutlich erkennen,

daß die Mundlippen ebenfalls *gegeneinander schwingen*. Das waren lauter Gründe, die mich bei der Fixierung der Vorgänge auf die Strobokinematographie zugunsten von Zeitlupenaufnahmen verzichten ließen. Eine Frequenz von 240 Bildern in der Sekunde lieferte eine ausgezeichnete Darstellung des Hauptschwingungsmodus der Mundlippen. Wie bereits oben angedeutet, schwingen diese ebenso wie die Polster der Pfeife von Wethlo *gegeneinander*; weitere kleine wellenartige Bewegungen nach vorn und nach den Seiten sind — obwohl nicht genügend deutlich und langsam — doch ebenfalls zu sehen [(vgl. hierüber auch Musehold(10–11)].

Die „Literatur der Physiologie der menschlichen Stimme von der ältesten bis auf die neueste Zeit, chronologisch geordnet nebst zugehöriger Kritik“ von Liskovius(7) (1846) zeigt, daß bereits vor etwa $2\frac{1}{2}$ Jahrtausenden der menschliche Kehlkopf mit einer künstlichen Schallquelle verglichen wurde.

Die wiederholten Versuche, durch eine künstliche „unbelebte“ Schallquelle die Stimmstehungsvorgänge beim Menschen zu erklären, blieben beinahe 2500 Jahre lang ziemlich unfruchtbar, weil u. a. die zum Vergleich herangezogenen künstlichen Schallvorrichtungen (Labialpfeifen, Metallzungen usw.) viel zu verschieden vom menschlichen Stimmorgan waren. Erst als man sich membranöser Zungenpfeifen bediente, trat man einen neuen verheißungsvollen Weg an. Die Zungenpfeife von Johannes Müller(12–13) (1837 und 1839), deren Gummimembranen senkrecht gegen die Achse des Rohres gestellt sind, die Zungenpfeife von Helmholtz(6) (1863) mit schräg gestellten Gummimembranen, die Gegenschlagpfeife von J. Richard Ewald(2) (1898) und die Polsterpfeife von Wethlo(17) (1913) bedeuten daher vier wichtige Meilensteine in der Anwendung von künstlichen Schallvorrichtungen zur Erklärung der Vorgänge im menschlichen Kehlkopf. Die hiermit von verschiedenen Forschern angestellten Versuche haben nützliche Ergebnisse gezeitigt, die von meinen nach einem zeitgemäßen Verfahren vorgenommenen Untersuchungen im großen ganzen bestätigt wurden.

Einen weiteren Fortschritt brachte die in den 30er Jahren des vorigen Jahrhunderts volkstümlich gewordene Stroboskop-

scheibe. Der erste Bericht über stroboskopische Untersuchungen von membranösen Zungenpfeifen stammt von Mach(8) 1873, dem andere Forscher bis 1926 [West(16)] folgten [vgl. die Sachberichte und bibliographischen Verzeichnisse u. a. bei Auerbach(1), im Handwörterbuch der Naturwissensch.(4) usw.]. Die erste und, soweit ich feststellen konnte, bis heute einzige Mitteilung über Stroboskopie von Polsterpfeifen verdanken wir Wethlo(17) (1913).

Mundlippen wurden mit dem unbewaffneten Auge 1857 zum ersten(?) Male von Merkel(9) u. a. betreffs des Schwingungsmodus untersucht; 1898 beobachtete Musehold(10–11) sie als erster stroboskopisch.

Also weder durch Anwendung und Stroboskopie von membranösen Zungen- und Polsterpfeifen noch durch Heranziehung von menschlichen Mundlippen zum Bilden eines Klanges kann vorliegender Aufsatz Anspruch erheben, neues zu bringen. Die bisherigen Autoren hatten aber ihre Forschungen nur durch die Wortsprache oder durch starre Abbildungen beschrieben; im Gegensatz hierzu wird heute der Gegenstand zum erstenmal mittels eines Films dargeboten; aber nicht ausschließlich dadurch, sondern auch durch andere Eigenarten und neue Ergebnisse wird der Aufsatz gekennzeichnet; diese lassen sich folgendermaßen zusammenfassen:

Formell. 1. Unmittelbare, lebendige Darstellung des Stoffes (Technik, Untersuchung, Ergebnisse), daher

2. Erhöhung der Deutlichkeit und Verständlichkeit, sowie beinahe volle Vermeidung von Mißverständnissen.

3. Möglichkeit, die beobachteten Vorgänge in ihrer Gesamtheit oder in jedem einzelnen Teil beliebig oft und schnell zu verfolgen und zu wiederholen.

4. Möglichkeit für jeden Forscher: a) die Richtigkeit der Schlüsse unmittelbar zu prüfen, b) gegebenenfalls neue Untersuchungen unter Bedingungen vorzunehmen, die hinreichend genau den zu prüfenden entsprechen, c) die nun so erzielten Ergebnisse mit den anderen unmittelbar zu vergleichen.

Sachlich: 1. Bekanntmachung einer neuen Technik zur Beobachtung und Kinaufnahme (mit Stroboskopie oder durch Zeitlupe) von membranösen Zungen- und Polsterpfeifen, sowie von menschlichen Mundlippen.

2. Möglichkeit, diese Technik auf die Erforschung der Stimmklappen des Lebenden anzuwenden.

3. Diskussionsnotwendigkeit der Frage, ob und inwieweit der Schwingungsmodus durch die Stroboskopie überhaupt zu erforschen ist.

Literaturverzeichnis

- 1) Auerbach, F., Akustik. Hbch. d. Physik 2. S. 712. 2. Aufl. Leipzig 1909 (Stichwort: Stroboskopie).
- 2) Ewald, J. R., Die Physiologie des Kehlkopfes und der Luftröhre, Stimmbildung. In Heymanns Handbuch der Laryngologie und Rhinologie 1. 1. Hälfte. S. 181 ff. Wien 1898.
- 3) Grützner, P., Physiologie der Stimme und Sprache. In Hermanns Handbuch der Physiologie 1. 2. Teil. S. 29 ff. Leipzig 1879.
- 4) Handwörterbuch der Naturwissensch. 9. S. 822 ff. Jena 1913 (Stroboskopische Methoden).
- 5) Hegener, J., Ein neues Laryngostroboskop, zugleich Universalbeleuchtungsapparat für die Beobachtung und Momentphotographie in Körperhöhlen mit engem Zugang S. 8 (über a) u. S. 5 (über b). Vox 1914.
- 6) Helmholtz, H., Die Lehre von den Tonempfindungen S. 155 ff. Fig. 30. Braunschweig 1863.
- 7) Liskovius, K. F. S., Physiologie der menschlichen Stimme für Ärzte und Nichtärzte S. 71 ff. Leipzig 1846.
- 8) Mach, E., Optisch-akustische Versuche. Die spektrale und stroboskopische Untersuchung tönender Körper S. 63 ff. Prag 1873.
- 9) Merkel, Carl Ludwig, Anatomie und Physiologie d. menschl. Stimm- u. Sprachorgans (Anthropophonik) S. 566 ff. Leipzig 1857.
- 10) Musehold, A., Stroboskopische und photographische Studien über die Stellung der Stimmklappen im Brust- und Falsettregister. Archiv f. Laryngologie und Rhinol. 7. S. 19 ff. 1898.
- 11) Musehold, A., Allgemeine Akustik und Mechanik des menschlichen Stimmorgans S. 130. Berlin 1913.
- 12) Müller, Johannes, Handbuch der Physiologie des Menschen. Von der Stimme und Sprache 2. 1. Abt. 3. Abschn. S. 149 ff. Coblenz 1837.
- 13) Müller, Johannes, Über die Kompensation der physischen Kräfte am menschlichen Stimmorgan S. 51. Taf. 4. Fig. 29 Berlin 1839.
- 14) Örtel, Über eine neue „laryngo-stroboskopische“ Untersuchungsmethode des Kehlkopfes. Zentralbl. f. d. mediz. Wissenschaften Heft 5. S. 81 ff. 1878.
- 15) Paneoncelli-Calzia, G., Experimentelle Phonetik. Sammlung Gösschen Nr. 844. S. 13—14. Berlin 1921.
- 16) West, Robert, The Nature of Vocal Sounds. The Quarterly Journal of Speech Education 12. S. 251 ff. 1926.
- 17) Wethlo, Franz, Versuche mit Polsterpfeifen. Passow-Schäfersche Beiträge 6. S. 268 ff. 1913; S. 275 (über stroboskopische Beobachtung).

(Eingegangen 28. Januar 1928)

5. Über die Hypothese von G. v. Gleich, daß bei einem bewegten Elektron die Masse konstant sei und die Ladung veränderlich;

von Wilhelm Anderson

Vor kurzem hat Hr. G. v. Gleich eine Theorie aufgestellt, wonach bei einem bewegten Elektron die Masse konstant bleibe, während die Ladung (oder, besser gesagt, die elektrodynamische Wirkung der Ladung) nach dem Gesetze

$$e = e_0 \sqrt{1 - \beta^2}$$

sich ändere. Es erweist sich, daß eine solche Annahme genau dieselben Folgen für das Atommodell hat, wie die Annahme einer konstanten Ladung und einer nach dem Gesetze

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

veränderlichen Masse.¹⁾

Ich will nun auf eine Erscheinung hinweisen, welche uns zu entscheiden gestattet, ob bei einem bewegten Elektron die Masse oder die Ladung konstant sei.

J. H. Jeans nimmt an, daß die „Höhenstrahlung“ durch Vernichtung von Protonen und Elektronen entstehe: bei dem Zusammenstoß eines Protons mit einem Elektron verwandeln sich beide in ein Energiequantum von der Wellenlänge $1,3 \cdot 10^{-13}$ cm.²⁾

Ein solcher Prozeß widerspricht aber dem Gesetze der Erhaltung des Impulses. Darum sahen sich A. L. Hughes und G. E. M. Jauncey veranlaßt, zu einem Dreikörperstoß Zuflucht zu nehmen: ein Proton stößt mit zwei Elektronen zusammen, wobei sich das Proton mit dem einen Elektron in

1) G. v. Gleich, *Ann. d. Phys.* 83. S. 247–254. 1927.

2) J. H. Jeans, *Supplement zu Nature* Nr. 2979 vom 4. Dezember 1926. S. 39.

ein Energiequantum von der Wellenlänge $2,6 \cdot 10^{-13}$ cm verwandelt; das andere Elektron wird zum „Rückstoßelektron“.¹⁾

Ich habe in einem früheren Artikel hingegen angenommen, daß beim Zusammenstoß eines Protons mit einem Elektron (also bei einem Zweikörperstoß) *nur das Proton* sich in ein Energiequantum verwandelt, welches in bestimmter Richtung fortfliegt. Das Elektron fliegt als „Rückstoßelektron“ entsprechender Geschwindigkeit in entgegengesetzter Richtung fort. Die Wellenlänge des so entstandenen Energiequantums ist, wie im Falle eines „Dreikörperstoßes“, gleich rund $2,6 \cdot 10^{-13}$ cm.²⁾

Wollen wir jetzt diese Berechnung unter der Voraussetzung wiederholen, daß die Elektronenmasse immer gleich m_0 bleibe. Dabei nehmen wir an, daß die Geschwindigkeit des Elektrons und des Protons *vor* dem Zusammenstoß sehr gering ist. Nach dem Zusammenstoß verwandelt sich das Proton (dessen Masse wir gleich M_0 setzen) in ein Energiequantum von der Wellenlänge λ , welches in bestimmter Richtung mit Lichtgeschwindigkeit c fortfliegt. Das Elektron fliegt mit der Geschwindigkeit v in entgegengesetzter Richtung fort.³⁾ Nach dem Gesetz der Erhaltung der Energie ist:

$$M_0 c^2 = h\nu + \frac{1}{2} m_0 v^2,$$

und nach dem Gesetz der Erhaltung des Impulses:

$$\frac{h\nu}{c} = m_0 v.$$

Diese Gleichungen ergeben:

$$v = \frac{1}{h} (-m_0 c^2 + \sqrt{m_0^2 c^4 + 2 M_0 m_0 c^4}),$$

und weiter:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{h}{-m_0 c + m_0 c \sqrt{1 + \frac{2 M_0}{m_0}}}.$$

Wir setzen $h = 6,55 \cdot 10^{-27}$, $c = 3 \cdot 10^{10}$, $m_0 = 9 \cdot 10^{-28}$, $\frac{M_0}{m_0} = 1845$ und erhalten (rund):

$$\lambda = 4,1 \cdot 10^{-13} \text{ cm.}$$

1) A. L. Hughes u. G. E. M. Jauncey, Nature 117. S. 193. 1926.

2) W. Anderson, Ztschr. f. Phys. 41. S. 72. 1927.

3) Die Geschwindigkeit v erweist sich als Überlichtgeschwindigkeit, was aber bei konstanter Elektronenmasse zu keinen Schwierigkeiten führt.

Somit ergibt die Hypothese der konstanten Masse eine beinahe 16 mal größere Wellenlänge als die gewöhnliche Hypothese der veränderlichen Masse (welche $\lambda = 2,6 \cdot 10^{-13}$ cm ergibt).

Was nun die Beobachtungen anbetrifft, so findet R. A. Millikan $\lambda = 0,00038 \text{ \AA} = 3,8 \cdot 10^{-12}$ cm als kürzeste Wellenlänge der Höhenstrahlung.¹⁾ Dies stimmt sehr nahe mit dem Werte überein, welchen die Hypothese der konstanten Masse ergibt.

Wir sehen also, daß Millikans Beobachtungen zugunsten der Hypothese von G. v. Gleich sprechen, und gegen die gewöhnliche Hypothese der veränderlichen Masse.

Trotzdem möchte ich diesem Ergebnis keine zu große Bedeutung beimessen. Die Berechnung der Wellenlänge aus dem Absorptionskoeffizienten ist bei so harter Strahlung etwas recht Unsicheres. Auch die Existenz einer noch härteren Höhenstrahlung, als Millikan sie beobachten konnte, ist nicht unmöglich. So glaubt G. Hoffmann das Vorhandensein von Strahlungskomponenten konstatiert zu haben, deren Durchdringungsvermögen noch um 50 Proz. größer ist als bei Millikans kürzesten Wellen. Hoffmann rechnet mit der Möglichkeit, daß sogar noch härtere Strahlungskomponenten vorhanden sein könnten.²⁾ Endlich ist es auch noch gar nicht bewiesen, daß die Höhenstrahlung durch Protonenvernichtung entsteht.³⁾

1) R. A. Millikan, Ann. d. Phys. 79. S. 578. 1927.

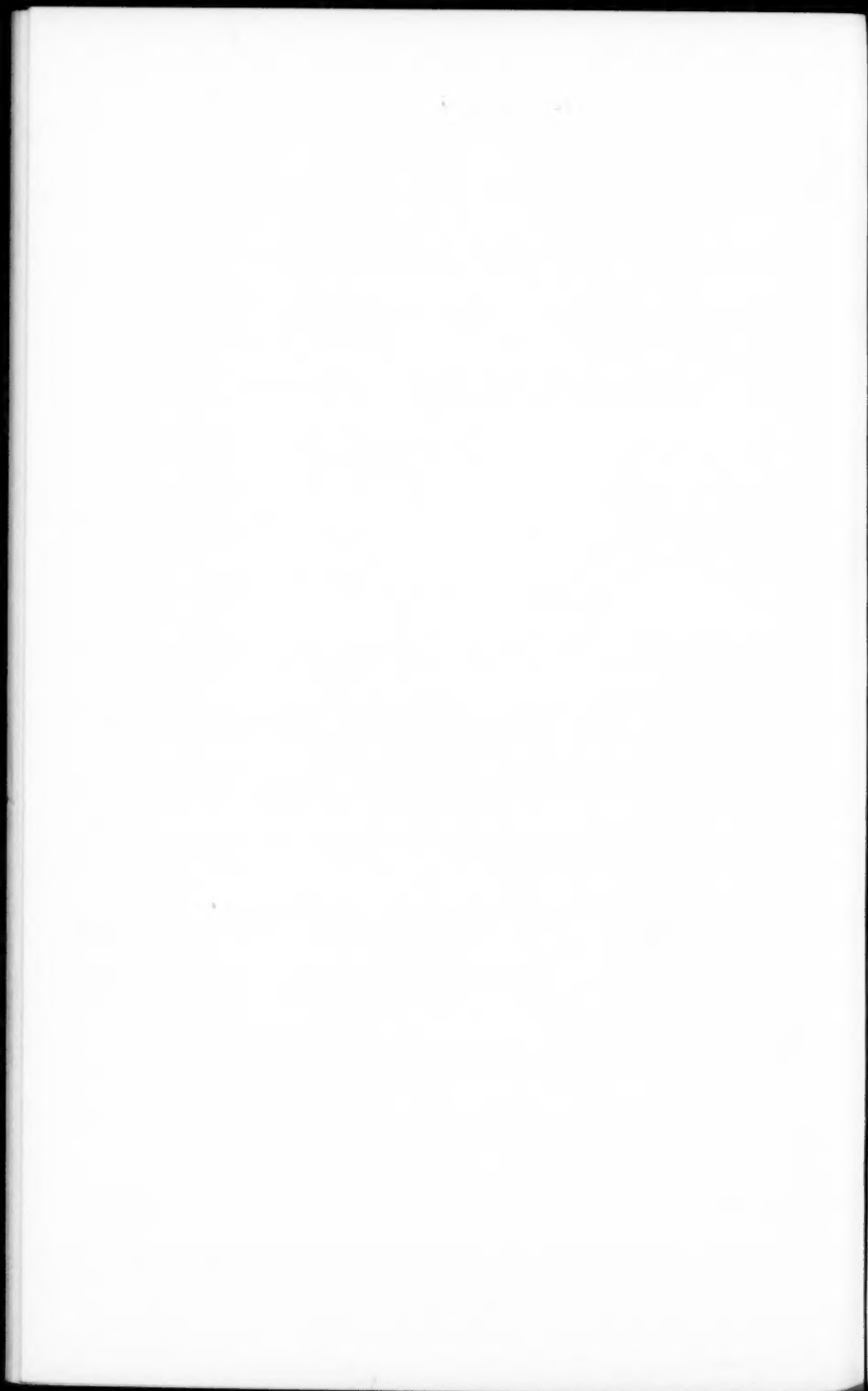
2) G. Hoffmann, Naturw. 14. S. 1004. 1926; vgl. auch den neuen Artikel von G. Hoffmann und E. Steinke, Naturw. 15. S. 995. 1927.

3) Während der Drucklegung dieses Aufsatzes ist ein neuer Artikel von R. A. Millikan erschienen (Supplement to Nature No. 3036. S. 19 bis 26. 1928), wo er für die härtesten Höhenstrahlen eine Wellenlänge von $\lambda = 2,1 \cdot 10^{-13}$ cm annimmt. Auch dieser neue Wert verträgt sich mit der Hypothese von G. von Gleich immer noch besser, als mit der gewöhnlichen Hypothese der veränderlichen Elektronenmasse.



Wiedergabe der belichteten Platte

Fig. 4



ANNALEN DER PHYSIK

VIERTE FOLGE. BAND 85

1. *Über die annähernden komplexen Lösungen
der Schrödingerschen Differentialgleichung für
den harmonischen Oszillator;*

von K. F. Niessen

Zusammenfassung

Die oben erwähnten Annäherungen werden studiert, um an einem Beispiel zu zeigen, wie die (leider problematische) Richtigkeit des Wentzelschen Approximationsverfahrens in der Wellenmechanik geprüft werden kann.

Einleitung

Das Studium der komplexen Lösungen einer Schrödingerschen Differentialgleichung ist von Belang für die Frage, inwieweit die früheren Sommerfeldschen Quantenregeln noch in der Wellenmechanik als Näherung dienen können.

Die in der alten Theorie auftretenden Integrale wurden am bequemsten mittels einer geschlossenen Integration in einer komplexen Ebene berechnet.

G. Wentzel¹⁾ zeigte, daß die Sommerfeldsche Regel als erste Annäherung auch aus der Wellenmechanik folgte, z. B. im Falle eines linearen Oszillators.

Seine Beweisführung ist aber nicht scharf, weil er annimmt, daß die Partikularlösung, die für unendlich große reelle positive und negative Werte der Koordinate verschwindet (also der Schrödingerschen Forderung genügt), in der komplexen Ebene eine analytische Fortsetzung hat, die wegen der Kleinheit der Planckschen Konstante in der ganzen Ebene mittels einer einzigen eindeutigen asymptotischen Lösung angenähert werden kann.

Wir werden aber zeigen, daß die Differentialgleichung für den linearen *harmonischen* Oszillator jedenfalls Partikular-

1) G. Wentzel, Ztschr. f. Phys. 37. S. 518. 1926.

lösungen hat, die den Schrödingerschen Bedingungen genügen, aber in einem Teil (I) der komplexen Ebene mittels einer Funktion, im anderen Teil (II) durch die Summe zweier Funktionen anzunähern ist. Eine dieser letzten Funktionen ist dann die analytische Fortsetzung der einzigen Funktion in (I), die andere ist aber eine ganz neue Funktion.

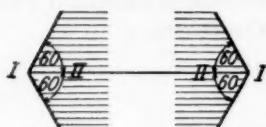


Fig. 1

Von großer Bedeutung wird dann die Frage, wo die Grenze zwischen beiden Gebieten I und II liegt, damit wir untersuchen können, ob der Sommerfeldsche Integrationsweg in der komplexen Ebene in dem Gebiete I, oder vielleicht auch

teilweise im Gebiete II verläuft.

Aus den Ergebnissen von Kramers¹⁾ kann man schon den letzteren Fall erwarten. Er fand nämlich in der komplexen Ebene in der unmittelbaren Umgebung jedes klassischen Umkehrpunktes zwei Gebiete I und II, deren Grenze einen Winkel von 60° mit der klassischen Bahn bildete (Fig. 1).

Wir werden in dieser Abhandlung zeigen, warum Wentzel trotz seiner falschen Annahme doch eine richtige Annäherung für die *rundintegrierte* Schrödingersche Partikularlösung finden konnte.

Bestimmung der Grenzkurve zwischen den Gebieten I und II

Wir können die Schrödingersche Differentialgleichung für den harmonischen Oszillator für unseren Zweck schreiben in der Form:

$$(1) \quad \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + (b - x^2) \varphi = 0.$$

Die Lösung ist zu schreiben als ein Integral in einer komplexen z -Ebene zwischen zwei festen Punkten P und Q , wobei x als Parameter auftritt:

$$(2) \quad \varphi = \int_P^Q \frac{e^{-z^2 - 2zx - \frac{x^2}{2}}}{z^k + 1} dz$$

1) H. A. Kramers, Ztschr. f. Phys. 39. S. 828. 1926.

mit

$$(3) \quad k = \frac{b-1}{2}.$$

P und Q sind keine beliebigen Punkte, denn setzt man (2) in (1) ein, so sieht man, daß sie im allgemeinen nicht der Differentialgleichung genügt. Die Relation, die nach der Substitution von (2) in (1) übrig bleibt, läßt sich aber schreiben in der Form:

$$\int_P^Q \frac{d}{dz} \frac{e^{-z^2 - 2zx - \frac{x^2}{2}}}{x^k} = 0,$$

wie man bei Ausrechnung finden wird.

Wählen wir also als festen Anfangs- bzw. Endpunkt zwei Punkte P und Q , wo:

$$e^{-z^2 - 2zx - \frac{x^2}{2}} = 0,$$

so ist (2) wirklich eine Lösung von (1).

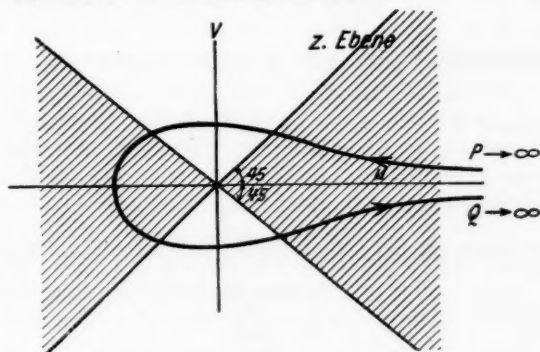


Fig. 2

Solche Punkte P und Q liegen im Unendlichen der in Fig. 2 schraffierten Gebiete.

Der Integrationsweg von P nach Q ist beliebig, soll aber, damit nicht identisch $\varphi \equiv 0$ sei, den Nullpunkt $z = 0$ umfassen, sagen wir z. B. in negativem Sinne.

Der Exponent k könnte auch gebrochen sein. Dann müßten wir unter der z -Ebene eine Riemannsche Ebene verstehen.

Wir interessieren uns aber nur für die Lösungen, die sich auf der reellen x -Achse wie die Schrödingerschen Funktionen verhalten, (weil wir die analytische Fortsetzung der letzteren untersuchen wollen) und müssen deshalb die Größe k ganzzahlig und positiv annehmen, wodurch nach (3) b und solcherweise auch die Energie nur die bekannten direkten Werte annehmen kann.

Wir werden zeigen, daß nun, also bei ganzzahligem k , die Lösung (2) für den Weg in Fig. 2 eine Funktion von x gibt, die für reelle x auf die bekannte Schrödingersche Eigenfunktion hinausläuft.

Wir können nämlich P und Q durch einen kleinen Weg verbinden, der ganz im Unendlichen bei $q = +\infty$ bleibt, worauf der Integrand in (2) stets verschwindet. Die Lösung (2) kann also zu einem geschlossenen Integral umgebildet werden, das außerdem noch beliebig geändert werden kann, wenn nur bei der Deformation des Weges der Nullpunkt nicht passiert wird.

Wir haben also:

$$\varphi = \oint \frac{e^{-z^2 - 2zx - \frac{x^2}{2}}}{z^{k+1}} dz = e^{\frac{x^2}{2}} \oint \frac{e^{-\zeta^2}}{(\zeta - x)^{k+1}} d\zeta$$

mit:

$$\zeta = x + z.$$

Benutzen wir die Definition der Hermiteschen Funktion:

$$e^{-(x-t)^2} = e^{-x^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{H_n(x)}{n!} t^n,$$

woraus:

$$H_n(x) = n! \frac{(-1)^n}{2\pi i} e^{x^2} \oint \frac{e^{-\zeta^2}}{(\zeta - x)^{n+1}} d\zeta,$$

so können wir die letztere Gleichung — nun bei komplexem x — als die analytische Fortsetzung der Hermiteschen Funktion betrachten.

Wir können unsere Lösung (2) also auch schreiben als:

$$\varphi = C e^{-\frac{x^2}{2}} H_k(x),$$

was für reelle x -Werte wirklich auf die bekannte Schrödingersche Eigenfunktion hinausläuft.

Kehren wir nun wieder zu unserer Lösung (2) für komplexe x -Werte zurück.

Wir werden zur Berechnung von (2) ein Approximationsverfahren angeben und dabei nach dem Vorgang von Kramers¹⁾ eine Methode anwenden, die deutlich erkennen läßt, wo ein und wo zwei asymptotische Lösungen zur annähernden Darstellung einer selben Partikularlösung (2) von (1) zu benutzen sind.

Wir wählen dazu die Sattelpunktmethode. Wir legen den Integrationsweg in (2) nämlich durch die Sattelpunkte der Funktion:

$$\frac{e^{-z^2 - 2zx - \frac{x^2}{2}}}{x^{k+1}} = e^{f(z)},$$

wo

$$f(z) = -z^2 - 2zx - \frac{x^2}{2} - (k+1)\lg z.$$

Da sich herausstellen wird, daß die Linien steilsten Abfalles durch diese Sattelpunkte nach dem Unendlichen der in Fig. 2 schraffierten Gebiete gehen, können wir den Integrationsweg immer im Endlichen mit diesen Linien zusammenfallen lassen. Wir brauchen nur Verbindungslinien von P und von Q im Unendlichen anzubringen, deren Beiträge wegen des dort verschwindenden Integranden Null sind.

Wir begnügen uns mit den Beiträgen dieser Sattelpunkte. Letztere genügen der Gleichung:

$$f'(z) = 0.$$

Es ergeben sich also deren zwei:

$$(4) \quad z_0 = -\frac{x}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{x^2 - (b+1)}$$

$$(5) \quad z'_0 = -\frac{x}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{x^2 - (b+1)}.$$

Zur Bestimmung der Paßwege braucht man die Zerlegung von $f(z)$ in einen reellen und einen imaginären Teil.

1) H. A. Kramers, a. a. O.

Auf dem Paßwege (und eigentlich auch auf dem diesen senkrecht schneidenden „Bergweg“) bleibt der imaginäre Teil konstant.

Unsere Lösung q läßt sich schreiben:

$$q = \int_P^Q e^{f(z)} dz.$$

In erster Näherung steuert die Umgebung des Sattelpunktes z_0 , wegen $f'(z_0) = 0$, zum Integral bei:

$$O(z_0) = e^{f(z_0)} \int e^{(z-z_0)^2} \frac{f''(z_0)}{2} dz.$$

Die Richtung des Integrationsweges in z_0 sei mittels ψ angegeben, so daß wir über eine kleine Strecke:

$$z - z_0 = \rho e^{i\psi}$$

nach ρ zu integrieren haben. Ist nun:

$$(6) \quad \frac{f''(z_0)}{2} = 1 - \frac{b+1}{4z_0^2} = M e^{i\alpha},$$

so bestimmen wir ψ aus der Forderung, daß der imaginäre Teil von $(z - z_0)^2 f''(z_0)$ konstant bleiben muß, also Null, wie in $z = z_0$.

Aus:

$$(z - z_0)^2 \frac{f''(z_0)}{2} = \rho^2 M e^{i(\alpha + i2\psi)}$$

finden wir für den Paßweg, je nach der Integrationsrichtung:

$$\alpha + 2\psi = \begin{cases} \pi \\ 3\pi \end{cases},$$

also:

$$\psi = \begin{cases} \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2} \\ \frac{3\pi}{2} - \frac{\alpha}{2} \end{cases},$$

weil dann $f''(z_0)$ negativ sein muß, während für den „Bergweg“ gilt:

$$\alpha + 2\psi = \begin{cases} 0 \\ 2\pi \end{cases},$$

wo ja $f''(z_0) > 0$ ist.

Ist $M \sim 1$ oder > 1 , dann können wir die Integration über die kleine Strecke in ϱ auch von $\varrho = -\infty$ bis $\varrho = +\infty$ ausführen, da die e -Potenz sehr rasch abnimmt. Wir behalten also, wenn $M \gtrsim 1$ ist:

$$O(z_0) = \pm e^{f(z_0)} e^{-\frac{\alpha}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-M e^{\alpha} d\varrho} = \pm e^{f(z_0)} (M e^{\alpha})^{-\frac{1}{2}} \sqrt{\pi}$$

$$= \pm \frac{e^{f(z_0)}}{\sqrt{f''(z_0)}} \sqrt{2\pi}.$$

(Das \pm -Zeichen entspricht den zwei Möglichkeiten für die Integrationsrichtung.)

Es handelt sich also um die Frage, ob wir bei vorgegebenem komplexen x -Wert den Integrationsweg PQ über einen oder über zwei Sattelpunkte führen müssen, wenn wir nur entlang Linien steilsten Abfalls integrieren wollen.

Dazu müssen wir die Gleichung der ganzen Linie, nicht bloß die Gegend der Sattelpunkte kennen.

Setzen wir:

$$x = s + it,$$

so haben wir, wenn wir z zerlegen in:

$$z = u + iv = \sqrt{u^2 + v^2} e^{i\psi},$$

$$f(z) = R(u, v) + i \left[-2uv - 2tu - 2sv - \frac{b+1}{2} \psi \right],$$

worin $R(u, v)$ eine reelle Funktion darstellt.

Die Linien steilsten Abfalles (Paßweg) und steilsten Anstieges (Bergweg) durch den Sattelpunkt

$$z_0 = u_0 + i v_0$$

werden zusammengefaßt in der Gleichung:

$$(7) \quad -2uv - 2tu - 2sv - st - \frac{b+1}{2} \psi = C_0,$$

und diejenigen durch den Sattelpunkt

$$z'_0 = u'_0 + i v'_0$$

durch:

$$(8) \quad -2uv - 2tu - 2sv - st - \frac{b+1}{2} \psi = C'_0,$$

welche Gleichungen ausdrücken, daß auf diesen Linien der Imaginärteil von $f(z)$ konstant bleibt, wo C_0 und C'_0 den Wert

des linken Gliedes darstellen, wenn hierin $u = u_0$, $v = v_0$ bzw. $u = u'_0$, $v = v'_0$ gesetzt wird.¹⁾

Die zwei Kurven (7) und (8) werden sich im allgemeinen nicht schneiden, weil bei beliebigem x für die Sattelpunktskoordinaten die Größen C_0 und C'_0 verschieden ausfallen:

$$C_0 \neq C'_0.$$

Nebenstehende Figuren geben eine Idee über den Lauf der Paßwege für einige hinzugefügte Werte von x .

Die dem einen Sattelpunkt zugehörigen Kurven sind voll, die dem andern entsprechenden punktiert eingezeichnet.

In Fig. 3 wird ersichtlich nur ein Sattelpunkt passiert, in Fig. 4 aber zwei. Auch ist es möglich, daß ein Sattelpunkt ein-

1) Bezüglich der Paßwege können wir noch bemerken, daß der vollständige Weg öfters aus zwei Teilen besteht, die zwar als Gleichung haben:

$$-2uv - 2tu - 2sv - \frac{b+1}{2}\psi = C,$$

aber wofür die C -Werte verschieden sind.

Für den einen Teil z. B. ist $C = C_1$ und für den anderen $C = C_1 + (b+1)\pi$. Sie gehen dann von verschiedener Seite zu der Linie $\varphi = 0$, wo sie sich kontinuierlich aneinander schließen.

Geht man entlang des von beiden Teilen zusammen gebildeten Paßweges nach dem Unendlichen, so nimmt die Funktion:

$$\frac{-x^2 - 2zx - \frac{x^2}{2}}{e^{x^{k+1}}}$$

fortwährend ab, und während des Abstieges bemerkt man nicht, von der einen Kurve $C = C_1$ auf die andere $C = C_1 + (2b+1)\pi$ gelangt zu sein. Diese Kurven bilden nämlich zusammen das System orthogonaler Trajektorien der Kurven, worauf die Funktion selber konstant bleibt.

Weiter bemerken wir, daß der „Bergweg“ meistens mit einem Zweig bis an den Nullpunkt geht und dort aufhört.

Daß er hier aufhören muß, versteht sich von selbst, weil die Relation:

$$-2uv - 2tu - 2sv - st - \frac{b+1}{2}\psi = C$$

bei $u = 0$, $v = 0$ nur von einem ψ -Werte befriedigt werden kann.

Jedoch gibt es immer wieder einen anderen „Bergweg“, der sich so anschließt, daß er die Fortsetzung des ersteren bildet, aber einem anderen C -Wert entspricht.

Wie erwähnt, interessieren uns die Bergwege hier gar nicht.

Fig. 3

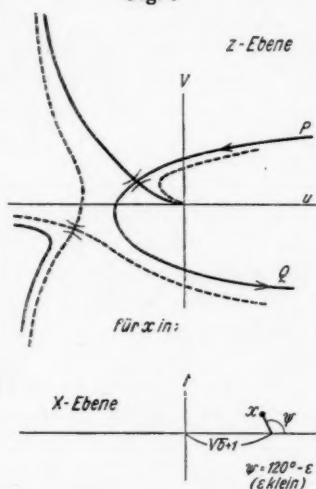


Fig. 4

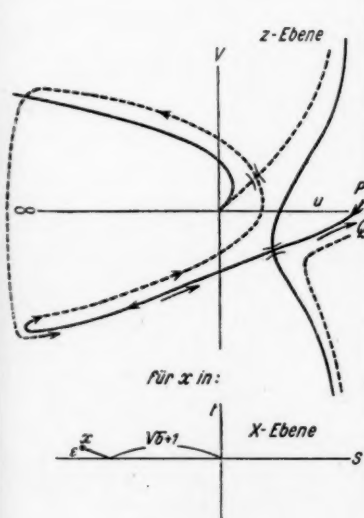
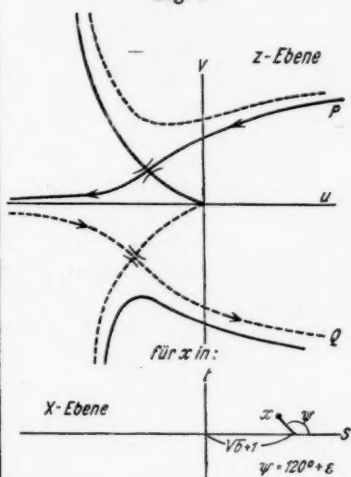


Fig. 5

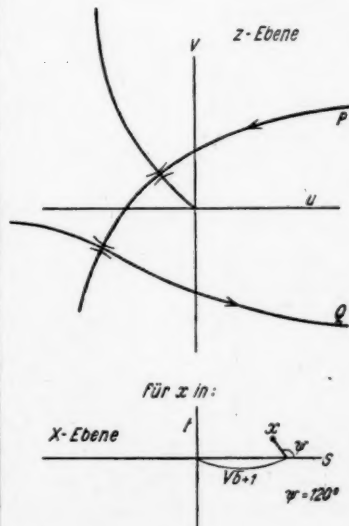


Fig. 6

mal, und der andere zweimal passiert wird; letzterer aber in zwei entgegengesetzten Richtungen, so daß seine Beiträge sich aufheben (vgl. Fig. 5).

Ist aber

$$C_0 = C_0',$$

so schneiden die Kurven (7) und (8) einander, nämlich in den Punkten u_0 , v_0 und u_0' , v_0' . Dann entstehen Kurven wie in Fig. 6. Dies ist eine Art Übergang zwischen den Figg. (3) und (4). Wenn bei $C_0 > C_0'$ ein bzw. zwei Sattelpunkte passiert werden, so liegen bei $C_0 < C_0'$ zwei bzw. ein Sattelpunkt auf dem Integrationsweg. Bei $C_0 = C_0'$ handelt es sich sozusagen um „anderthalb“ Sattelpunkte. Dann kann man von dem einen Sattelpunkt zum anderen kommen entlang einer Kurve, die als Linie steilsten Anstiegs (Bergweg) fungiert für den einen und als Linie steilsten Abfalles (Paßweg) für den anderen Sattelpunkt, so daß der Integrand in (2) in beiden Punkten außerordentlich nahe aneinander liegende Werte hat. Gerade der neu hinzugekommene Sattelpunkt gibt dann offenbar den relativ kleinsten Beitrag. Die Relation

$$C_0 = C_0'$$

muß uns also die gewünschte Grenzkurve in der x -Ebene geben können. Sie lautet ausgeschrieben:

$$(9) \quad \begin{cases} -2u_0 v_0 - 2s v_0 - 2t u_0 - \frac{b+1}{2} \psi_0 \\ = -2u_0' v_0' - 2s v_0' - 2t u_0' - \frac{b+1}{2} \psi_0'. \end{cases}$$

Hierin sind u_0 , v_0 , ψ_0 ; u_0' , v_0' , ψ_0' Funktionen von ϱ und t nach:

$$(10) \quad \begin{cases} u_0 + i v_0 = \varrho_0 e^{i \psi_0} = -\frac{x}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{x^2 - (b+1)} \\ u_0' - i v_0' = \varrho_0' e^{i \psi_0'} = -\frac{x}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{x^2 - (b+1)} \\ x = s + i t. \end{cases}$$

Es geht nun darum, die Gleichungen (9), (10) in eine elegante brauchbare Form zu gießen.

Untersuchen wir zunächst die Kurve im Gebiete

$$s > 0, \quad t > 0.$$

In Fig. 7 konstruieren wir den Punkt

$$\sqrt{x^2 - (b + 1)}$$

folgendermaßen:

Sind r_1 und r_2 die Moduln von $x - \sqrt{b+1}$ und von $x + \sqrt{b+1}$, so liegt der Punkt $\sqrt{x^2 - (b+1)}$ auf der Bisektrix OD von $\angle(r_1, r_2)$ und sein Modul ist $\sqrt{r_1 r_2}$. Zeichnen

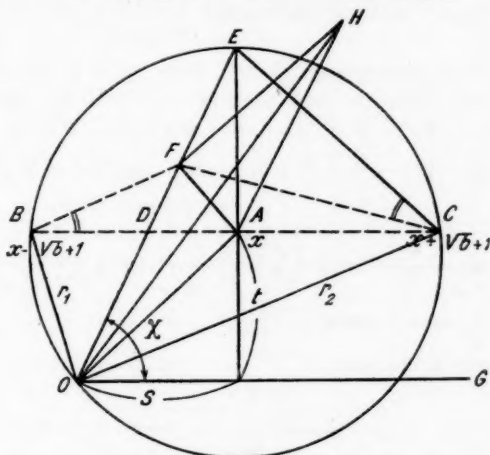


Fig. 7

wir den umgeschriebenen Kreis von $\triangle OBC$ und wählen wir einen Punkt F auf der Geraden ODE ($AE \perp OG$) so, daß:

$$\angle FBC = \angle FCE.$$

dann findet man leicht:

$$OF = \sqrt{r_1 r_2},$$

so daß F der gesuchte Punkt $\sqrt{x^2 - (b+1)}$ ist.

Wir schreiben nun:

$$\sqrt{x^2 - (b+1)} = N \cos \chi + i N \sin \chi,$$

dann geht Gleichung (9) mittels (10) über in:

$$(11) \quad -sN \sin \chi - tN \cos \chi = \frac{b+1}{2} (\psi_0 - \psi_0').$$

Um nun

$$N, \chi, \psi_0, \psi_0'$$

in s und t auszudrücken, haben wir:

$$\begin{aligned} r_1 &= \sqrt{t^2 + (s - \sqrt{b+1})^2} \\ r_2 &= \sqrt{t^2 + (s + \sqrt{b+1})^2} \\ N &= \sqrt{r_1 r_2} \\ \operatorname{tg} \chi &= \frac{t}{s - A D} = \frac{t}{s - \frac{r_2 - r_1}{r_2 + r_1} \sqrt{b+1}} \end{aligned}$$

$$0 < \chi < \frac{\pi}{2}$$

$$\begin{aligned} \psi_0 &= \arg (\sqrt{x^2 - (b+1)} - x) = \arg (\overrightarrow{OF} - \overrightarrow{OA}) = \angle CAF \\ \psi_0' &= \arg (-\sqrt{x^2 - (b+1)} - x) = \pi + \arg (\sqrt{x^2 - (b+1)} + x) \\ &= \pi + \angle HOG, \end{aligned}$$

also:

$$\begin{aligned} \psi_0 &= \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg} \frac{FJ}{AJ} = \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg} \frac{s - N \cos \chi}{N \sin \chi - t} \\ \psi_0' &= \pi + \operatorname{arctg} \frac{t + N \sin \chi}{s + N \cos \chi}. \end{aligned}$$

Führen wir noch ein:

$$(12) \quad \sigma = \frac{s}{\sqrt{b+1}}, \quad \tau = \frac{t}{\sqrt{b+1}},$$

so geht Gleichung (11) nach einfacher Umformung über in:

$$(13) \quad \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg} \frac{w_1}{w_2 - w_3} = w_2 + w_3$$

mit den Abkürzungen:

$$(14) \quad \begin{cases} w_1 = \sqrt{[\tau^2 + (\sigma + 1)^2][\tau^2 + (\sigma - 1)^2]} - \sigma^2 - \tau^2 \\ w_2 = \sigma \sqrt{2\tau^2 - 2(\sigma + 1)(\sigma - 1)} \\ \quad + 2\sqrt{[\tau^2 + (\sigma + 1)^2][\tau^2 + (\sigma - 1)^2]} \\ w_3 = \tau \sqrt{-2\tau^2 + 2(\sigma + 1)(\sigma - 1)} \\ \quad + 2\sqrt{[\tau^2 + (\sigma + 1)^2][\tau^2 + (\sigma - 1)^2]}. \end{cases}$$

Die Wurzeln sind immer positiv, da sie entweder vom Modulus N oder von $\sin \chi$ und $\cos \chi$ herrühren, wo $0 < \chi < \frac{\pi}{2}$. Der arctg bleibt zwischen $-\frac{\pi}{2}$ und $+\frac{\pi}{2}$. Die Gleichung (13) mit dem Schema (14) muß uns nun die Grenzkurve geben.

Jedoch liefert sie mehr als diese, denn man sieht leicht, daß

$$\tau = 0, \quad \sigma > 1$$

der Gleichung (13) genügt, weil dann $w_1 = -1$, $w_2 = 0$, $w_3 = 0$ ist.

Diesen Teil aber, der der reellen s -Achse in der x -Ebene entspricht, wo $s > \sqrt{b+1}$, können wir nicht als Grenzkurve bezeichnen.

Wie Fig. 8 zeigt, geht der Integrationsweg hier nämlich nicht über „anderthalb“ Sattelpunkte, wiewohl die Kurven-

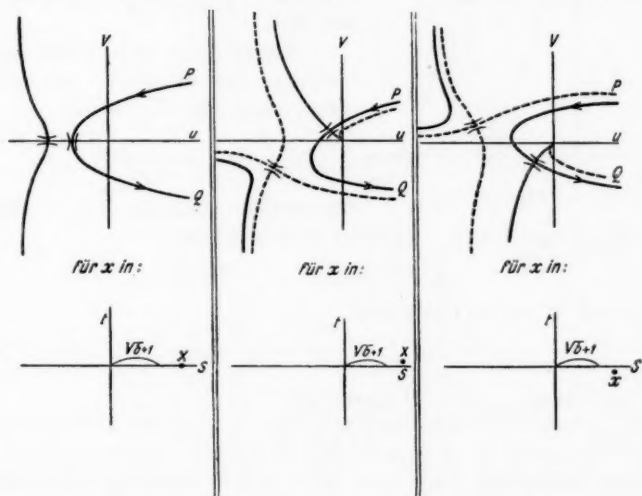


Fig. 8

Fig. 9

Fig. 10

systeme (7) und (8) einander schneiden. Wird x ein wenig geändert, so erhält man entweder Fig. 9 oder Fig. 10, also immer nur *einen* Sattelpunkt auf dem Integrationsweg.

Lassen wir deshalb den Teil

$$\tau = 0, \quad \sigma > 1$$

als Bestandteil von (13) außer Betracht, so erhält man für den Rest, der Punkt für Punkt mittels des Schemas (14) berechnet werden kann, eine Kurve, die aussieht wie Fig. 11.

Sie schneidet die σ -Achse in $\sigma = 1$ unter einem Winkel von 60° , wie man leicht mittels der Substitution findet:

$$\sigma = 1 + \delta_1, \quad \tau = \delta_2, \\ |\delta_1| \leq 1, \quad 0 < \delta_2 \leq 1.$$

Für $\delta_1 > 0$ gibt Gleichung (13) dann $\frac{\delta_2}{\delta_1} = 0$, was der von uns schon ausgeschlossenen σ -Achse entspricht.

Für $\delta_1 < 0$ gibt Gleichung (13) aber $\frac{\delta_2}{|\delta_1|} = \sqrt{3}$, also einen Winkel von 60° .

Weiter läßt sich leicht berechnen, daß die Kurve sich wie eine gleichseitige Hyperbel:

$$\sigma \tau = \frac{\pi}{4}$$

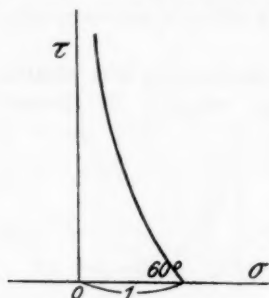


Fig. 11

für große Abstände von O der τ -Achse anschmiegt. Schreibt man nämlich:

$$\sigma = \text{endlich}, \quad \tau = \infty,$$

so wird in erster Näherung:

$$\frac{w_1}{w_2 - w_3} = \frac{\tau}{2\sigma}, \quad w_2 + w_3 = 4\sigma\tau,$$

so daß Gleichung (13) übergeht in:

$$4\sigma\tau = \pi.$$

Selbstverständlich kann man sofort die in σ und τ gefundene Kurve mittels (12) in die x -Ebene überbringen. Weiter kann der Symmetrie wegen noch an der horizontalen und vertikalen Achse gespiegelt werden und so gelangt man schließlich zu der in Fig. 12 angegebenen Kurve.

Die Winkel von 60° stimmen mit dem schon früher von Kramers gefundenen und auf S. 498 erwähnten Resultate überein, die Schnittpunkte $\pm \sqrt{b+1}$ auf der reellen Achse aber nicht.

Er fand nämlich als Eckpunkte die Umkehrpunkte $\pm \sqrt{b}$ der klassischen Bewegung, ohne den weiteren Verlauf der Grenzkurven angeben zu können, da er die Differentialgleichung für die Umgebung der Umkehrpunkte entwickelte.

Der Grund für die Diskrepanz in der Lage der Eckpunkte ist, daß wir die Sattelpunktmethode nur dort anwenden können, wo $M \sim 1$ oder $\gg 1$ war.

Aber in der Gegend unserer Eckpunkte ist gerade $M = 0$. Wir haben ja aus (6) und (4)

$$M = \left| \frac{2x^2 - 2x\sqrt{x^2 - (b+1)} - 2(b+1)}{2x^2 - 2x\sqrt{x^2 - (b+1)} - (b+1)} \right|.$$

Wie die Grenzkurve in der Gegend von $x = \pm \sqrt{b+1}$ läuft, können wir nach dieser Methode also nicht bestimmen,

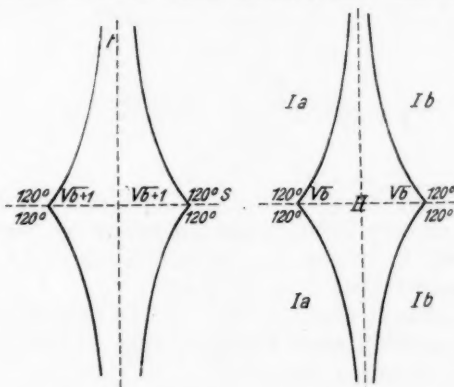


Fig. 12

Fig. 13

wir müssen vielmehr die Differentialgleichung erst durch Entwicklung diesem Sonderfall anpassen, d.h. die Kramerssche Methode anwenden.

Wir können nun aus beiden Untersuchungen zusammen schließen, daß die Grenzkurven verlaufen wie in Fig. 13. Das asymptotische Zusammenfallen der beiden Grenzkurven folgt aus unserer Betrachtung und wird von großer Bedeutung sein für die Berechnung der rundintegrierten Partikularlösung. Die Partikularlösung, die rechts und links im Unendlichen auf der reellen Achse verschwindet, hat eine analytische Fortsetzung, die wir im Gebiete Ia und Ib mit dem Beitrag nur eines Sattelpunktes annäherten, und zwar in Ia mittels des links gelegenen und in Ib mittels des rechts gelegenen Sattelpunktes. (Man vgl. die Figg. 5 und 8.)

Man hat in beiden Fällen, wie wir zeigen werden, den ersten Sattelpunkt zu wählen, dessen Lage wir bestimmten aus:

$$z_0 = -\frac{x}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{x^2 - (b+1)}.$$

Ist nämlich x in A , dann ist $\varphi_1 = \varphi_2 = \pi$,
ist x „ B , „ „ „ $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$

(Fig. 14), also:

$$\sqrt{x_A^2 - (b+1)} = \sqrt{r_1 r_2} e^{i \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}} = -\sqrt{x_B^2 - (b+1)}.$$

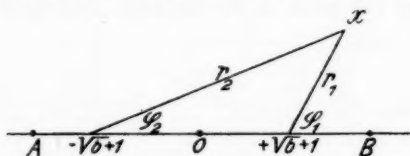


Fig. 14

Wir sehen, daß für x in A der Sattelpunkt z_0 links und für x in B der Sattelpunkt z_0 rechts vom anderen zu liegen kommt. Wir müssen in Ia und Ib also mittels einer und derselben analytischen Funktion $O(z_0)$ annähern.

Im Gebiete II aber brauchten wir *zwei* Sattelpunkte. Auf dem Sommerfeldschen Integrationsweg J wird man also nicht $O(z_0')$ vergessen dürfen!

Was ist aber der Fall?

Unsere Partikularlösung war nichts anderes als das Hermitesche Polynom und dieses hat ebensoviel Nullpunkte auf der reellen Achse zwischen dem klassischen Umkehrpunkte als ihr Grad beträgt, d. h. keine komplexen Nullpunkte.

Wir können den Integrationsweg J also ebensogut in den Weg J' transformieren, der nur über zwei kleine Strecken PQ und RS im Gebiete II verläuft (Fig. 15). Wir bemerkten schon früher, daß auf den Grenzkurven immer der Fall von „anderthalb“ Sattelpunkten auftrat und wir sahen schon damals, daß der Beitrag des einen Sattelpunktes dann immer klein war verglichen mit dem des anderen. Es versteht sich von selbst und wird sich übrigens — durch analytische Berechnung — zeigen, daß der *hinzukommende* Sattelpunkt den relativ kleineren Beitrag liefern muß, weil die anzunähernde Partikularlösung selbst ja nichts Diskontinuierliches hat.

In den vier Punkten P , Q , R und S ist also:

$$O(z_0') \ll O(z_0).$$

Weil nun PQ und RS so klein sind, bleibt diese Ungleichheit auch für die zwischen P und Q und zwischen R und S gelegenen Punkte in Kraft, und das ist der Grund, warum man

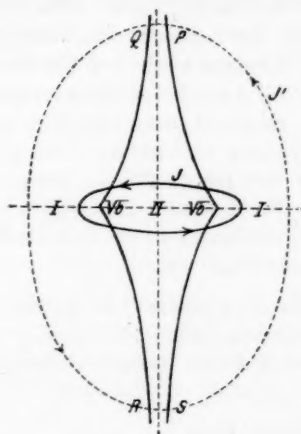


Fig. 15

bei der Berechnung der rundintegrierten Partikularlösung die zweite Funktion $O(z_0')$ ganz außer Betracht lassen kann, denn brächte man sie auf dem Wege J in Rechnung, so würde sie doch automatisch herausfallen.

Daß man trotz einer unrichtigen Annahme einen richtigen Wert für die rundintegrierte Partikularlösung fand, hat im Falle eines harmonischen Oszillators seinen Grund in zwei Tatsachen: 1. Die Lösung hat keine komplexen Nullpunkte. 2. Die Grenzkurve, die die Gebiete voneinander trennt, wo ein, bzw. kein Fehler gemacht wird, nähert sich asymptotisch.

Inwieweit das nicht auf den Fall eines harmonischen Oszillators beschränkt bleibt, ist noch eine offene Frage.

Aus den oben erhaltenen Ergebnissen möchte ich schließen, daß das Wentzelsche Approximationsverfahren zur Erhaltung der älteren Sommerfeldschen Phasenintegrale nicht zuverlässig

sein kann ohne weitere Begründung und jedenfalls eine unrichtige Hypothese enthält, die in einigen Spezialfällen im Endresultat keinen Fehler geben wird, aber worauf ich doch hinweisen möchte.

Die erste Näherungsfunktion von Wentzel läßt sich auch wirklich nach einer mündlichen Mitteilung von Prof. Kramers als der Beitrag eines Sattelpunktes auffassen. Nur muß der Integrationsweg in der z -Ebene ein wenig geändert werden, wie sich gelegentlich zeigen wird. Das Resultat dieser Änderung ist dann, daß überall b erscheint, wo in meiner Rechnung $b + 1$ stand, und dann erscheint auch die Wentzelsche Funktion. Die Grenzkurven nähern sich asymptotisch einer orthogonalen Hyperbel und das war gerade für den harmonischen Oszillator das Wesentliche. Bei anderen Problemen ist das vielleicht gar nicht mehr der Fall und dann wird der Fehler nicht mehr automatisch herausfallen.

Hrn. Prof. Kramers danke ich bestens dafür, mich auf die Diskrepanz zwischen dem Wentzelschen Approximationsverfahren einerseits und dem seinigen andererseits hingewiesen zu haben.

Haag, 21. Januar 1928.

(Eingegangen 23. Januar 1928)

2. Zur Polarisation des Kanalstrahllichtes in schwachen elektrischen Feldern

I. Das Abklingleuchten von H_β in einem elektrischen Querfeld;

von E. Rupp

(Hierzu Tafel XIV und XV)

1. Einleitung

Unsere Kenntnisse der Polarisation des abklingenden Kanalstrahllichtes seien kurz zusammengefaßt:

a) Im Abklingleuchten nimmt die Gesamtintensität $I_p + I_s$,

(I_p = Intensität parallel zur Strahlachse,

I_s = „ senkrecht „ „)

des Kanalstrahllichtes nach einer e -Funktion ab. (Unter Nichtberücksichtigen der kanal nächsten Punkte) (W. Wien) Fig. 1a.

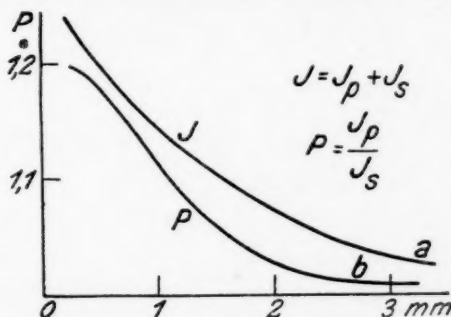


Fig. 1

b) Das Polarisationsverhältnis $P = \frac{I_p}{I_s}$ sinkt längs des Abklingweges schneller auf Null als die Strahlintensität. Fig. 1b Messungen von K. Hertel¹⁾, von mir²⁾, und nach einer Mitteilung

1) K. L. Hertel, Proc. Nat. Acad. of Sc. 12. S. 440. 1926.

2) E. Rupp, Ann. d. Phys. 81. S. 615. 1926 (zitiert als Teil I).

von J. Stark.¹⁾ Unmittelbar am Kanalende ist deutlich Polarisation vorhanden (meine 1. Untersuchung²⁾ zur Polarisation des Kanalstrahllichtes, aus der ich damals glaubte, folgern zu können, das Abklinglicht sei in seiner Gesamtheit polarisiert).³⁾ In einiger Entfernung vom Spalt und bei Fehlen jeglicher Störung der Lichtemission ist das Polarisationsverhältnis praktisch Null. [R. Döpel und R. v. Hirsch.⁴⁾]

c) Polarisation des Kanalstrahllichtes tritt nur dann auf, wenn eine Störungswirkung anderer Atome auf die leuchtenden Atome stattfindet.

Die Polarisation ist also ein Sekundäreffekt. Die Störungswirkungen sind am größten am Kanalende, auf der weiteren Flugbahn treten sie nur bei Anwesenheit von Restgasen oder elektrischer und magnetischer Felder auf.

d) Demgemäß hängen die Absolutwerte der Polarisation von der jeweils benutzten Apparatur ab. Es herrscht noch keine Übereinstimmung zwischen den verschiedenen Beobachtern,

1) J. Stark, Die Axialität der Lichtemission und Atomstruktur, Berlin 1927. Hr. Stark hat in dieser Mitteilung meine erste Untersuchung zur Polarisation des Kanalstrahllichtes angezweifelt und es muß zugegeben werden, daß die wenig ausführliche Beschreibung der Versuchsanordnung dazu Anlaß geben konnte.

Zur Entkräftung der Einwände Hrns. Starks gebe ich daher zwei Figuren wieder: 1. Die Polarisationskurve des von mir benutzten Dreiprismenspektrographen (Fig. 2, Taf. XIV), gemessen mit Glimmlicht einer Neonlampe, wobei die photographische Aufnahme mit dem Kochschen Registrierphotometer der hiesigen Sternwarte ausphotometriert wurde. Vergrößerung 1:5. Die optische Anordnung war Neonlampe, Kalkspat, Quarzlinse, Spalt (0,8 mm) des Steinheilschen Dreiprismenspektrographen. Man erkennt, daß infolge Verwendung einer Linse aus Quarzkristallglas im Gebiet um $460\text{ m}\mu$ I_{a0} nahe gleich I_0 , während für kürzere Wellenlängen $I_{a0} > I_0$.

2. Die Aufnahmen des Heliumspektrums bei Beobachtung senkrecht zum Kanalstrahl α (Fig. 3, Taf. XV). Die Aufnahmen zeigen die Heliumlinien 4922, 5016, 5048, daneben H_β und ganz schwach die Stickstofflinie 5002. Die Abweichungen mit Stark kommen dadurch zustande, daß ich nicht die Expositionszeit jeder einzelnen Aufnahme angegeben habe, sondern nur die meist benutzte Zeit von 4—5 Stunden Dauer. Die hier reproduzierten Aufnahmen α sind in 9 Stunden erhalten worden.

2) Vgl. Teil I.

3) Daß diese Extrapolation unrichtig war, haben R. Döpel und R. v. Hirsch gezeigt.

4) R. Döpel und R. v. Hirsch, Ann. d. Phys. 82. S. 16. 1927.

wie die Einflüsse der „Umwelt“ das Polarisationsverhältnis quantitativ bestimmen.

Als Beispiel für die noch vorhandenen Abweichungen seien die Messungen der Polarisation unmittelbar am Spaltende für H_β zusammengestellt. Nach meinen Messungen ist: $P = 1,38$ ($v = 3 \cdot 10^7$ cm/sec)¹⁾ und $P = 1,22$ (Entladungsspannung 4000 Volt).²⁾ Hertel³⁾ gibt an

$v \cdot 10^{-7}$	3,7	4,1	5,2	5,4
P	1,05	1,12	1,07	1,17

Aus der Mitteilung von J. Stark sind folgende Werte zu entnehmen: $P = 1,4$, $v = 4,5 - 9,5 \cdot 10^7$ cm/sec am Schlitzende; bei 6000 Volt Entladungsspannung geringere Polarisation.

Ich schloß aus meinen ersten Messungen auf Zunahme von P bei wachsender Strahlgeschwindigkeit v , ein Verhalten, das auch Stark findet.⁴⁾ Die Zahlen von Hertel liefern kein einheitliches Bild, trotzdem die Abklingkurve stets die gleiche einfache e -Funktion war.

2. Für das Zustandekommen der Polarisation des Kanalstrahllichtes und für Störungswirkungen anderer Atome habe ich folgende Erklärung experimentell näher begründet⁵⁾:

a) Polarisation kommt zustande durch parallele Atomstöße der bewegten Atome mit anderen Atomen in Umkehrung des Polarisierungseffektes bei parallelen Elektronenstößen. Da die Kurve der Gesamtintensität $I_p + I_s$ (Fig. 1a) durch diese Stoßwirkung nicht merklich beeinflusst wird, ist zu unterscheiden zwischen Zusammenstößen mit Übertragung der Anregungsenergie an das bewegte Atom und „polarisierenden“ Stößen: Atomvorbeigänge in größerem Abstand am bewegten Atom, bei denen nur eine Feldwirkung, eben die Polarisation der Lichtemission, ausgeübt wird.

b) Der Absolutwert der Polarisation ist durch „Umwelts“-Einflüsse bedingt (vgl. oben c). Als solche haben zu gelten: Zusatz-(Rest-)gase, elektrische und magnetische Felder, geome-

1) Vgl. Teil I.

2) E. Rupp, Ann. d. Phys. 84. S. 94. 1927 (zitiert als Teil II).

3) K. L. Hertel, Phys. Rev. 29. S. 848. 1927.

4) J. Stark, a. a. O. S. 68.

5) E. Rupp, a. a. O. Teil II.

trische Versuchsbedingungen. Die depolarisierende Wirkung der Zusatzgase steht in voller Analogie zur Depolarisation der Resonanzfluoreszenz durch dieselben Gase. Über den Einfluß der Geometrie der Versuchsröhre ist wenig bekannt. Den Einfluß schwacher Magnetfelder hat Rausch v. Traubenberg¹⁾ untersucht. Über die Polarisation in elektrischen Feldern liegt bisher eine Untersuchung von Hertel²⁾ vor.

3. Die zur Polarisation führende Feldwirkung der polarisierenden Stöße schien auf Beziehung der Polarisation des Kanalstrahllichtes zum Starkeffekt hinzuweisen. Um hier quantitative Aufschlüsse zu bekommen, habe ich die Untersuchung der Polarisation des abklingenden Kanalstrahllichtes im elektrischen Feld in Angriff genommen. Noch vor Abschluß meiner Untersuchung erschien die damit parallel laufende von Hertel, die auch in der Versuchsanordnung ganz ähnlich der meinen durchgeführt ist.

4. Versuchsanordnung

Der abklingende Kanalstrahl tritt bei der wiederholt benutzten Röhre³⁾ aus dem Spalt $0,3 \cdot 3$ mm bei 1 mm Tiefe in ein

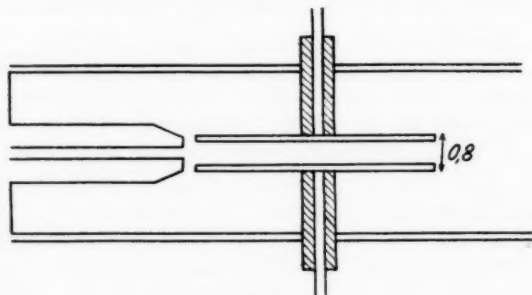


Fig. 4

möglichst homogenes elektrisches Feld, dessen Feldlinien senkrecht zum Strahl stehen. Die Anordnung zeigt schematisch Fig. 4.

Der Plattenabstand betrug 0,8 cm. Die Länge der Platten 4 cm. Beide Platten lagen auf Spannung, die Mitte der Span-

1) H. Rausch v. Traubenberg und S. Levy, Ztschr. f. Phys. 44. S. 549. 1927.

2) K. L. Hertel, Phys. Rev. a. a. O.

3) E. Rupp, a. a. O. Teil II.

nungsbatterie war geerdet, um symmetrische Feldverteilung gegenüber der geerdeten Kathode zu erreichen.

Senkrecht zum Kanalstrahl und zum elektrischen Feld wurde beobachtet.

5. Doppelbildmethode

Die zuerst benutzte optische Anordnung zeigt Fig. 5.

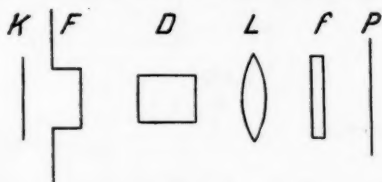


Fig. 5

K = Kanalstrahl von oben nach unten verlaufend.

F = Fenster an der Röhre.

D = doppelbrechendes Kalkspatprisma.

L = Linse $f = 7,5$ cm.

f = Gelbfilter, das die Linie H_{β} aus dem Kanalstrahl herausfiltert.

P = photographische Platte.

Es wurde nur die aus dem Strahl gefilterte Linie H_{β} des Wasserstoffs untersucht. Die Anordnung ohne spektrale Zerlegung hat wesentliche Vorzüge, wie Lichtstärke, geringe Polarisation durch die Apparatur, einfache Einstellung. Die Intensität der H_{β} -Banden stört praktisch nicht, wie durch Kontrollaufnahmen mit spektraler Zerlegung festgestellt wurde.

Die Photometrierung geschah mittels Hartmannschen Mikrophotometers und mittels thermoelektrischen Photometers des Instituts. Auf der Platte waren Intensitätsmarken des teils mit Siebblenden, teils mit Graukeil geschwächten Lichtes aufgedruckt.¹⁾

6. Babinetmethode

Da sich zeigte, daß die Polarisation des Kanalstrahllichtes im elektrischen Feld in eigentümlichen Perioden schwankte, wurde, um gerade diese Schwankungen sicher zu erfassen, noch

¹⁾ Die von mir benutzten Methoden der Photometrierung sind im Prinzip dieselben wie sie Stark, a. a. O. S. 63 ausführlich beschreibt.

eine Anordnung verwendet, die in Fig. 6 dargestellt ist. Die Polarisation wird hier mit Babinetschem Kompensator gemessen.

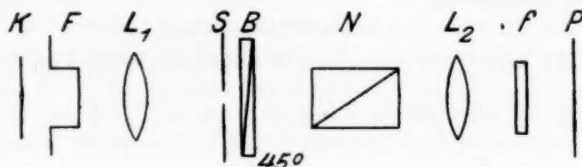


Fig. 6

K = Kanalstrahl.

F = Fenster.

L_1 = Linse $F = 5$ cm. Sie bildet den Kanalstrahl auf der Ebene des Spaltes S ab.

S = Spalt, der senkrecht zum Kanalstrahl steht und jeweils ein 0,3 mm breites Stück des Kanalstrahls hindurchtreten läßt. Der Spalt ist auf einem Mikrometerschlitten parallel zu K verschiebbar.

B = Babinet-Soleilscher Kompensator im Strahlengang des vom Spalt S ausgehenden Lichtes. Keilkante unter 45° zum Kanalstrahl und zum Spalt.

N = Nicol, in dem der Lichtvektor \parallel zum Kanalstrahl und \perp zum Spalt.

L_2 = Linse $f = 13$ cm, die die Interferenzstreifen des Babinet auf der photographischen Platte P abbildet.

f = Gelbfilter.

Die Methode mit Babinet erlaubt sehr leicht Änderungen der Polarisation zu erkennen, hingegen kann sie nicht die Größe des Lichtvektors absolut festlegen. Die absolute Größe des senkrecht und parallel zum elektrischen Feld schwingenden Lichtes gestattet aber die Doppelbildmethode, so daß die Verwendung beider Methoden nebeneinander einen hohen Genauigkeitsgrad erreichen läßt.

Nachdem für eine gewisse Stelle in bekannter Entfernung vom Kanalende $P = \frac{I_p}{I_s}$ aus der Doppelbildmethode bekannt war, wurden an dieser Stelle und in ihrer Umgebung bei jeweiliger Verschiebung des Spaltes S um 0,3 mm die relativen Änderungen der Polarisation mittels Babinet aus der Streifenverrückung ermittelt.

7. Ergebnisse

Die Ergebnisse sind in den Figg. 7—9 zusammengestellt.

P = Polarisationsverhältnis I_p/I_s (p und s in bezug auf die Kanalstrahlachse).

l = Länge vom Kanalende in Millimetern.

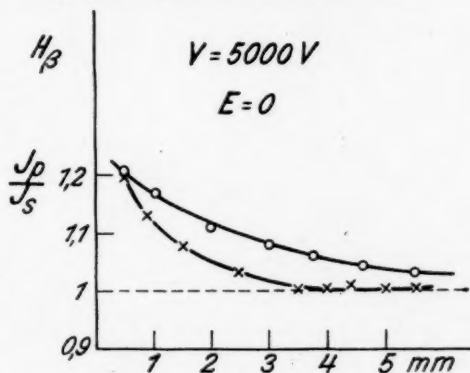


Fig. 7

Fig. 7 zeigt den Abfall der Gesamtintensität $I_p + I_s$ (○) und des Polarisationsverhältnisses I_p/I_s (×). Der Kurvenverlauf ist ganz der entsprechende wie der früher gefundene und wie ihn auch Hertel wiederholt erhalten hat. Bei Stark fällt P schneller auf Null mit wachsendem Abklingweg (nach 1,2 mm) als hier (2,5 mm), bei Hertel hingegen etwas langsamer.

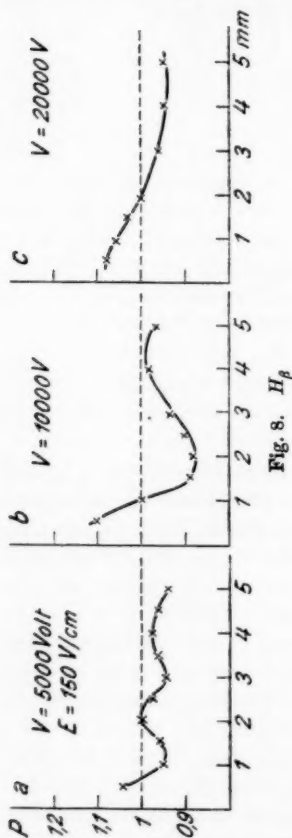
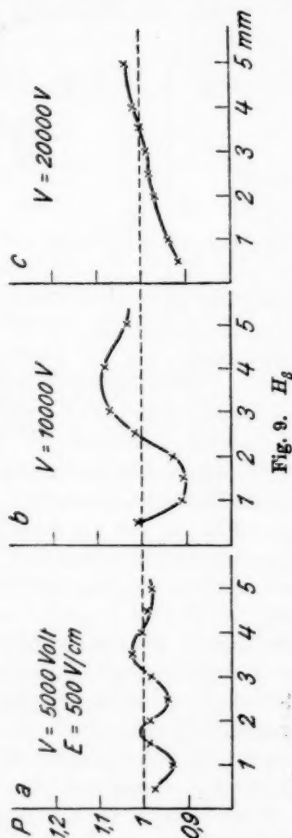
Die Kurven Figg. 8 und 9 beziehen sich einmal auf konstantes elektrisches Feld E bei verschiedenen Strahlgeschwindigkeiten v ; dann auf verschiedene Feldstärken bei konstanter Strahlgeschwindigkeit.

Die Strahlgeschwindigkeit ist nur indirekt aus dem Entladungspotential V bekannt. Bei anderen Messungen mit derselben Röhre wurden für die benutzten Entladungsspannungen folgende Mittelwerte der Geschwindigkeit aus dem Dopplereffekt gefunden:

$P = 5000$	10000	20000 Volt
$v = 4,1 \cdot 10^7$	$4,9 \cdot 10^7$	$7,6 \cdot 10^7$ cm/sec.

Man erkennt: a) Im Gegensatz zu der Kurve ohne Feld Fig. 7 zeigen alle Kurven bei konstantem Quersfeld eigentümliche

periodische Schwankungen des Polarisationsverhältnisses mit wachsender Entfernung vom Kanalende 1. Dieselben Schwankungen hat auch Hertel gefunden, doch lassen unsere Aufnahmen mittels Doppelbild- und Babinetscher Kompensator-

Fig. 8. H_β Fig. 9. H_β

$P = \frac{I_p}{I_e}$. p und s bezogen auf die Kanalachse (in bezug zur Feldrichtung umgekehrt).
 $p = 0,00012$ mm Hg im Beobachtungsraum.

methode diese Schwankungen als experimentell gesichert erscheinen, während sie bei Hertel nahe der Meßfehlergrenze liegen.¹⁾

1) K. L. Hertel, a. a. O. S. 856.

b) Die periodischen Schwankungen sind offenbar Funktion der Strahlgeschwindigkeit. Bei konstantem Feld E sind sowohl bei 150 Volt/cm (Fig. 8) wie bei 500 Volt/cm (Fig. 9) folgende Perioden (analog zu Wellenlängen) deutlich zu unterscheiden:

Bei 5000 Volt Entladungsspannung etwa 2 Perioden großer Amplitude, wenn man als Amplitude die größten Änderungen des Polarisationsverhältnisses P bezeichnet (Fig. 8a und 9a).

Bei 10000 Volt etwa $1\frac{1}{2}$ Perioden großer Amplitude (Fig. 8b und 9b).

Bei 20000 Volt keinerlei Periode nur noch einen unregelmäßigen Kurvenverlauf (Fig. 8c und 9c). Es hat den Anschein, als ob sich hier die Periode so breit auseinander gezogen hätte, daß die ganze Erscheinung dadurch verwischt wird.

c) Bei konstanter Strahlgeschwindigkeit bewirkt Erhöhung des Feldes E von 150 Volt/cm auf 500 Volt/cm:

α) Zunahme des Polarisationsverhältnisses P mit wachsendem Strahlweg l . Mit wachsendem Abklingweg zeigen die Kurven bei 150 Volt/cm fallende Tendenz nach kleineren Werten des Polarisationsverhältnisses, während die Kurven bei 500 Volt/cm zu größeren P -Werten ansteigen. Vgl. Fig. 8a, b, c gegen 9a, b, c.

β) Verschiebung der Maxima und Minima im Sinne einer Vermehrung der Periodenzahl. So in Fig. 8a nur $1\frac{3}{4}$ Periode gegenüber Fig. 9a $2\frac{1}{4}$ Perioden; in Fig. 8b 1 Periode gegen Fig. 9b $1\frac{1}{2}$ Perioden.

Dieselben Gesetzmäßigkeiten kann man aus den Messungen von Hertel ebenfalls herauslesen, wenn auch undeutlicher. Man vgl. Fig. 6 C, D, F bei Hertel.

Aufnahmen mit Babinet, die die Streifenverschiebungen bei wachsendem Abklingweg l gut erkennen lassen, zeigt Fig. 10, Taf. XV. In Fig. 10c, Taf. XV ist deutlich die Periode der Verschiebung zu sehen (man beachte die Marke rechts bzw. links an den Bildern), man vergleiche Bild 1 und 3 mit Bild 2 und 6 (von unten gezählt).

8. Zur Deutung der Ergebnisse

a) Bezeichnen wir mit I' die Kurven ohne Feld, mit I die Kurve der Feldwirkung, so müßte zur Deutung der Ergebnisse das Verhältnis $\frac{I_p}{I_s}$ bekannt sein. Tatsächlich bekannt

ist aber $\frac{I_p + I_p'}{I_s + I_s'}$, so daß über die Kurve der reinen Feldwirkung nichts Sicheres ausgesagt werden kann.

b) Hertel vergleicht seine Kurven mit Wellenzügen. So nimmt er für Kurve E in Fig. 5 seiner Abhandlung eine Kombination von zwei Wellen entgegengesetzter Phasen an. In einem anderen Fall (Kurve C in Figg. 5 und 6, Feld 100 Volt/cm) rechnet er die Wellenlänge in zeitliche Perioden um und findet für 5 C $1,2 \cdot 10^{-8}$ Sek. und für 6 C $1,3 \cdot 10^{-8}$ Sek.

c) Man kann vielleicht zu einer Deutung der periodischen Schwankung des Polarisationsverhältnisses längs des Abklingweges gelangen, wenn man das Verhalten eines anharmonischen Oszillators in einem elektrischen Feld heranzieht.



Fig. 11

Unter Anwendung der Voigtschen Theorie des anharmonischen Oszillators hat im Falle der Polarisation der Resonanzstrahlung in einem elektrischen Feld W. Hanle¹⁾ die dabei auftretenden Polarisationsgrade qualitativ erklären können.

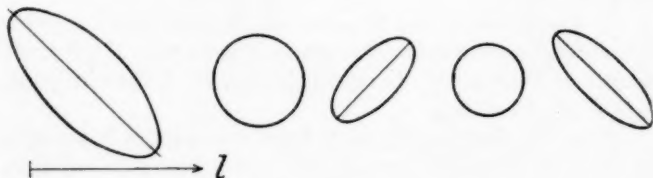


Fig. 12

Dieselbe Theorie wäre auch in unserem Falle zur Erklärung heranzuziehen mit dem wichtigen Unterschied, daß wir es hier mit bewegten Atomen zu tun haben. Der ruhende anharmonische Oszillator durchläuft nacheinander verschiedene Schwingungszustände und wir beobachten einen zeitlichen Mittelwert über alle diese Zustände (Fig. 11). Beim bewegten anharmonischen Oszillator hingegen gehört zu jedem Schwingungszustand ein bestimmter Ort längs des Abklingweges l , und wir

1) W. Hanle, Ztschr. f. Phys. 35. S. 346. 1926.

werden hier die einzelnen Schwingungsphasen, die zeitlich aufeinander folgen, räumlich nebeneinander beobachten können (Fig. 12).

d) Würden Störungen der Polarisation durch Umwelteinflüsse, besonders durch Restgase, zu beseitigen sein und alle Kanalstrahlkatoden in einem längs des Strahls eng begrenzten Volumen in gleichen Phasen zu leuchten anfangen, so würden unsere Kurven das unverfälschte Schwingungsbild des anharmonischen Oszillators im elektrischen Feld wiedergeben.

Die Störungen der Polarisation durch Restgase werden im Fall des elektrischen Querfeldes dieselben sein wie im

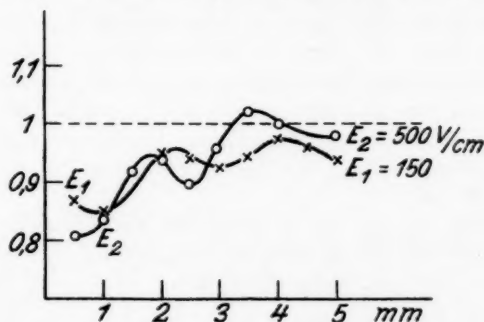


Fig. 13

feldfreien Fall. Um die gefundenen Kurven im elektrischen Feld von den Störungen der Umwelt befreien zu können, müssen die Intensitäten I_p und I_s mit und ohne Feld einzeln bekannt sein. Da wir aber nur das Verhältnis I_p/I_s kennen, ist nur die Reduktion der Feldkurve auf die Kurve ohne Feld möglich. Das ist für die Entladungsspannung 5000 Volt in Fig. 13 geschehen.

Fig. 13 gibt also $\frac{I_p + I_p'}{I_s + I_s'}$, wenn wir (wie oben a) mit I' die Kurve ohne Feld und mit I die Kurve der reinen Feldwirkung verstehen. Fig. 13 liefert das Schwingungsbild einer großen Anzahl anharmonischer Oszillatoren, deren Schwingungsphasen sich überlagern, was einer Verflachung der zu erwar-

tenden Maxima und Minima längs des Abklingweges gleichkommt. Diese Verflachung nimmt mit wachsender Strahlgeschwindigkeit zu, daher sind in Figg. 8c und 9c überhaupt keine Perioden mehr festzustellen.

e) Unser Bild des längs des Abklingweges in seinen Schwingungsphasen sich abwickelnden Oszillators verlangt, daß mit wachsender Strahlgeschwindigkeit die Periodenzahl (Anzahl gleicher Schwingungszustände) sich vermindert und mit wachsender elektrischer Feldstärke ansteigt. Wir entnehmen den Kurven Figg. 8 und 9:

Entladungsspannung	. . .	5000	10000	20000 Volt
Periodenzahl $E_1 = 150$ V/cm		$1\frac{3}{4}$	1	keine
„ $E_2 = 500$ „		$2\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$	
Abstand l' $E_1 = 150$ „		1,0 mm	2,2 mm	
Max.-Min. $E_2 = 500$ „		0,8 „	2,0 „	

Die grundsätzlichen Forderungen der Theorie des anharmonischen Oszillators sind also qualitativ voll erfüllt. Sobald wir aber das Bild des anharmonischen Oszillators zahlenmäßig fassen wollen, versagt das Bild, wenigstens in seiner einfachsten Form.

Nehmen wir die für die benutzten Entladungsspannungen in einem andern Fall gemessenen Geschwindigkeiten als gültig an (vgl. S. 521), so kann aus l' und v die durch das Feld auftretende Periodendauer $\tau = \frac{2l'}{v'}$ der Linie H_β berechnet werden. Man erhält für $1/\tau$

Strahlengeschwindigkeit v	$4,1 \cdot 10^7$	$4,9 \cdot 10^7$ cm/sec
für $E_1 = 150$ V/cm Δv	$20,5 \cdot 10^7$	$10,0 \cdot 10^7$ sec $^{-1}$
$E_2 = 500$ „ Δv	$25,5 \cdot 10^7$	$12,0 \cdot 10^7$ „

Diese Periodenzahlen nehmen anscheinend ab mit steigender Geschwindigkeit des Kanalstrahles; sie nehmen zu mit steigendem elektrischen Feld, aber jedenfalls weniger als proportional diesem Feld. Die Werte sind von gleicher Größenordnung wie die von Hertel angegebenen ($8 \cdot 10^7$ sec $^{-1}$, vgl. oben).

Die Theorie des anharmonischen Oszillators in einfachster Form würde verlangen:

Unabhängigkeit der Periodenzahlen von der Strahlgeschwindigkeit,

Zunahme der Periodenzahlen mit dem Quadrat der elektrischen Feldstärke,

zwei Forderungen, die von den Versuchen sowohl von meinen wie von denen Hertels quantitativ nicht erfüllt sind.

Es ist des weiteren die Frage zu erörtern, wie die Werte der Periodenzahlen sich zu den für kleine Felder berechenbaren Aufspaltungen der Linie H_β verhalten. Wir vergleichen dazu:

a) den Starkeffekt bei hohen Feldern extrapoliert auf schwache Felder,

β) die Kramerssche Theorie für schwache Felder.

α) Nach Stark ist die Abhängigkeit der Aufspaltung von der Feldstärke gegeben durch die Beziehung

$$\Delta \nu = n C E$$

n = Komponentennummer der aufgespaltenen Linie,

C = eine experimentelle Konstante = $20,4 \cdot 10^5$.

Man berechnet daraus für die erste Komponente von H_β für ein Feld $E = 150$ V/cm

$$\Delta \nu = 3,0 \cdot 10^8 \text{ sec}^{-1},$$

also einen etwas größeren Wert als die Messungen hier ergeben.

Die aus dem Starkeffekt bei hohen Feldern extrapolierte Aufspaltung liegt schon in der Größe der Feinstruktur von H_β . Die Feinstrukturaufspaltung beträgt nämlich $9 \cdot 10^8 \text{ sec}^{-1}$.

β) Im Falle, daß Feinstruktur und Aufspaltung von gleicher Größenordnung werden, ist nach der Theorie von H. Kramers keine Gültigkeit der Starkschen Formel zu erwarten. Benutzen wir die von Kramers in diesem Falle abgeleitete Formel

$$\Delta W = - \frac{9}{4} \left(\frac{h}{2\pi} \right)^8 \frac{c^2 E^2}{e^{10} m_0^8} n^5 k (n^2 - 2k^2 + m^2),$$

so erhalten wir wohl Übereinstimmung in der Größenordnung der Aufspaltung, aber ebenso wie in der klassischen Theorie Anstieg der Aufspaltung mit dem Quadrat der elektrischen Feldstärke.

Zur weiteren Klärung der in schwachen elektrischen Feldern auftretenden Polarisationserscheinungen soll der Längseffekt der Linie H_β untersucht werden.

Zusammenfassung

Das Polarisationsverhältnis I_p/I_s der Linie H_β im Kanalstrahllicht in schwachen elektrischen Feldern wird für ver-

schiedene elektrische Feldstärken und für verschiedene Strahlgeschwindigkeiten gemessen.

Die Kurven des Polarisationsverhältnisses zeigen längs des Abklingweges des Kanalstrahles eigentümliche periodische Schwankungen (Figg. 8 und 9). Die Periodenzahlen nehmen zu mit abnehmender Strahlgeschwindigkeit und mit steigendem elektrischen Feld.

Die Erscheinungen lassen sich qualitativ zurückführen auf die Schwingungen eines klassischen anharmonischen Oszillators, der längs des Abklingweges in verschiedenen Schwingungsphasen schwingt.

Hrn. Prof. Pohl danke ich für das Interesse, das er der Untersuchung entgegenbrachte.

Göttingen, I. Physikalisches Institut, Januar 1928.

(Eingegangen 27. Januar 1928)

3. Die Absorption der Kohlenstoff-K-Strahlung in C, N und O;

von Heinrich Kurtz¹⁾

Inhalt: Einleitung. — Grundzüge der Methode und Resultate. — Beschreibung der Apparatur. — Ausführung der Messungen: a) Vorversuche; b) Gang einer Meßreihe. — Darstellung der Gase. — Grundzüge der Berechnung der Strahlungsumwandlung in einer Celluloidschicht. — Zusammenfassung.

Einleitung

Die Gesetze der Absorption von elektromagnetischen Strahlen sind für den Wellenbereich der Röntgenstrahlen genau bekannt seit der Zeit, als es gelungen war, einzelne Frequenzen bis zur praktischen Monochromasie zu isolieren und die Untersuchungen an ihnen durchzuführen. Die Absorptionsverhältnisse sind uns indessen fast völlig unbekannt für das Gebiet der sehr weichen Röntgenstrahlen, jener Strahlen, die wir im Spektrum zwischen dem Ultraviolett und den weichen Röntgenstrahlen einzuordnen haben, deren Anregespannungen etwa zwischen 10 und 1000 Volt liegen, deren Wellenlängen also um mehrere Zehnerpotenzen größer sind als die der meist verwandten Röntgenstrahlen um ein Angström herum.

Zwar hat Holweck²⁾ ein Absorptionsgesetz für dieses Gebiet angegeben, aber seinen Messungen haftet insofern ein Mangel an, als nur mit gefilterter „weißer“ Strahlung gearbeitet wurde, also praktisch die Untersuchung an einem Gemisch verschiedener Wellenlängen von völlig unkontrollierbarer Zusammensetzung durchgeführt wurde. In der von ihm angegebenen Formel

$$\frac{\alpha}{D} = A \cdot \lambda^{2,5}$$

1) Kieler Dissertation 1927.

2) F. Holweck, *Compt. rend.* 172. S. 439. 1921. Mit weiteren Untersuchungen an solcher gefilterten Strahlung zusammengefaßt in F. Holweck, *De la Lumière aux Rayons X* (Paris 1927).

bedeutet α/D den Massenabsorptionskoeffizienten, λ die quantenmäßig durch das Beschleunigungspotential bedingte kürzeste Wellenlänge der verwendeten Strahlung in ÅE und A eine von der Ordnungszahl des absorbierenden Elements abhängende Konstante, deren Wert¹⁾ für Sauerstoff gleich 0,9, für Stickstoff gleich 0,7 und für Wasserstoff gleich 0,2 angegeben wird. Da in der Formel explizit nur die Grenzwellenlänge steht, während in der Tat die Wirkung des unbestimmten Komplexes der längeren Wellen im Beobachtungsergebnis mit enthalten ist, muß, da gerade diese Wellen die größere Absorption zeigen, das Gesetz, auf monochromatische Strahlung angewandt, zu große Werte liefern.

Um definierbare Verhältnisse zu schaffen, erscheint es als unumgänglich notwendig, die Absorptionsuntersuchungen auch in diesem Gebiet mit monochromatischer Strahlung durchzuführen. Die Grundzüge einer Methode, die dieses gestattet, wurden anlässlich einer Untersuchung über Eigenstrahlungen der Elemente C, N, O von W. Trenktrog²⁾ ausgearbeitet, von dem auch erste Absorptionsmessungen hier nach ausgeführt wurden. Die Methode benutzt die Eigenstrahlung des Kohlenstoffs als Strahlungsquelle.

Die Aufgabe der vorliegenden Arbeit bestand nun darin, Absorptionsmessungen mit einer verbesserten Anordnung nach den Angaben von Trenktrog durchzuführen. Es liegt im Wesen der Methode begründet, daß man die Untersuchungen dahin orientiert, für die monochromatische Strahlung die Absorption in verschiedenen Stoffen zu prüfen. Es wurden untersucht die Gase: Luft, Sauerstoff, Stickstoff, Kohlendioxyd, Kohlenmonoxyd und Äthan.

Grundzüge der Methode und Resultate

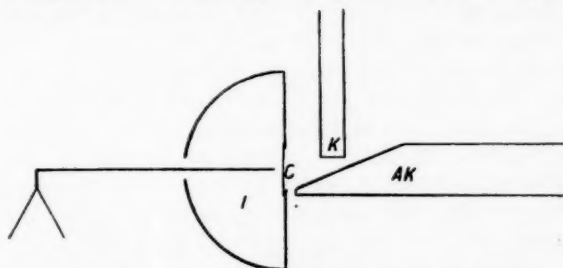
Zur Erzeugung der Röntgenstrahlen wurde ein Oxydkathodenrohr mit Platinantikathode AK (Fig. 1) verwendet, das seine Strahlung durch ein Celluloidhäutchen C von 0,9 cm Durchmesser und etwa 10^{-3} cm Dicke in die Ionisationskammer J schickte. Es war nötig, von der zunächst be-

1) Die Werte für die Konstante A sind der letzteren der beiden zitierten Arbeiten entnommen.

2) W. Trenktrog, Dissertation, Kiel 1923.

nutzten Wolframglühelektrode zur Wehneltelktrode *K* überzugehen, weil das zerstäubte Wolfram, das sich auf Antikathode und Celluloidhaut niederschlug, schon in geringster Dicke erhebliche Absorptionsstörungen verursachte.

Holweck¹⁾ fand, daß bei genügender Dicke der Celluloidhaut oberhalb der Anregespannung der Kohlenstoff-K-Strahlung die Absorption der durch ein Celluloidblättchen hindurchgetretenen Strahlung sich nicht mehr änderte, d. h. die Härte der durchgelassenen Strahlung bei Variation der Anregespannung



Schematische Darstellung der Strahlenquelle und der Meßkammer
Fig. 1

unverändert blieb. Trenktrog, der dasselbe feststellte, konnte außerdem zeigen, daß praktisch eine ϵ -Funktion, also ein praktisch einheitlicher Absorptionskoeffizient, vorlag. Die Strahlung ist also praktisch monochromatisch und muß nach der Art ihres Auftretens als die K-Strahlung des Kohlenstoffs gelten. Diese kann, da das C-Atom, wie Kossel²⁾ gezeigt hat, nur noch eine unvollständige L-Schale, aber keine M-Schale mehr enthält, nur aus α -Linien bestehen, muß also sogar eine recht gute Monochromasie besitzen. Diese Vermutung ist kürzlich von Dauvillier³⁾ unmittelbar spektrographisch bestätigt worden.

Mit Holweck und Trenktrog wurde zunächst angenommen, daß eine Monochromatisierung durch Erregung von Fluoreszenzstrahlung im Häutchen vor sich ging. Eine näherungsweise durchgeführte Berechnung der Absorption einer kontinuierlichen Bremsstrahlung mit einer Energieverteilung

1) F. Holweck, a. a. O.

2) W. Kossel, Ztschr. f. Phys. 2. S. 470. 1920.

3) A. Dauvillier, Compt. rend. 183. S. 193. 1926.

gemäß der von Kulenkampff¹⁾ angegebenen Formel in einer Celluloidschicht unter Verwendung der ermittelten Absorptionskoeffizienten zeigt aber, daß die austretende Strahlung je nach der Höhe der Anregespannung verschieden starke Komponenten von Kohlenstoff-*K*-Strahlung, Stickstoff-*K*-Strahlung und Sauerstoff-*K*-Strahlung in Beträgen von gleicher Größenordnung aufweisen muß, und daß die Sauerstoffstrahlungskomponente einen durchaus merklichen und um so größeren Einfluß bekommt, je härter die Primärstrahlung und je dicker das Häutchen gewählt wird. Die Monochromatisierung der Strahlung ließ sich also nicht auf Filterwirkung des Celluloidhäutchens zurückführen. Dagegen wurden Erscheinungen beobachtet, wie sie ähnlich von Dauvillier²⁾ beschrieben worden sind. Die Bahn des Elektronenstrahls sandte, trotzdem das Rohr während des Betriebs ständig an der Pumpe lag, ein deutlich wahrnehmbares blaues Licht aus, und auf der Antikathode entstand schon nach kurzem Arbeiten ein festhaftender, schwarzglänzender Belag, der gegen den Rand hin Anlauffarben zeigte. Diese zunächst als störend empfundenen Erscheinungen erwiesen sich als die wahre Ursache der Monochromatisierung. Man muß sie nämlich mit Dauvillier der Spaltung von Kohlenwasserstoffen zuschreiben, die infolge der Verwendung von Schlifffetten und Kitten (siehe Beschreibung der Apparatur) in geringem Maße ständig im Rohr vorhanden sind. Der sich infolge dieses Vorgangs bildende Belag auf der Antikathode konnte als Kohlenstoff identifiziert werden, übereinstimmend mit Dauvilliers spektrographischem Nachweis mittels der Kohlenstoff-*K α* -Linie.³⁾ Die ursprünglich wegen des hohen Atomgewichts gewählte Platinantikathode konnte also gar nicht zur Wirkung kommen, sondern es wurde praktisch mit einer Kohlenstoffantikathode gearbeitet. Bei einem Antikathodenmaterial so geringen Atomgewichts tritt aber die Intensität des Bremsspektrums gegenüber der Intensität der charakteristischen Strahlung stark zurück, so daß schon an der Antikathode eine

1) H. Kulenkampff, Ann. d. Phys. 69. S. 548. 1922.

2) A. Dauvillier, Journ. de Phys. et le Radium 7. S. 369. 1926.

3) Auch Holweck weist darauf hin, daß solche Belege bereits in sehr dünnen Schichten die aufrallenden Elektronen bremsen und unabhängig von dem Antikathodenmaterial den Charakter der Strahlung bestimmen.

im wesentlichen monochromatische Strahlung, nämlich die Kohlenstoff-K-Strahlung, erzeugt wird.

Bei der Untersuchung der Absorption irgendeines Materials verfährt man gewöhnlich so, daß man die mit wachsender Schichtdicke des Absorbens erfolgende Intensitätsabnahme der durchgelassenen Strahlung mittels ihrer ionisierenden Wirkung auf ein Gas beobachtet. Die Eigentümlichkeit der vorliegenden Methode, bei der es sich ausschließlich um die Untersuchung von Gasen handelt, besteht nun darin, daß sie den Absorptionskoeffizienten durch direkte Messung des absorbierten Anteils der Strahlung an dem von ihr im untersuchten Gas selbst erzeugten Ionenstrom zu bestimmen gestattet. Der Vorteil dieser Methode liegt besonders in der Vermeidung der Abtrennung eines besonderen Meßraums von dem Raum, der das gasförmige Absorbens enthält, durch eine materielle Zwischenschicht, die durch ihre Eigenabsorption in unübersichtlicher Weise störend auf die Messungen einwirken könnte.

Der Ionisationskammer wurde die Form einer Halbkugel um den Mittelpunkt des Häutchens als Zentrum gegeben. Diese Form wurde mit Rücksicht auf die Divergenz der Strahlung gewählt. Es wurde nämlich dadurch erreicht, daß allen Strahlen eines Bündels praktisch gleich lange Bahnen zur Verfügung standen, sowohl den Strahlen des an der Antikathode erzeugten Strahlenbündels als auch denen des dieses wahrscheinlich noch überlagernden Bündels einer im Häutchen durch Umwandlung des härteren Restes der Primärstrahlung erzeugten Fluoreszenzstrahlung. Durch diese Geometrie wird also erreicht, daß innerhalb der Ionisationskammer keine Blendenwirkung stattfindet, und man somit berechtigt ist, das Absorptionsgesetz für eine parallele Strahlung auf den vorliegenden Fall anzuwenden.

Für eine solche Strahlung lautet bekanntlich die Differentialform des Gesetzes

$$-dJ_x = \alpha J_x dx,$$

worin J_x die Eintrittsintensität der Strahlung, α den Längenabsorptionskoeffizienten und dx die Dicke der durchstrahlten Schicht bedeutet.

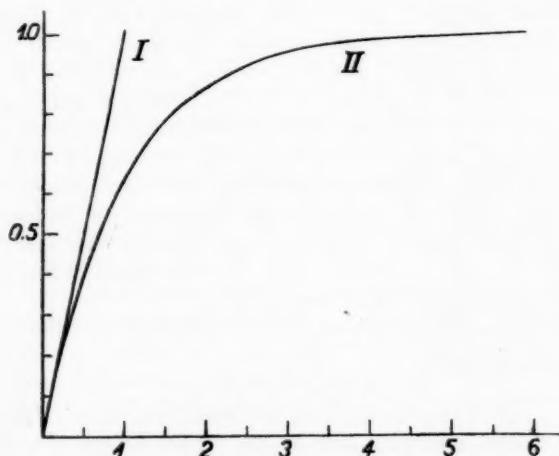
Bei geeigneter Wahl der Dimensionen der Kammer, so nämlich, daß die Länge als Differential behandelt werden

kann, ist also die Ionisation unter der Voraussetzung, daß sie dem absorbierten Anteil proportional ist, auch der Intensität J_0 der Eintrittsstrahlung proportional. In diesem Fall kann also der erzeugte Ionenstrom als Intensitätsmaß für die eintretende Strahlung verwendet werden, wie dies beim Gebrauch von Ionisationskammern allgemein üblich ist. In der vorliegenden Arbeit ist die Verwendungsart der Ionisationskammer von der eben geschilderten indessen grundsätzlich verschieden.

Für die Untersuchung von Gasen liegt es offenbar nahe, statt der Dicke der durchstrahlten Schicht die Dichte eines festen Volumens durch Variation des Gasdrucks zu verändern und also den Druck als unabhängige Variable einzuführen. Das kann geschehen durch Zerlegung des Absorptionskoeffizienten in ein Produkt

$$\alpha = \alpha_{i,p} \cdot p,$$

worin p den Druck und $\alpha_{i,p}$ den Längen-Druck-Absorptionskoeffizienten bedeutet, der die Absorption pro Zentimeter Weg und pro Millimeter Druck angibt.



Abweichung der Funktion $y = 1 - e^{-x}$ (Kurve II)
von der Proportionalitätsgeraden (Kurve I)

Fig. 2

Die Differentialform des Absorptionsgesetzes wird also nach Einführung dieser Größen

$$-dJ_x = \alpha_{1p} \cdot J_x \cdot dx \cdot p.$$

Unter der oben erwähnten Bedingung ist darum die Ionisation auch dem Druck p proportional. Steigert man jedoch den Gasdruck derart, daß man die Ausdehnung der Kammer nicht mehr infinitesimal behandeln darf, dann besteht die Proportionalität der insgesamt absorbierten Intensitäten mit Druck und Länge nicht mehr, und man ermittelt für die absorbierte Intensität

$$J_0 - J_x = J_0 (1 - e^{-\alpha_{1p} \cdot x \cdot p}).$$

Das Verhältnis der absorbierten Intensität zur Intensität der Eintrittsstrahlung wird bestimmt durch

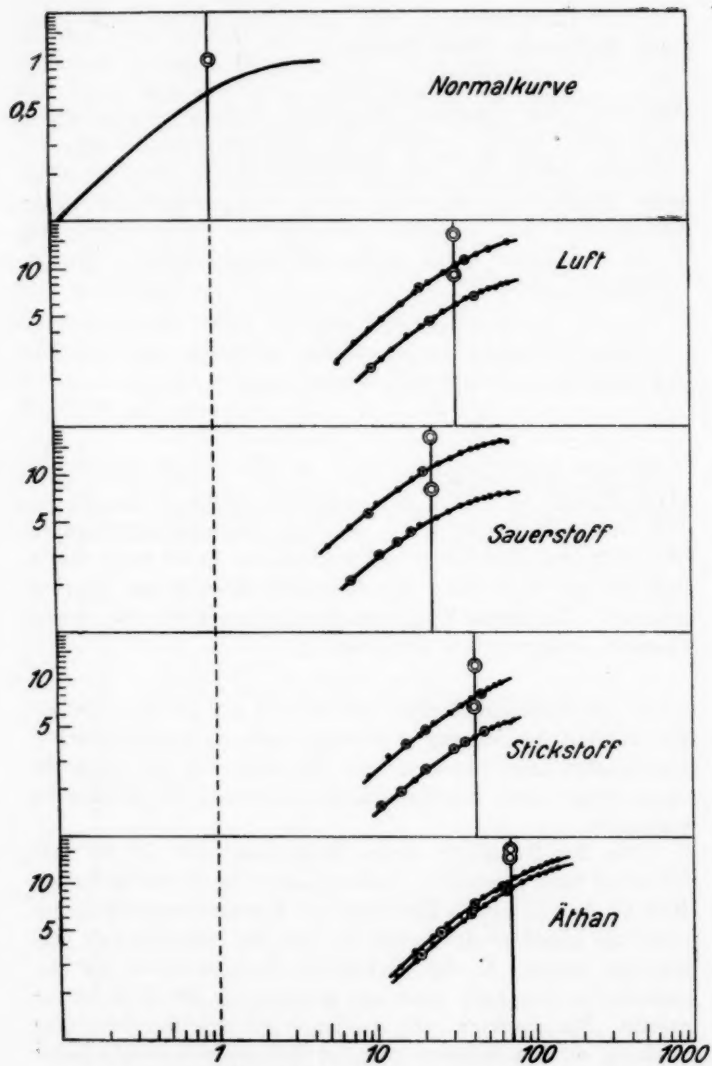
$$\frac{J_0 - J_x}{J_0} = 1 - e^{-\alpha_{1p} \cdot x \cdot p}.$$

Trägt man den Exponenten von e als Abszisse auf und $\frac{J_0 - J_x}{J_0}$ als Ordinate, so erhält man das Kurvenbild II der Fig. 2. Die Größe der Abweichung von der Proportionalitätsgraden (Fig. 2, I), die diese Kurve mit wachsendem Druck zeigt, wurde nun für die Ermittlung des Absorptionskoeffizienten nutzbar gemacht. Zu diesem Zweck wurde die dem Typus des obigen Gesetzes entsprechende Funktion

$$y = 1 - e^{-p},$$

worin mit Rücksicht darauf, daß es sich um Drucke handelt, als Abszissenbezeichnung p gewählt wurde, in logarithmischen Koordinaten aufgetragen und als „Normalkurve“ (Fig. 3) für die unten besprochene logarithmische Auswertung der Meßkurven verwendet.

Die Fig. 3 enthält einige Meßkurven, wie sie für verschiedene Gase gewonnen wurden, indem der in willkürlichem Maß als Aufladung des Elektrometers E gemessene Ionisationsstrom als Funktion des Gasdrucks (mm Hg) logarithmisch aufgetragen wurde. An den umkreisten Punkten wurde die Reproduzierbarkeit nach erneutem Auspumpen der Meßkammer geprüft. (Näheres vgl. S. 546.) Auf eine eventuelle lichtelektrische Wirkung an den Wänden und der Elektrode brauchte keine Rücksicht genommen zu werden, da sie, wie das Experiment zeigte, von einer völlig zu vernachlässigenden Größenordnung war.



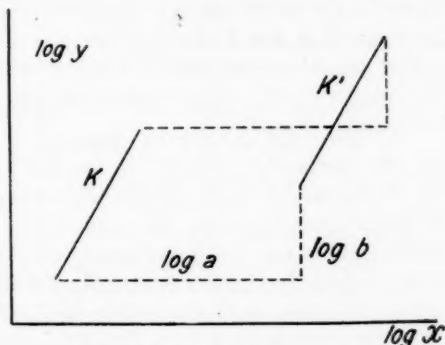
Meßkurven (logarithmische Koordinaten. Abszisse: Gasdruck, Ordinate: Ionisationsstrom). Fig. 3

Die mathematischen Grundzüge des logarithmischen Verfahrens, das zur Auswertung der Meßkurven angewandt wurde, findet man bei Mehmke¹⁾ dargestellt. Die Übertragung auf den vorliegenden Fall möge kurz erläutert werden.

In Fig. 4 sei K das Bild einer beliebigen Funktion

$$\log y = f(\log x),$$

während K' aus dieser durch Parallelverschiebung hervorgehen möge. Wenn die Verschiebung in der Richtung der



Zur logarithmischen Auswertung

Fig. 4.

Abszisse $\log a$ beträgt und in der Ordinatenrichtung $\log b$, dann gilt für K' die Gleichung

$$\log y - \log b = f(\log x - \log a) \quad \text{oder} \quad \log \frac{y}{b} = f\left(\log \frac{x}{a}\right).$$

Konstanten, die in kartesischen Koordinaten als Faktoren auftreten, werden also in logarithmischen Koordinaten zu Summanden.

Auf den vorliegenden Fall angewendet bedeutet das: Da das Absorptionsgesetz für eine parallele Strahlung sich von der Formel, die zur Gewinnung der „Normalkurve“ diente, lediglich durch Faktoren der Koordinaten unterscheidet, so müssen die logarithmisch dargestellten Meßkurven mit der „Normalkurve“ durch Verschieben eingedeckt werden können, wenn der Absorptionsverlauf dem oben erwähnten Gesetz ent-

1) R. Mehmke Leitfaden zum graph. Rechnen (1917).

spricht. Das ist in der Tat der Fall. Die Meßkurven sind also die logarithmischen Bilder der Funktion

$$\frac{y}{b} = 1 - e^{-\frac{p}{a}}$$

oder wenn man an Stelle von $1/a$ wieder $\alpha_{ip} \cdot x$ schreibt

$$y = b(1 - e^{-\alpha_{ip} \cdot x \cdot p}).$$

Daraus folgt, daß für eine Meßreihe jeweils ein konstanter Absorptionskoeffizient α_{ip} vorliegt, also mit Erhöhung des Druckes p keine Härtenänderung der Strahlung durch Filterung erfolgt.

Der Umstand, daß die Meßkurven für ein und dasselbe Gas sich allein durch senkrecht Verschieben untereinander zur Deckung bringen lassen, zeigt, daß der Faktor $\frac{1}{a} = \alpha_{ip} \cdot x$ der Abszisse in allen diesen Kurven konstant bleibt. Das beweist, daß die verwendete Strahlung tatsächlich dieselbe Härte besitzt, trotzdem die Beschleunigungsspannung von Meßreihe zu Meßreihe innerhalb des Bereichs von 479 Volt bis 653 Volt verändert wurde. Änderungen des Absorptionskoeffizienten α_{ip} allein bedingen horizontale Verschiebungen.

Die Auswertung einer Meßkurve wurde in der Weise vorgenommen, daß die einschließlich ihres Einheitspunktes (doppelt umkreist) auf Pauspapier gezeichnete „Normalkurve“ mit der Meßkurve zur Deckung gebracht wurde und die neue Abszisse des Einheitspunktes, also die horizontale Verschiebung a , festgestellt wurde. Der Längen-Druck-Absorptionskoeffizient α_{ip} ergibt sich dann durch Bildung des reziproken Wertes von a und Division mit dem Kammerradius nach der schon oben erwähnten Formel

$$\alpha_{ip} = \frac{1}{x \cdot a}.$$

In der Tabelle 1 sind die hieraus errechneten Massenabsorptionskoeffizienten zusammengestellt.

Tabelle 1

Gas	Massenabsorptionskoeffizient α/D
Luft	4650 \pm 200
Sauerstoff	6000 \pm 200
Stickstoff	3800 \pm 200
Kohlendioxyd . . .	4900 \pm 300
Kohlenmonoxyd . .	4450 \pm 300
Äthan	2200 \pm 100

Wenn man annimmt, daß die Regeln der einfachen Additivität der Atomabsorptionen im Molekül für die untersuchten Stoffe ebenso gültig ist, wie sie für die Stoffe höherer Ordnungszahl bei Verwendung kurzwelliger Röntgenstrahlen von Benoist¹⁾ nachgewiesen ist und durch die Untersuchungen von Aurén²⁾ neuerlich bestätigt ist, errechnet man aus den Werten der Massenabsorptionskoeffizienten die Absorptionskoeffizienten der Atome α_{At} der Tabelle 2.

Tabelle 2

Gas	Atomarer Absorptionskoeff. α_{At}
Sauerstoff . . .	$1,58 \pm 0,06 \cdot 10^{-10}$
Stickstoff . . .	$0,88 \pm 0,05 \cdot 10^{-10}$
Kohle (in CO ₂) C ₁	$0,42 \pm 0,06 \cdot 10^{-10}$
Kohle (in CO) C ₂	$0,48 \pm 0,06 \cdot 10^{-10}$
Kohle (in C ₂ H ₄) C ₃	$0,54 (\pm 0,03) \cdot 10^{-10}$

Der dritte Wert der Absorption des Kohlenstoffatoms wurde aus Äthan gewonnen, indem die Wirkung der 6 Wasserstoffatome als verschwindend behandelt wurde. Die eingetragene Fehlergrenze betrifft nur die Unsicherheit der Beobachtung selbst.

Es wurde versucht, auch aus Acetylen und Methan einen Wert für die Kohlenstoffabsorption zu bestimmen. Das erstere der beiden Gase diffundierte aber stark durch das Häutchen bzw. durch die verwendeten Fette, ähnlich wie es in etwas geringerem Maße auch beim Kohlendioxyd beobachtet wurde, so daß das Oxyd der Glühfolie nach kurzer Zeit reduziert und das Vakuum verschlechtert war, während das Methan eine so geringe Absorption zeigte, daß man, um eine den übrigen Messungen vergleichbare Genauigkeit zu erzielen, zu so großen Drucken hätte übergehen müssen, daß das Häutchen gefährdet gewesen wäre.

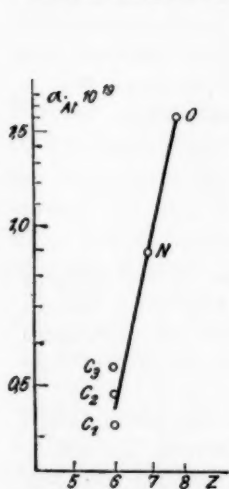
Der aus der Äthanmessung gewonnene Wert dürfte wegen der Vernachlässigung der 6 Wasserstoffatome zu wenig zuverlässig sein, um aus seiner Abweichung Schlüsse ziehen zu dürfen. Die andern beiden Werte der Kohlenstoffabsorption

1) L. Benoist, Journ. de Phys. 2. S. 658. 1901.

2) T. E. Aurén, Phil. Mag. 37. S. 165. 1919.

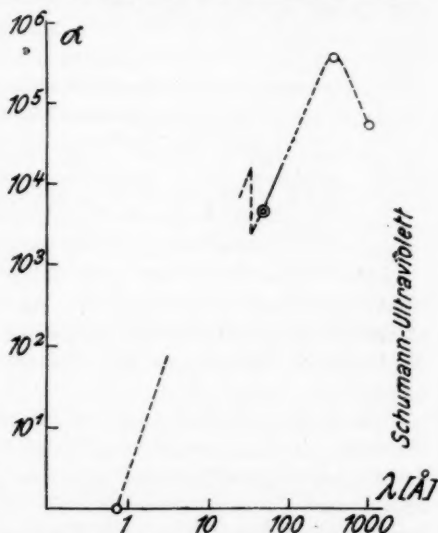
deuten an, daß in dem bearbeiteten Gebiet das Additionsgesetz scheinbar noch gültig ist.

Die ermittelten atomaren Absorptionskoeffizienten gestatten, ihre ungefähre Abhängigkeit von der Ordnungszahl Z zu errechnen. Man findet, wenn man den N-, O- und den aus CO und CO₂ gemittelten C-Absorptionswert zueinander in Beziehung setzt, den Exponenten $4,4 \pm 0,4$ (Fig. 5). Der Exponent scheint



Atomare Absorptionskoeffizienten als Funktion d. Ordnungszahl Z (in log. Koordinaten).

Fig. 5



Der Verlauf des Absorptionskoeffizienten von Celluloid (in logarithmischen Koordinaten)

Fig. 6

also von dem in einem ganz anderen Härtebereich von Bragg und Peirce¹⁾ und durch neuere Messungen von Richtmyer²⁾ bestimmten nicht wesentlich verschieden zu sein.

Das somit für Kohlenstoff-K-Strahlung gefundene Absorptionsgesetz lautet

$$\alpha_{At} = \text{const. } Z^{4.4}.$$

Darin hat die Konstante den Wert $(1,7 \pm 0,2) \cdot 10^{-23}$.

1) W. H. Bragg und S. E. Peirce, *Phil. Mag.* 28. S. 626. 1914.

2) F. K. Richtmyer, *Phys. Rev.* 18. S. 13. 1921.

Wenn man unter Zugrundelegung einer bei Dammer¹⁾ angegebenen Analyse aus den obigen Koeffizienten die Absorption des Celluloids für Kohlenstoff-K-Strahlung errechnet, so findet man $\alpha \approx 5000$.

Nach Holweck²⁾ folgt der Absorptionskoeffizient zwischen 44 ÅE und 88 ÅE einem $\lambda^{2.5}$ -Gesetz. Diese Angabe wurde benutzt, um von der hier mitgeteilten Messung für 44,1 ÅE ausgehend, den entsprechenden Teil der in Fig. 6 wiedergegebenen Kurve des Absorptionsverlaufs für Celluloid zu zeichnen. Die Fortsetzung der Kurve über das angegebene Gebiet hinaus zu längeren Wellen ist nur qualitativ zu werten und ist lediglich gestützt auf Holwecks Angaben, daß der Absorptionskoeffizient bei $\lambda = 320$ ÅE durch ein Maximum von 145000 geht und daß von einer Strahlung, deren Wellenlänge $\lambda = 980$ ÅE beträgt, durch eine Celluloidfolie von $2,5 \cdot 10^{-5}$ cm Dicke 20 Proz. hindurchgelassen werden. Jenseits dieses Wertes schließt das Gebiet der normalen optischen Dispersionsfrequenzen an. Im unteren Teil der Kurve gaben die von Wingårdh³⁾ für die Molybdän-K-Strahlung ($\lambda = 0,708$ ÅE) mitgeteilten Absorptionswerte die Grundlage für die Berechnung eines Punktes. Der für dieses Gebiet nach der Formel von Richtmyer angegebene Koeffizient 3 von λ dürfte allmählich beim Übergang zu längeren Wellen in den Wert 2,5 übergehen, so daß unter Berücksichtigung eines K-Absorptionssprunges von etwa 8 — dieser auch in der Figur benutzte Wert wurde aus den bei Allen⁴⁾ aufgeführten Absorptionssprüngen extrapoliert — dieser Teil der Kurve sich verhältnismäßig gut an den oben skizzierten anzuschließen scheint. Wenn der Kurve auch nur qualitative Bedeutung zukommt, so zeigt sie doch deutlich, eine wie große Spanne von Wellenlängen das Absorptionsgesetz in der oben angegebenen Form praktisch umfaßt.

Beschreibung der Apparatur

Das verwendete Röntgenrohr (Figg. 7 und 8) war aus Glas angefertigt. Die Kathodenstromzuführung bestand aus einem

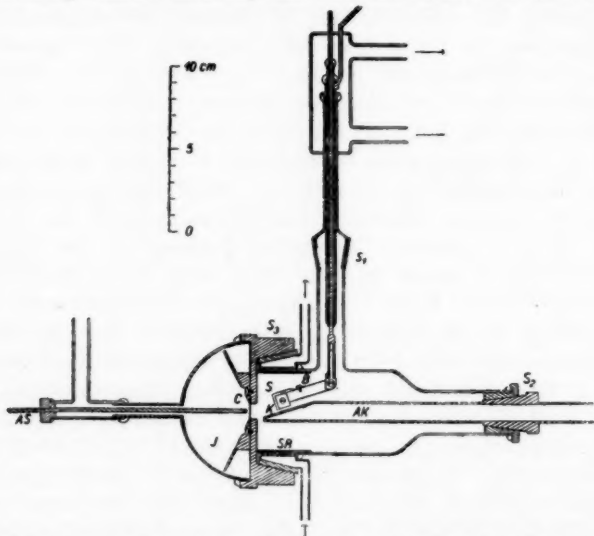
1) O. Dammer, Chem. Technologie der Neuzeit S. 55. 1911.

2) F. Holweck, a. a. O.

3) K. A. Wingårdh, Ztschr. f. Phys. 8. S. 363. 1922.

4) S. J. M. Allen, Phys. Rev. 24. S. 1. 1924.

Messingstab und einem ihn umgebenden, durch Glas isolierten, Messingrohr und war mit weißem Siegelack in den Schliff S_1 eingekittet. Die Kittungen wurden mit Wasser gekühlt. Die Backen B , die die zur Wehnelt-Glühelektrode (Pt-Blech von 1 mm Breite und 0,0025 mm Dicke mit Ca, Ba und Sr) ausgebildete Kathode K trugen, wurden von unten eingeführt und mit der Stromzuführung verschraubt. Durch die Winkelanordnung wurde erreicht, daß der Brennfleck bis auf etwa



Röntgenrohr mit Ionisationskammer in maßstäblicher Zeichnung
Fig. 7

$1\frac{1}{3}$ cm an das Fenster C herangeführt werden konnte. Der Kathode dicht gegenüber — der Abstand betrug etwa 2 mm — war die mittels Messingschliffs S_3 eingeführte Messingantikathode AK , die an der Stelle des Brennflecks ein 100 mm^2 großes, hartaufgelötetes Platinblech trug.

Das Röntgenrohr war gegen die Ionisationskammer J durch einen 4 mm dicken Gußmessingteller, der mittels des Messingschliffs S_3 angefügt werden konnte, abgeschlossen. Der Schliff war zum Schutze der Kittung für Kühlung mit fließendem Wasser vorbereitet. Diese erwies sich aber als überflüssig, da

das Messingschutzrohr *SR* die Erwärmung der Kittstelle in genügendem Maße verhinderte. Der Teller trug in der Mitte über einem Loch von 9 mm Durchmesser eine Celluloidhaut *C* von ungefähr 10^{-3} cm Dicke. Das Häutchen wurde nach den Angaben von Trenktrog¹⁾ hergestellt, indem man Zaponlack auf einer reinen Wasseroberfläche verdunsten ließ. Von der Filmfabrik Wolfen der Aktiengesellschaft für Anilinfabrikation wurde die hierfür besonders geeignete Lösung der Firma „Z 116“ in entgegenkommender Weise kostenlos zur Verfügung gestellt, wofür auch an dieser Stelle gedankt werde. Um das Häutchen keiner starken Erwärmung aussetzen zu müssen, wurde es mit einem schon bei niedriger Temperatur schmelzenden Gemisch aus Picein und Lanolin auf den Messingteller gekittet. Gegen Wärmestrahlung der Kathode und zum Schutz gegen Elektronen, die von der Rückseite und den Kanten der Glühfolie austraten, trug die Kathode einen Schirm *S*.

Das Röntgenrohr, das durch einen Hahn von dem übrigen Teil der Apparatur vollständig abgeschlossen werden konnte, war während des Betriebes ständig mit einer aus Quarz geblasenen Quecksilber-Stufenstrahlpumpe von Hanff und Buest verbunden unter Zwischenschaltung einer Kühlung mit flüssiger Luft und eines Trockengefäßes mit Phosphorpentoxyd. Der Druck wurde mit einem Mac Leodschen Manometer kontrolliert.

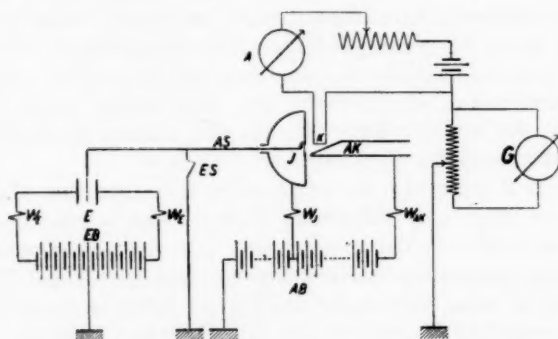
Die Antikathode *AK* des Röntgenrohrs war verbunden mit dem positiven Pol einer Hochspannungsakkumulatorenbatterie *AB* unter Zwischenschaltung eines Widerstandes W_{AK} von 20400 Ohm, der aus 10 Konstantandrahtspulen bestand. Der negative Pol der Hochspannungsbatterie war geerdet.

Der Heizstrom für die Glühfolie wurde mit dem Ampere-meter *A* kontrolliert. Die Messung des Elektronenstroms im Röntgenrohr geschah durch ein Galvanometer *G* (Drehspul-instrument von Hartmann und Braun, 79 Ohm), dessen Empfindlichkeit mittels der aus Fig. 8 ersichtlichen Schaltung reguliert werden konnte. Die Spannung am Röntgenrohr (deren Wert von sekundärer Bedeutung ist) wurde mit einem Drehspulinstrument durch Teilmessungen festgestellt.

1) W. Trenktrog, a. a. O. Kurz wiedergegeben bei E. v. Angerer, Techn. Kunstgriffe bei physikalischen Untersuchungen (1924).

Die Ionisationskammer J bestand aus einer Messinghalbkugel vom Radius 4 cm, in die der 2 mm dicke, vorn sorgfältig gerundete Aluminiumauffängerstab AS , durch Bernstein isoliert, zentral eingeführt war, so daß er bis auf etwa 2 mm an das Fenster C heranreichte. Die Abdichtung der Verbindung des Messingtellers mit der Halbkugel geschah durch ein Wachs-Kolophoniumgemisch.

Ein Glasrohransatz T ermöglichte die wahlweise Verbindung der Kammer mit der Hochvakuumpumpe und dem Gas-



Schaltschema.

Fig. 8

vorratsbehälter. Ein mit Schliff angesetztes Phosphorpentoxyd-gefäß sorgte für ständige Austrocknung der Kammer. Der Druck der Gasfüllung wurde mit einem Kathetometer an einem verkürzten Quecksilbermanometer abgelesen.

Da stark seitlich aus dem Häutchen C austretende Strahlen infolge der großen Absorption des Celluloids für die erzeugte weiche Strahlung erheblich geschwächt sein müssen, wurden diese, um durch sie die Meßgenauigkeit nicht trüben zu lassen, gänzlich vom Ionisationsprozeß ausgeschlossen, indem ein Messinghohlkegel in der aus der Figur 7 ersichtlichen Weise an dem Messingteller durch Schrauben befestigt wurde.

Die Kammerwand wurde über einen Graphitwiderstand W_j , der auf eine Mattglasscheibe aufgetragen war, durch Anzapfung

der Hochspannungsbatterie *AB* auf ein so hohes Potential geladen (etwa 200 Volt), daß sicher Sättigung des Ionenstroms erreicht wurde, was für die einzelnen Gase bei verschiedenen Drucken mehrfach kontrolliert wurde.

Die Auffängerelektrode *AS* war, sorgfältig elektrostatisch geschützt, mit dem Goldblatt eines Hankelschen Elektroskops *E* verbunden. In die Leitung wurde ein Erdschlüssel *ES* eingeschaltet. Die Kapazität des Auffängersystems betrug 23,8 cm. Das Elektrometergehäuse war mit der Erde verbunden. Eine Hochspannungsakkumulatorenbatterie *EB* von 100 Volt, die in der Mitte geerdet war, lieferte über zwei Graphitwiderstände *W_E* die Hilfsspannung ± 50 Volt. Die Batterie diente ausschließlich diesem Zweck. Das Elektrometer hatte eine Empfindlichkeit von 0,3 Volt pro Skalenteil. Die Ausschläge waren über den benutzten Meßbereich hinaus den an das Elektrometer gelegten Spannungen vollkommen proportional.

Ausführung der Messungen

a) Vorversuche

Durch Beobachtung bei Drucken, die so niedrig waren, daß die im Hauptverfahren beobachteten Ionisationswirkungen völlig zurücktraten, wurde, wie bereits erwähnt, festgestellt, daß die lichtelektrische Wirkung an der Meßelektrode neben den Ionisationsströmen völlig zu vernachlässigen war.

Der natürliche Verlust des Elektrometers blieb ebenfalls klein gegen die beobachteten Größen.

Es wurden wiederholt Prüfungen auf Sättigungsstrom vorgenommen, die stets ergaben, daß oberhalb von 100 Volt Kammerspannung Sättigung bestand. Gemessen wurde stets mit nahezu 200 Volt.

Die Einheitlichkeit der Strahlung konnte, wie schon oben bemerkt, dadurch nachgewiesen werden, daß die Meßkurven die Form der „Normalkurve“ zeigten und also dem theoretisch für eine einheitliche Strahlung zu erwartenden Gesetz folgten.

Daß die in die Kammer eintretende Strahlung für den ganzen angewandten Spannungsbereich praktisch dieselbe Härte besitzt, zeigte die Konstanz der Absorptionskoeffizienten trotz Variation der Beschleunigungsspannungen von 479 Volt bis 653 Volt und der Häutchendicken von $10 \cdot 10^{-4}$ bis $14 \cdot 10^{-4}$ cm.

b) Gang einer Meßreihe

Zunächst wurde die Ionisationskammer etwa fünfmal mit dem zu untersuchenden Gas durchgespült (jeweils Auffüllung bis $p = 10$ cm, Auspumpen bis $p = 10^{-3}$ mm). Danach wurde das Röntgenrohr allein an die Pumpe gelegt und bei beständigem Glühen der Kathode unter Anlegung der zu verwendenden Beschleunigungsspannung mehrere Stunden evakuiert. Mit der Messung wurde erst begonnen, wenn das Galvanometer G (Fig. 8) keine merkbaren Schwankungen des Elektronenstroms mehr zeigte. Es wurde jeweils die Zeit bestimmt, die nötig war, um das Elektrometer bis zu einem Ausschlag von zehn Skalenteilen aufzuladen. Aus den unter den gleichen Bedingungen durchschnittlich fünfmal wiederholten Messungen wurde das Mittel gebildet, dessen Reziprokes — aus Bequemlichkeitsgründen wegen seiner Kleinheit mit 100 multipliziert — als Maß für den Ionenstrom diente und einen Punkt der in logarithmischen Koordinaten gezeichneten Meßkurve lieferte. In der gleichen Weise wurden auch die übrigen Punkte der Kurve ermittelt, indem der Gasdruck in der Ionisationskammer stufenweise erhöht, sämtliche übrigen Bedingungen aber sorgfältig aufrecht erhalten wurden. Nachdem so der Verlauf der Meßkurve festgestellt war, wurde die Kammer noch einmal leer gepumpt und die Messung für einzelne Drucke wiederholt, um die Reproduzierbarkeit der Kurve zu prüfen. Als Beispiele geben wir in den Tabellen A und B je eine derartige Meßreihe für Luft und Äthan. Die mittlere Zimmertemperatur betrug bei allen Messungen etwa 19°C .

Meßtabellen

Bezeichnungen

V_{AK} = Effektiv-Beschleunigungsspannung der Elektronen.

V_J = Aufladung der Wand der Ionisationskammer.

i = Elektronenstrom.

d = Dicke der Celluloidhaut.

p = Druck des Gases in der Ionisationskammer in Millimeter.

t = Dauer der Aufladung des Elektrometers für zehn Skalenteile in Sekunden.

Tabelle A

Gas: Luft,
 $V_{AK} = 482$ Volt,
 $V_J = 197$ „
 $i = 0,56$ Milliamp.,
 $d = 10 \cdot 10^{-4}$ cm.

p	t	$100/t$
9,9	44,8	2,23
11,9	37,5	2,66
13,8	32,5	3,08
17,5	26,3	3,80
21,4	23,0	4,35
25,4	20,4	4,90
29,2	18,5	5,40
34,9	16,7	5,99
40,5	15,4	6,50
46,2	14,6	6,85
51,6	14,0	7,15
57,4	13,3	7,52
62,9	13,1	7,64
68,5	12,5	8,00
74,2	12,1	8,26
10,4	42,5	2,35
24,1	21,4	4,67
46,0	15,1	6,62

Tabelle B

Gas: Äthan,
 $V_{AK} = 639$ Volt,
 $V_J = 201$ „
 $i = 0,45$ Milliamp.,
 $d = 10 \cdot 10^{-4}$ cm.

p	t	$100/t$
14,2	33,7	2,96
17,9	26,7	3,74
23,2	21,6	4,63
28,6	17,9	5,59
34,0	16,0	6,25
41,5	13,6	7,35
48,9	12,2	8,26
58,0	10,9	9,17
68,4	9,7	10,3
76,8	9,0	11,1
88,4	8,5	11,8
99,9	8,0	12,5
111,0	7,7	13,0
121,8	7,4	13,5
132,2	7,2	13,9
142,6	7,1	14,1
25,3	20,6	4,85
41,3	13,8	7,25
62,4	10,5	9,53

Die Auswertung der Kurve wurde mit Hilfe der „Normalkurve“ nach dem schon oben skizzierten graphischen Verfahren vorgenommen.

Die Genauigkeit der Messungen wird begrenzt durch die Unsicherheit, welche in der graphischen Auswertung liegt. Es ist naturgemäß verhältnismäßig schwer zu erkennen, in welcher Lage die „Normalkurve“ die Meßkurve am besten überdeckt. Die Ablesegenauigkeit der Abszisse des verschobenen Einheitspunktes der „Normalkurve“, die durch die Länge dividiert den Längen-Druck-Absorptionskoeffizienten lieferte, wurde durchschnittlich mit etwa 5 Proz. eingeschätzt. Die Schwankungen der aus den einzelnen Beobachtungen gebildeten Mittelwerte, die sehr gering waren, sind in diesem Wert in ihrer Gesamtheit mit berücksichtigt. Es würde sich also eine Beimischung von 10 Proz. einer Strahlung, deren Absorptionskoeffizient nur die Hälfte des beobachteten beträgt, bereits deutlich aus der Lage der Kurve erkennen lassen.

Darstellung der Gase

Die verwendete *Luft* wurde langsam durch konzentrierte Schwefelsäure geleitet und vor der Einführung in die Ionisationskammer über Phosphorpentoxyd getrocknet.

Der *Sauerstoff* wurde elektrolytisch dargestellt, durch destilliertes Wasser von eventuell mitgerissener Säure befreit und über Phosphorpentoxyd getrocknet.

Stickstoff gewann man durch Erwärmen einer Lösung von Ammoniumchlorid und Natriumnitrit in Wasser. Zur Befreiung von Stickoxyden wurde zunächst mit Kaliumbichromat gewaschen. Dann wurde das Gas durch destilliertes Wasser und durch konzentrierte Schwefelsäure geleitet und zuletzt über Phosphorpentoxyd getrocknet.

Das *Kohlenmonoxyd* wurde gewonnen, indem man zu einer auf 100° C erwärmten konzentrierten Schwefelsäure tropfenweise Ameisensäure hinzugab. Das entstehende Gas wurde mit Natriumbicarbonat und destilliertem Wasser gewaschen und mit Chlorcalcium und Phosphorpentoxyd getrocknet.

Zur Darstellung von *Kohlendioxyd* wurde Calciumcarbonat durch Salzsäure zersetzt. Das Gas wurde durch destilliertes Wasser gewaschen und mit konzentrierter Schwefelsäure und Phosphorpentoxyd getrocknet.

Äthan wurde aus Zinkäthyl dargestellt. Wegen der Selbstentzündlichkeit an Luft wurden die das Zinkäthyl enthaltenden Glaskügelchen in eine Flasche gebracht, die mit einem Gummistopfen verschlossen und evakuiert wurde. Danach wurden die Kügelchen mit einem zu diesem Zwecke vorher durch den Gummistopfen geführten Glasstab zerdrückt und so das Zinkäthyl für die Reaktion mit dem tropfenweise durch einen Tropftrichter zugeführten Wasser freigegeben. Das erzeugte Äthan wurde durch destilliertes Wasser gewaschen und dann nacheinander mit konzentrierter Schwefelsäure, Calciumchlorid und Phosphorpentoxyd getrocknet.

Grundzüge der Berechnung der Strahlungsumwandlung
in einer Celluloidschicht

Die auf S. 532 erwähnte Abschätzung der Strahlungsumwandlung geschah auf folgenden Unterlagen:

Die spektrale Intensitätsverteilung der Primärstrahlung wurde gemäß der von Kulenkampff¹⁾ angegebenen Formel

$$J_{\nu} = C \cdot Z[(\nu_0 - \nu) + Z \cdot b]$$

angenommen.

Für die Berechnung der Intensitäten der verschiedenen Sekundär- und Tertiär-K-Strahlungen des Celluloids wurde eine bei Dammer²⁾ angegebene Analyse zugrunde gelegt, der zufolge das Celluloid aus 64,89 Proz. Nitrocellulose, 32,86 Proz. Kampfer und 2,25 Proz. Gelatinierungsmitteln und Farbstoffen besteht. Wenn man die unbekannte Zusammensetzung der Gelatinierungsmittel und der Farbstoffe unberücksichtigt läßt, ermittelt man aus diesen Angaben folgende prozentuale Zusammensetzung des Celluloids:

5,6	Proz.	Wasserstoff,
45,5	„	Kohlenstoff,
7,4	„	Stickstoff,
41,5	„	Sauerstoff.

Die Absorption des Wasserstoffs wurde vernachlässigt. Die der übrigen Bestandteile wurde additiv zusammengesetzt unter Zugrundelegung der für Kohlenstoff-K-Strahlung ermittelten Werte und der nach dem Holweckschen Absorptionsgesetz

$$\frac{\alpha}{D} = \text{const.} \lambda^{2.5}$$

hieraus extrapolierten Werte.

Für den Absorptionssprung bei Anregung einer Eigenstrahlung wurde der Wert 8 verwendet, der, wie schon erwähnt, aus den bei Allen³⁾ aufgeführten Absorptionssprüngen extrapoliert wurde.

Für alle Umwandlungen wurde derselbe Umwandlungskoeffizient u in Rechnung gestellt. Für das Verhältnis der Sekundärstrahlung der verschiedenen Elemente fällt er fort; die tertiären werden ihnen gegenüber schon aus geometrischen Gründen so schwach, daß der genaue Wert von u nicht mehr ins Gewicht fällt. Es wurde daher hier $u = 1$ gesetzt. Die Absorption und Umwandlung der Sekundär- und Tertiär-

1) H. Kulenkampff, a. a. O.

2) O. Dammer, a. a. O.

3) S. J. M. Allen, a. a. O.

strahlungen wurde ermittelt, indem die in der ganzen Schichtdicke erzeugte Strahlung auf die Vorderseite der Celluloidschicht zurückverlegt wurde. Die Divergenz der Strahlung wurde berücksichtigt durch Benutzung der bei Meyer und Schweidler¹⁾ angegebenen Formel für die Absorption eines Strahlenbündels mit dem Öffnungswinkel ϑ in einer planparallelen Schicht von der Dicke x :

$$J_x = \frac{J_0}{2(1 - \cos \vartheta)} \{ \Phi(\alpha x) - \cos \vartheta \cdot \Phi(\alpha x \sec \vartheta) \},$$

worin

$$\Phi(\alpha x) = e^{-\alpha x} - \alpha x \int_{\alpha x}^{\infty} e^{-u} \frac{du}{u} \quad \text{und} \quad u = \frac{\alpha x}{\cos \vartheta}.$$

Darin bedeutet α den Längenabsorptionskoeffizienten, J_0 und J_x bzw. die Eintritts- und die Austrittsintensität.

Zusammenfassung

1. Es werden die Massen-Absorptionskoeffizienten für Luft, Sauerstoff, Stickstoff, Kohlendioxyd, Kohlenmonoxyd und Äthan für Koblenstoff-K-Strahlung ermittelt.

2. Hieraus werden die atomaren Absorptionskoeffizienten für O, N, C ermittelt unter Zugrundelegung der Gültigkeit des Gesetzes von der einfachen Additivität der Atomabsorptionen im Molekül.

3. Dieses Gesetz gilt auch für diese sehr weiche Strahlung noch. Ein Einfluß der chemischen Bindung ist nicht festzustellen.

4. Die Abhängigkeit des Absorptionskoeffizienten von der Ordnungszahl folgt für die untersuchte Strahlung, deren Wellenlänge etwa 100mal so groß ist wie die der am bequemsten zugänglichen Röntgenstrahlen, dem Gesetz

$$\alpha_{\text{At}} = \text{const. } Z^{4,4 \pm 0,4}.$$

Darin ist der Wert der Konstanten gleich $(1,7 \pm 0,2) \cdot 10^{-23}$.

Die vorliegende Arbeit wurde auf Veranlassung von Hrn. Prof. Dr. Kossel unternommen. Es ist mir eine besondere Pflicht, ihm an dieser Stelle für die Überlassung des Themas,

1) St. Meyer u. E. v. Schweidler, Radioaktivität S. 73.

für das ständige Interesse, welches er dem Fortschreiten der Arbeit entgegenbrachte, und für die stete Förderung zu danken.

Ferner schulde ich den Herren Direktoren des Instituts für Experimentalphysik, Hrn. Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. Dieterici und Hrn. Prof. Dr. Geiger, für die bereitwillige Überlassung von Apparaten ihres Instituts, Dank.

Die Quecksilber-Stufenstrahlpumpe und die Hochspannungsakkumulatorenatterie waren von der Notgemeinschaft deutscher Wissenschaft zur Verfügung gestellt. Auch dafür möchte ich an dieser Stelle verbindlichst danken.

(Eingegangen 12. Januar 1928)

**4. Zur Theorie der Ausbreitung
elektromagnetischer Wellen längs der Erdober-
fläche;
von Rudolf Weyrich**

Die über Erwarten großen Erfolge der drahtlosen Telegraphie bei der Überbrückung immer größerer Entfernungen mit Hilfe elektrischer Wellen und das umfangreiche experimentelle Material, das in den letzten Jahren auf diesem Gebiete gesammelt worden ist, scheinen die lange bezweifelte Existenz der sogenannten Heavisideschicht immer wahrscheinlicher zu machen. Es erübrigt sich, im einzelnen darauf einzugehen, welche Erscheinungen zu der Annahme geführt haben, daß eine durch Sonnenbestrahlung oder ähnliche Ursachen durch Ionisation leitend gemachte Schicht unserer Atmosphäre die Reflexion der elektrischen Wellen bewirkt und diese daher an den Erdball fesselt, da in dem Werk von F. Hess: „Die elektrische Leitfähigkeit der Atmosphäre und ihre Ursachen“ (Braunschweig 1926) inzwischen eine zusammenfassende Darstellung erschienen ist, die über alle in Betracht kommenden, bisher bekannt gewordenen Tatsachen in Kürze berichtet.

Die Arbeiten derjenigen Autoren, die eine Theorie der Wellenausbreitung längs der Erdoberfläche *ohne* die Annahme einer Heavisideschicht entwickelten, führten durchweg, soweit ihre Ergebnisse nicht durch zu weit gehende und ungerechtfertigte Vernachlässigungen in ihrem Wert beeinträchtigt sind, zu der Erkenntnis, daß durch diese Theorien die bei der drahtlosen Telegraphie gemachten Erfahrungen nicht erklärt werden können. Das gilt bis zu einem gewissen Grade sowohl von den Untersuchungen derjenigen Autoren, die bei ihren Ansätzen von der Erdkrümmung absehen¹⁾, als auch in

¹⁾ A. Sommerfeld, Über die Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie, Ann. d. Phys. IV. 28. S. 665. 1909; H. Weyl, Ausbreitung elektromagnetischer Wellen über einem ebenen Leiter, Ann. d. Phys. IV. 60. S. 481. 1919.

erhöhtem Maße von denen, welche die Erdkrümmung berücksichtigen.¹⁾

Diese negativen Ergebnisse sind nicht überraschend. Mehrfach ist schon darauf hingewiesen worden, daß die bei dem Problem zu untersuchenden Intensitätsverhältnisse dieselben bleiben, wenn in gleichem Maßstabe die Wellenlängen und die räumlichen Abmessungen verkürzt werden. Verkleinert man die in der drahtlosen Telegraphie üblichen Wellenlängen so weit, daß sie in die Lichtwellen des sichtbaren Spektrums übergehen und in gleichem Maße die Erdkugel, so würde dieser immer noch eine Kugel mit einem Durchmesser von einigen Zentimetern entsprechen. Die von einem Lichtpunkt an der Oberfläche einer solchen Kugel erzeugte Lichtbewegung bewirkt, wie die Erfahrung lehrt, keinesfalls, daß die gesamte Kugeloberfläche auch nur mäßig erhellt ist; vielmehr ist die Lichtintensität auf der Kugeloberfläche schon in geringer Entfernung von der Lichtquelle äußerst gering. Bei der drahtlosen Telegraphie liegen die Verhältnisse allerdings insofern etwas günstiger, als eine auf der Erdoberfläche senkrechte Antenne fast ausschließlich in den zur Erdkugel tangentiellen Richtungen strahlt, wenn die Antenne in ihrer Grundschiwingung erregt wird, und zwar sind die ausgestrahlten Wellen polarisiert. Von einer noch so kleinen optischen Lichtquelle hingegen geht gleichmäßig nach allen Seiten unpolarisiertes Licht aus, und es leuchtet ein, daß bei dieser ungeordneten Lichtbewegung die Energie nicht in dem Maße zusammengehalten und von vornherein wenigstens ein Stück weit längs der Kugeloberfläche geführt wird, wie im ersten Falle. Gleichwohl wird aber durch die herangezogene Ähn-

1) Eine fast vollständige Literaturübersicht findet man z. B. bei O. Laporte, Zur Theorie der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen auf der Erdkugel, Ann. d. Phys. IV. 70. S. 595, 1923, bzw. in dem etwas weiter zurückliegenden Bericht von F. Schindelbauer, Meteorologische Ztschr. 37. Heft 7. 1920. Neuerdings hat F. Kiebitz (Telegr. u. Fernsprechtechnik 15. S. 207. 1926) nochmals einen Versuch unternommen, eine Theorie der Wellenausbreitung ohne Annahme einer Heavisideschicht aufzustellen, die nach seiner Ansicht zu einem befriedigenden Ergebnis führt. Es scheinen aber seine Annahmen und Überlegungen zu wenig begründet zu sein, um als sichere Grundlage für die Weiterentwicklung der Theorie dienen zu können.

lichkeitsbetrachtung das negative Ergebnis der erwähnten Untersuchungen verständlich, und man wird zu der Überzeugung geführt, daß besondere Verhältnisse in unserer Atmosphäre die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen längs der Erdoberfläche begünstigen. Wesentlich gestützt wird diese Auffassung durch die Tatsache, daß meteorologische Einflüsse entscheidend sind für die Güte des Empfangs.

Eine naheliegende Erklärung für das beobachtete Haften der Wellen an der Erdoberfläche wurde gleichzeitig von Kenelly und Heaviside gegeben. Sie nahmen an, daß in den oberen Regionen der Atmosphäre eine Schicht — die sogenannte Heavisideschicht — eine größere Leitfähigkeit besitze als die unmittelbare Umgebung der Erde, und daß diese Schicht den Austritt der Strahlung in den Weltenraum verhindere. Diese Auffassung ist später von Eccles, Larmor u. a.¹⁾ mehrfach modifiziert worden, um gewisse Feinheiten zu erklären, doch blieb der Grundgedanke Heavisides erhalten. Neuerdings sind sogar mit Erfolg Versuche zur Bestimmung der Höhe der Heavisideschicht unternommen worden. Appleton und Barnett²⁾ schlossen aus Interferenzerscheinungen auf eine Höhe von 85 km, Tuve und Breit³⁾ fanden nach einer anderen Methode Werte zwischen 80 und 160 km.

Die vorliegende Untersuchung beschäftigt sich hauptsächlich mit den *Interferenzerscheinungen*, die nach der Maxwell'schen Theorie auftreten müssen, wenn eine vertikale Antenne zwischen zwei horizontalen leitenden Schichten — Erde und Heavisideschicht — strahlt, und zwar unter der Voraussetzung, daß beide Schichten von einem vollkommen leitenden Medium erfüllt sind. In diesem Falle gelangt man zu einfachen und übersichtlichen Ergebnissen, wohingegen die Annahme einer endlichen Leitfähigkeit unübersichtliche und

1) Vgl. F. Hess, a. a. O. S. 159 ff.

2) E. V. Appleton u. M. A. F. Barnett, *Nature* 115. S. 333. 1925. Nr. 2888; *Electrician* 94. S. 398. 1925; *Proc. Roy. Soc. London A* 109. S. 621. 1925; vgl. F. Hess, a. a. O. S. 165.

3) M. A. Tuve u. G. Breit, *Terr. Magn.* 30. S. 15. 1925; *Ann. Rep. of the Director, Dep. of Terr. Magn. Carnegie-Inst. Washington, D. C.*, Nr. 24. S. 176. 1925; *Nature* 116. S. 357. 1925. Nr. 2914; vgl. F. Hess, a. a. O., S. 165.

komplizierte Untersuchungen erfordert.¹⁾ Im Interesse der Übersichtlichkeit sind daher die tatsächlich vorliegenden Verhältnisse nach mehreren Richtungen hin idealisiert worden, und es bedarf einer Klärung, inwieweit diese Idealisierungen zulässig sind, damit auf Grund dieser Überlegungen der mögliche Gültigkeitsbereich dieser Theorie abgegrenzt werden kann. Neben der bereits erwähnten Annahme bezüglich der Leitfähigkeit ist vorausgesetzt worden, daß ebenso wie zwischen Erde und Atmosphäre eine scharfe Trennungsfläche zwischen Heavisideschicht und Atmosphäre existiere, eine Voraussetzung, die im allgemeinen nur dann zulässig sein wird, wenn infolge der Größe der Wellenlängen die Wirkung der Übergangsschichten vernachlässigt werden kann. Ob eine solche Vernachlässigung zulässig ist, kann natürlich nur durch die Erfahrung entschieden werden, doch dürfte mit Rücksicht auf den Erfolg eines ähnlichen Vorgehens bei anderen Problemen anzunehmen sein, daß auch in diesem Falle die Annahme sich bewähren wird. Größere Schwierigkeiten scheint die Annahme eines vollkommen leitenden Mediums in der Heavisideschicht zu machen. Die Leitfähigkeit dieser Schicht ist von mehreren Forschern auf etwa 10^6 elektrostatische Einheiten²⁾ geschätzt worden, d. h. etwa gleich der Leitfähigkeit des Süßwassers, also jedenfalls von der Größenordnung der Leitfähigkeit des Erdbodens. Der sogenannten Abrahamschen Lösung und der großen Zahl von anderen Lösungen, bei denen auf die Erdkrümmung Rücksicht genommen wird, liegt die Annahme zugrunde, daß die Erde vollkommen leitend sei, eine Auffassung, die sich wenigstens in qualitativer Hinsicht bewährt hat. Es besteht also kein Grund, die gleiche Annahme nicht auch für die Heavisideschicht zu machen. Eine vertikale Antenne strahlt den größten Teil ihrer Energie unter streifender Inzidenz gegen Erde und Heavisideschicht; beide Medien reflektieren streifend auffallende Wellen trotz der geringen Leitfähigkeit fast vollkommen, verhalten sich also so, als ob sie vollkommen leitend seien. Dies mag der Grund dafür sein,

1) Auf diesen Fall komme ich in einer demnächst gemeinsam mit F. W. Meyer zu veröffentlichenden Arbeit noch zurück.

2) Vgl. F. Hess, a. a. O. S. 157.

daß die Annahme einer vollkommen leitenden Erde sich bewährt hat, und daß vielleicht auch die gleiche Annahme für die Heavisideschicht sich bewähren wird. Da hierdurch aber zugleich ausgesprochen ist, daß praktisch keine Strahlung in die beiden Schichten eindringt, so finden, wenn man die Leitfähigkeit der Atmosphäre nahezu gleich Null annehmen will, so gut wie keine energieverzehrenden Prozesse statt. Aus folgenden Gründen ist man daher gezwungen, bei der Behandlung des Problems, wenn diese weitestgehende Idealisierung beabsichtigt ist, von der Erdkrümmung abzusehen. Würde eine Energiequelle zwischen zwei vollkommen leitende konzentrische Kugelschalen eingelagert, wie es dem oben charakterisierten Grenzfalle entspricht, so würde sich ein stationärer Zustand nicht einstellen können, da die in dem Zwischengebiet lokalisierte Energie schließlich über alle Grenzen wachsen müßte. Man ist daher gezwungen, die Grenzflächen als eben anzunehmen, so daß sozusagen das Unendliche die im Endlichen produzierte überschüssige Energie aufnimmt. Die Annahme ebener Grenzflächen weist schon darauf hin, daß sich die vorliegende Untersuchung im wesentlichen an die grundlegende Abhandlung von A. Sommerfeld anschließen wird, wenngleich die gegebene Lösung als eine Verallgemeinerung der Abrahamschen Lösung aufzufassen ist.¹⁾ Legt man den größten Wert auf die Behandlung der Interferenzerscheinungen in nicht zu großer Entfernung vom Sender, so ist aber auch die Vernachlässigung der Erdkrümmung nicht von einschneidender Bedeutung, so daß zu erwarten ist, daß wenigstens qualitativ die vorliegende Theorie einige Dienste leisten wird. Ganz unabhängig von ihrem Zusammenhang mit den Problemen der drahtlosen Telegraphie ist aber die Tatsache, daß hier eine exakte Lösung der Aufgabe gegeben wird, das Strahlungsfeld eines Hertzschen Dipols zwischen zwei vollkommen leitenden Ebenen zu bestimmen. Bemerkenswert ist hierbei, daß die Strahlung in hinreichender Entfernung vom Dipol dargestellt werden kann durch Super-

1) Im Anschluß an die geometrisch-optischen Erörterungen des Abschnitts III könnte man indessen ebenso gut von der dort angegebenen Kugelwellenreihe ausgehen, und diese nach den Methoden der Residuenrechnung behandeln, um zu demselben Ergebnis zu gelangen.

position einer endlichen Anzahl von Zylinderwellen von eigentümlichem Typus, der in Abschnitt IV näher erörtert wird, und daß diese zugleich erkennen lassen, unter welchen Umständen Resonanzerscheinungen auftreten können. Es ergibt sich ferner, daß die ausgestrahlten Wellen in hinreichend großer Entfernung vom Sender sich zu einer einzigen reinen Zylinderwelle zusammensetzen, wenn der Abstand der leitenden Ebenen kleiner als eine halbe Wellenlänge wird. Diese Bemerkung mag vielleicht von Nutzen sein, wenn es sich darum handelt, im Laboratorium reine Zylinderwellen zu erzeugen.

I

Wir orientieren ein rechtshändiges System von rechtwinkligen kartesischen Koordinaten x, y, z bzw. ein System von Zylinderkoordinaten r, φ, z in der Weise, daß die Ebene $z = 0$ in die näherungsweise als eben zu betrachtende Erdoberfläche zu liegen kommt, während die Ebene $z = h$ die Grenze der Heavisideschicht bilden möge. Für $z < 0$ (Erde) und $z > h$ (Heavisideschicht) sei die Leitfähigkeit unendlich, in dem Gebiet zwischen Erde und Heavisideschicht ($0 < z < h$) habe das der Wellenübertragung dienende Medium die Dielektrizitätskonstante ϵ , die Permeabilität μ und die Leitfähigkeit σ . Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum sei c . Die Antenne sei vertikal und liege in der z -Achse, ihr Mittelpunkt an der Stelle $z = \zeta$. Wird die Antenne irgendwie erregt, so besitzt das im Außenraum entstehende elektromagnetische Feld, wenn keine sonstigen Störungen hinzukommen, axiale Symmetrie; die magnetischen Kraftlinien verlaufen in Kreisen um die z -Achse, die elektrischen liegen ganz in den Ebenen $\varphi = \text{const.}$ Wir nehmen nun im besonderen an, daß die Erregung der Antenne rein periodisch mit der Frequenz ω erfolgt. Nachdem möglicherweise auftretende Eigenschwingungen des umgebenden Mediums abgeklungen sind, stellt sich im allgemeinen ein stationärer Zustand ein, der in der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen mit derselben Frequenz ω besteht. Diesen Zustand denken wir uns abgewartet. Um ihn zu beschreiben, setzen wir die elektrische Feldstärke

$$\mathcal{E} = \Re (E \cdot e^{-i\omega t}),$$

die magnetische

$$\mathfrak{H} = \Re e(H \cdot e^{-i\omega t}),$$

wobei das Symbol $\Re e$, wie üblich, andeuten soll, daß von den komplexen Größen nur der reelle Teil zu nehmen ist. Die Größen E und H bedeuten (komplexe) Vektoren, die nur von den räumlichen Variablen abhängen. Wegen $\mathfrak{H}_z = 0$ und $\text{div } \mathfrak{H} = 0$ setzen wir unter Einführung der Hertzschen Funktion

$$(1) \quad H_x = \frac{\partial \Pi}{\partial y}, \quad H_y = -\frac{\partial \Pi}{\partial x}, \quad H_z = 0.$$

Die in Heavisideschen Einheiten geschriebene Maxwellsche Gleichung

$$\frac{s}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} + \frac{\sigma}{c} \mathfrak{E} = \text{rot } \mathfrak{H}$$

ergibt dann für die Komponenten des Vektors E

$$(2) \quad \begin{cases} E_x = \frac{i\mu\omega}{ck^2} \cdot \frac{\partial^2 \Pi}{\partial x \partial x}, & E_y = \frac{i\mu\omega}{ck^2} \cdot \frac{\partial^2 \Pi}{\partial y \partial x}, \\ E_z = -\frac{i\mu\omega}{ck^2} \left(\frac{\partial^2 \Pi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Pi}{\partial y^2} \right), \end{cases}$$

wobei zur Abkürzung

$$(3) \quad k^2 = \frac{s\mu\omega^2 + i\mu\sigma\omega}{c^2}$$

gesetzt ist, während die andere Maxwellsche Gleichung

$$\frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = -\text{rot } \mathfrak{E}$$

für die Bestimmung der Hertzschen Funktion Π die partielle Differentialgleichung liefert

$$(4) \quad \Delta \Pi + k^2 \Pi = 0,$$

worin das Operationssymbol Δ den zweiten Differentialparameter bedeutet.

Die zu behandelnde Aufgabe läßt sich nunmehr etwa folgendermaßen formulieren: Unter den eingangs erwähnten Bedingungen sind die erzwungenen Schwingungen des durch die Ungleichung $0 < z < h$ gekennzeichneten Raumteiles unter Ausschluß der Antenne zu beschreiben, wenn man die Erregung der Antenne als gegeben annimmt. Vermöge der durch die Maxwellsche Theorie geforderten Grenzbedingungen, wonach an Trennungsflächen die Tangentialkomponenten von \mathfrak{E} und \mathfrak{H} stetig bleiben müssen, sind, wenn man noch das Ver-

schwinden der Erregung im Unendlichen mit hinzunimmt, gewisse Randbedingungen für das Potential Π vorgeschrieben, und es handelt sich darum, gemäß der Differentialgleichung (4) Π in das Innere des betrachteten Gebietes hinein so fortzusetzen, daß die Randbedingungen erfüllt sind. Dabei ist ferner im Innern die Stetigkeit von Π und die Existenz und Stetigkeit der in den Gleichungsgruppen (1) und (2) auftretenden Ableitungen zu fordern. Um das Problem nach Möglichkeit zu vereinfachen, denken wir uns die strahlende Antenne ersetzt durch einen Hertzschen Dipol, welcher als das einfachste Modell einer strahlenden elektromagnetischen Energiequelle anzusehen ist. Diese bei der Behandlung verwandter Probleme bisher durchweg vorgenommene Schematisierung, bei welcher die gesamte Sendeapparatur mit ihren oft recht beträchtlichen Ausmaßen durch eine punktförmige Energiequelle ersetzt wird, bringt es mit sich, daß die folgenden Entwicklungen nur für so große Entfernungen von der Antenne gelten können, daß ihnen gegenüber die Größe der Sendeapparatur vernachlässigt werden kann. Bekanntlich ist die einem an der Stelle $x = y = 0$, $z = \zeta$ gelegenen Hertzschen Dipol entsprechende Lösung der Differentialgleichung (4), wenn die Dipolachse mit der z -Achse zusammenfällt und unter k derjenige aus Gleichung (3) folgende Wert verstanden wird, dessen Real- und Imaginärteil beide positiv sind,

$$(5) \quad \Pi_0 = \frac{e^{ikR}}{R}; \quad R^2 = x^2 + y^2 + (z - \zeta)^2.$$

Hierzu kann noch eine multiplikative Konstante treten, deren Norm der von dem Dipol emittierten Energie proportional ist. Wir wählen diese Konstante der Einfachheit halber gleich 1¹⁾ und formulieren unser Problem nach der oben gekennzeichneten Vereinfachung in folgender Weise. Es ist eine Lösung Π der Differentialgleichung (4) herzustellen, welche für $z = 0$ und $z = h$ den durch die Maxwellsche Theorie geforderten Randbedingungen

$$(6) \quad \left(\frac{\partial \Pi}{\partial z} \right)_{z=0} = \left(\frac{\partial \Pi}{\partial z} \right)_{z=h} = 0$$

1) Die Dimension dieser Konstanten ist, wenn man das Gaußsche Maßsystem zugrunde legt, $M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}$.

genügt und an der Stelle $x = y = 0$, $z = \zeta$ eine solche Singularität besitzt, daß die Differenz $\Pi - \Pi_0$ in dem Bereich $0 < z < h$ regulär ist.

II

Da das gesuchte Potential Π aus Symmetriegründen von φ unabhängig ist, so vereinfacht sich die Differentialgleichung (4) zu der folgenden:

$$(7) \quad \frac{\partial^2 \Pi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Pi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Pi}{\partial z^2} + k^2 \Pi = 0.$$

Um zu einer Lösung dieser Gleichung zu gelangen, kann man etwa $\Pi = R \cdot Z$ setzen, wobei R eine Funktion von r , Z eine Funktion von z allein bedeuten soll. Vermöge dieses Ansatzes läßt sich in (7) die Separation der Variablen durchführen. Man erhält

$$\frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} + k^2 = - \frac{1}{R} \left(\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} \right).$$

Setzt man beide Seiten dieser Gleichung gleich λ^2 , wobei λ einen von r und z unabhängigen Parameter bedeutet, so erhält man zwei gewöhnliche Differentialgleichungen für R und Z

$$(7') \quad \begin{cases} \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} + \lambda^2 R = 0, \\ \frac{d^2 Z}{dz^2} - (\lambda^2 - k^2) Z = 0, \end{cases}$$

von denen die erste in die Besselsche Differentialgleichung nullter Ordnung übergeht, wenn man λr als neue unabhängige Variable einführt, während die andere die beiden Integrale

$$e + \sqrt{\lambda^2 - k^2} z \quad \text{und} \quad e - \sqrt{\lambda^2 - k^2} z$$

besitzt. Durch das Fouriersche Integraltheorem wird es nahegelegt, eine allgemeine Lösung von (7) in Form eines bestimmten Integrals

$$\int_0^\infty J_0(\lambda r) e^{\sqrt{\lambda^2 - k^2} z} f(\lambda) \lambda d\lambda$$

anzusetzen, wobei J_0 die (für $\lambda r = 0$ reguläre) Besselsche Zylinderfunktion nullter Ordnung bedeutet und das Vorzeichen der Quadratwurzel im Exponenten so zu wählen ist, daß das

Integral konvergiert. Wir werden, um Mißverständnisse auszuschließen, für das Folgende festsetzen, daß immer

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \frac{1}{\lambda} \sqrt{\lambda^2 - k^2} = +1$$

und längs des Integrationsweges die Quadratwurzel eine stetige Funktion von λ sein soll. Für die Hertz'sche Lösung Π_0 gilt dann die Integraldarstellung¹⁾

$$(8) \quad \begin{cases} \Pi_0 = \int_0^\infty J_0(\lambda r) e^{q(z-\zeta)} \frac{\lambda}{q} d\lambda & \text{für } z < \zeta, \\ \Pi_0 = \int_0^\infty J_0(\lambda r) e^{-q(z-\zeta)} \frac{\lambda}{q} d\lambda & \text{für } z > \zeta, \end{cases}$$

wobei zur Abkürzung $\sqrt{\lambda^2 - k^2} = q$ gesetzt ist. Das gesuchte Potential Π setzen wir an in der Form

$$(9) \quad \Pi = \Pi_0 + \int_0^\infty J_0(\lambda r) [e^{+qz} f_1(\lambda) + e^{-qz} f_2(\lambda)] \frac{\lambda}{q} d\lambda$$

und bestimmen die beiden Funktionen $f_1(\lambda)$ und $f_2(\lambda)$ aus den beiden Randbedingungen (6), indem wir Π_0 durch seine Integraldarstellung (8) ersetzen. Das ergibt für $z = 0 < \zeta$:

$$\left(\frac{\partial \Pi}{\partial z} \right)_{z=0} = \int_0^\infty J_0(\lambda r) \lambda d\lambda [e^{-q\zeta} + f_1(\lambda) - f_2(\lambda)] = 0,$$

für $z = h > \zeta$:

$$\left(\frac{\partial \Pi}{\partial z} \right)_{z=h} = \int_0^\infty J_0(\lambda r) \lambda d\lambda [-e^{-q(h-\zeta)} + e^{qh} f_1(\lambda) - e^{-qh} f_2(\lambda)] = 0.$$

Da diese beiden Beziehungen bei beliebigem r bestehen sollen, so ergeben sich hieraus für $f_1(\lambda)$ und $f_2(\lambda)$ die beiden Gleichungen:

$$\begin{aligned} f_1(\lambda) - f_2(\lambda) &= -e^{-q\zeta}, \\ e^{qh} f_1(\lambda) - e^{-qh} f_2(\lambda) &= e^{-q(h-\zeta)} \end{aligned}$$

1) Vgl. A. Sommerfeld, Über die Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie, Ann. d. Phys. IV. 28. S. 665. 1909; H. Weyl, Ausbreitung elektromagnetischer Wellen über einen ebenen Leiter, a. a. O. 60. S. 481. 1919.

oder

$$f_1(\lambda) = e^{-e h} \frac{e^{e \zeta} + e^{-e \zeta}}{e^{e h} - e^{-e h}},$$

$$f_2(\lambda) = \frac{e^{e(h-\zeta)} + e^{-e(h-\zeta)}}{e^{e h} - e^{-e h}}.$$

Trägt man diese beiden Ausdrücke in (9) ein, indem man ebenfalls wieder Π_0 durch seine Integraldarstellung (8) ersetzt, so ergibt sich:

$$(10) \quad \Pi = \int_0^{\infty} J_0(\lambda r) K(z, \zeta; \lambda) \lambda d\lambda,$$

wobei die in z und ζ symmetrische Funktion $K(z, \zeta; \lambda)$ in folgender Weise definiert ist:

$$K(z, \zeta; \lambda) = \frac{2 \operatorname{Co} f q s \operatorname{Co} f q (h - \zeta)}{q \operatorname{Si} n h q} \quad \text{für } 0 < z < \zeta,$$

$$K(z, \zeta; \lambda) = \frac{2 \operatorname{Co} f q \zeta \operatorname{Co} f q (h - z)}{q \operatorname{Si} n h q} \quad \text{für } \zeta < z < h.$$

Der so gewonnene Ausdruck für Π genügt formal den Maxwell'schen Gleichungen und den vorgeschriebenen Randbedingungen. Es ist noch zu zeigen, daß er unter gewissen Voraussetzungen einen Sinn hat, und daß die durch ihn definierte Funktion die geforderten Stetigkeits- und Differenzierbarkeitseigenschaften besitzt.

Ist $\sigma \neq 0$, so sind die Nullstellen des Nenners von $K(z, \zeta; \lambda)$ und damit die des Integranden des uneigentlichen Integrals (10) sämtlich komplex. Sie sind allgemein mit den Werten k_v der Gleichung (14) in Abschnitt III identisch. Demnach ist der Integrationsweg in der komplexen λ -Ebene, die positive reelle Halbachse, von singulären Stellen frei. Für $z \neq \zeta$ verschwindet der Integrand für $\lambda \rightarrow \infty$ exponentiell; das Integral (10) ist daher unbedingt konvergent. Das gleiche gilt von denjenigen Integralen, die aus (10) durch eine endliche Anzahl von Differentiationen nach z oder r unter dem Integralzeichen erhalten werden. Diese Integrale stellen daher die entsprechenden Ableitungen von Π nach z oder r dar, so daß Π für $z \neq \zeta$ beliebig oft differenzierbar, also sicher samt seinen Ableitungen stetig ist. Für $z = \zeta$, aber $r \neq 0$, ist das Integral (10) zwar noch konvergent, da wegen

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \lambda K(\zeta, \zeta; \lambda) = 1$$

sich der Integrand für hinreichend große Werte von λ von $J_0(\lambda r)$ beliebig wenig unterscheidet, und da das Integral

$$\int_0^{\infty} J_0(\lambda r) d\lambda$$

für $r \neq 0$ konvergiert. Es konvergieren aber nicht mehr die Integrale, die durch Differentiation nach z und r unter dem Integralzeichen entstehen. Daher wäre die Existenz und Stetigkeit der zur Darstellung der Feldgrößen benötigten Ableitungen von Π für $z = \zeta$, $r \neq 0$ auch im Falle $\sigma \neq 0$ nicht sichergestellt, wenn zur Darstellung von Π lediglich das uneigentliche Integral (10) zur Verfügung stände. Im folgenden Abschnitt wird aber aus (10) eine Reihe abgeleitet, die für $r > \varepsilon$ bei positivem ε und beliebigem z und ζ samt ihren Ableitungen nach r und z von beliebiger Ordnung gleichmäßig und absolut konvergiert, so daß auch für $z = \zeta$ die Existenz und Stetigkeit der Ableitungen von Π für $r \neq 0$ sichergestellt ist. Es liegt das Versagen der analytischen Behandlung für $z = \zeta$ also nicht in der Natur der Sache, sondern an der Art der analytischen Darstellung. Ebenso wie für $z = \zeta$, $r \neq 0$ die Integraldarstellung (10) versagt, die Reihe (15) aber ihren Sinn behält, versagt für $z \neq \zeta$, $r = 0$ die Reihe (15), während das Integral samt seinen Ableitungen konvergiert. Die beiden analytischen Ausdrücke ergänzen sich also an den kritischen Stellen. Selbstverständlich versagen beide für $z = \zeta$, $r = 0$, wie das auch wegen der Singularität des Potentials Π an dieser Stelle nicht anders zu erwarten ist. Damit ist gezeigt, daß jedenfalls für $\sigma \neq 0$ die Funktion Π den in Abschnitt I aufgestellten Bedingungen genügt.

Im Falle $\sigma = 0$ ist eine endliche Anzahl der Pole k_j des Integranden in (10) rein reell, die übrigen sind rein imaginär. Der Integrationsweg in der λ -Ebene enthält daher eine Reihe von Unstetigkeitsstellen des Integranden, so daß scheinbar das Integral seinen Sinn verliert. Deformiert man aber vor dem Grenzübergang $\sigma \rightarrow 0$ den Integrationsweg unter Festhaltung der Grenzen 0 und ∞ in die negativ-imaginäre Halbebene hinein, so treten im allgemeinen die durch das Hineinrücken der Singularitäten in die reelle Achse entstehenden Schwierigkeiten nicht auf. Der Wert des Integrals

längs des deformierten Integrationsweges ist dann gleich dem Cauchyschen Hauptwert des Integrals in (10) und kann auch erhalten werden, indem man lediglich in (10) bei der Integration die Pole des Integranden durch kleine, in die negativ-imaginäre Halbebene hineinreichende Halbkreise umgeht. In einem Falle aber versagt auch dieses Verfahren, nämlich, wenn einer der Pole λ_j in den Nullpunkt der λ -Ebene rückt. Da dieser jedenfalls als untere Integrationsgrenze auch bei Deformationen des Integrationsweges festzuhalten ist, so wird bis auf einen Ausnahmefall Π für alle Werte von r und z logarithmisch unendlich. Wir haben es dann mit einem Resonanzphänomen zu tun. Der Ausnahmefall tritt nur dann ein, wenn für $\lambda=0$ nicht nur der Nenner des Integranden, sondern auch der Zähler verschwindet, so daß sich der Integrand für $\lambda=0$ in unbestimmter Form darbietet, aber stetig bleibt. Das ist, wie man leicht findet, immer dann der Fall, wenn eine solche positive ganze Zahl N existiert, daß $k_N^2 = k^2 - \frac{N^2 \pi^2}{h^2} = 0$ wird (wodurch für $\lambda=0$ der Nenner des Integranden eine einfache Nullstelle erhält), als auch $\cos \frac{N\pi \zeta}{h} = 0$ ist (wodurch eine einfache Nullstelle des Zählers bedingt wird). Auf diese Fragen kommen wir bei Besprechung der Resonanzphänomene an Hand der Reihe (15) noch zurück.

III

Das Potential Π ist einer einfachen Deutung fähig. Es wird genügen, die hierauf bezüglichen Entwicklungen etwa für $z < \zeta$ durchzuführen, da sie für $z > \zeta$ sich ganz entsprechend gestalten. Führt man in $K(z, \zeta; \lambda)$ an Stelle der hyperbolischen Funktionen wieder Exponentialfunktionen ein, so erhält man, wenn man gleichzeitig Zähler und Nenner durch ee^h dividiert, für $z < \zeta$:

$$K(z, \zeta; \lambda) = \frac{1}{q} \cdot \frac{e^{q(z-\zeta)} + e^{-q(z+\zeta)} + e^{q(-2h+z+\zeta)} + e^{-q(2h+z-\zeta)}}{1 - e^{-2qh}}.$$

Der Bruch $1: (1 - e^{-2qh})$ läßt sich in eine geometrische Reihe entwickeln, welche bei komplexem k für alle Werte $0 \leq \lambda$ gleichmäßig konvergiert, da nach unsern Festsetzungen in dem ganzen Integrationsintervall, welches λ durchläuft, q einen

positiven und von Null verschiedenen Realteil besitzt. Man überzeugt sich hiervon sofort, wenn man das Bild der positiven reellen Achse der komplexen λ -Ebene in der q -Ebene herstellt und die Beziehung $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} \frac{q}{\lambda} = 1$ beachtet. Daher ist für $z < \zeta$:

$$K(z, \zeta; \lambda) = \frac{1}{q} \left\{ \sum_{v=0}^{\infty} e^{q[s - (\zeta + 2vh)]} + \sum_{v=0}^{\infty} e^{-q[v + (\zeta + 2vh)]} \right. \\ \left. + \sum_{v=1}^{\infty} e^{q[s - (2vh - \zeta)]} + \sum_{v=1}^{\infty} e^{-q[s + (2vh - \zeta)]} \right\}.$$

Trägt man diese Entwicklung in (10) ein, so ist, wie man sich leicht überzeugt, die Reihenfolge von Integration und Summation vertauschbar. Man erhält

$$(11) \quad \left\{ \begin{aligned} \Pi &= \sum_{v=0}^{\infty} \int_0^{\infty} J_0(\lambda r) e^{q[s - (\zeta + 2vh)]} \frac{\lambda}{q} d\lambda \\ &+ \sum_{v=0}^{\infty} \int_0^{\infty} J_0(\lambda r) e^{-q[v + (\zeta + 2vh)]} \frac{\lambda}{q} d\lambda \\ &+ \sum_{v=1}^{\infty} \int_0^{\infty} J_0(\lambda r) e^{q[s - (2vh - \zeta)]} \frac{\lambda}{q} d\lambda \\ &+ \sum_{v=1}^{\infty} \int_0^{\infty} J_0(\lambda r) e^{-q[s + (2vh - \zeta)]} \frac{\lambda}{q} d\lambda. \end{aligned} \right. \quad 0 < z < \zeta;$$

Nach der Integraldarstellung (8) für die Hertzsche Lösung Π_0 entsprechen den Gliedern der ersten Reihe auf der rechten Seite dieser Gleichung Hertzsche Dipole, welche an den Stellen ζ , $\zeta + 2h$, $\zeta + 4h$... der z -Achse liegen, den Gliedern der zweiten Reihe solche an den Stellen $-\zeta$, $-(\zeta + 2h)$, $-(\zeta + 4h)$..., den Gliedern der dritten Reihe solche an den Stellen $2h - \zeta$, $4h - \zeta$, $6h - \zeta$... und endlich den Gliedern der vierten Reihe solche an den Stellen $-(2h - \zeta)$, $-(4h - \zeta)$, $-(6h - \zeta)$... Es ergibt sich also genau das, was man erwartet, nämlich, daß man die Lösung (10) des Problems auch dadurch erhält, daß man zu dem als Ersatz für die Antenne angenommenen Dipol alle diejenigen hinzunimmt, welche nach

den Regeln der geometrischen Optik als Spiegelbilder durch die beiden parallelen Planspiegel $z = 0$ und $z = h$ entstehen. Es ist klar, daß das Feld dieser unendlichen Dipolreihe, welches wir bisher nur in dem Gebiet $0 < z < h$ betrachtet haben, in der z -Richtung einen räumlich periodischen Charakter haben muß, wenn man es in Gebiete hinein fortsetzt, die außerhalb des bisherigen Definitionsgebietes liegen, da die Punkte $z \pm 2\nu h$ der Stellung nach, welche sie der Dipolreihe gegenüber einnehmen, einander vollkommen gleichwertig sind. Es liegt daher nahe, die Lösung (10) in eine Fouriersche Reihe hinsichtlich der Variablen z in dem Intervall $-h < z < +h$ zu entwickeln unter Beachtung der Tatsache, daß aus Symmetriegründen die zu entwickelnde Funktion eine gerade Funktion von z ist. Zweckmäßig wird man hierbei so verfahren, daß man die unter dem Integralzeichen stehende Funktion $K(z, \zeta; \lambda)$ zunächst entwickelt und hierauf die noch zu vollziehenden Integrationen gliedweise ausführt.¹⁾ Die übliche Bestimmung der Fourierkoeffizienten liefert die folgende Entwicklung

$$(12) \quad K(z, \zeta; \lambda) = \frac{2}{h \varrho^2} + \frac{4}{h} \sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} \frac{1}{\varrho^2 + \frac{\nu^2 \pi^2}{h^2}} \cos \frac{\nu \pi \zeta}{h} \cos \frac{\nu \pi z}{h},$$

welche offenbar gleichmäßig und absolut konvergent ist, und zwar nicht nur für alle Werte z, ζ des Intervalls

$$-h \leq z, \zeta \leq +h,$$

sondern auch für alle λ , welche ≥ 0 sind, vorausgesetzt, daß h^2 nicht rein reell ist. In diesem Falle würden für gewisse Werte von λ einige Nenner der Reihe (12) ver-

1) Ich vermeide hier absichtlich im Interesse der Anschaulichkeit den direkten funktionentheoretischen Weg zur Gewinnung der Reihe (15). Der Zusammenhang mit den funktionentheoretischen Methoden wird evident durch die Bemerkung, daß die Fourierentwicklung von $K(x, \zeta; \lambda)$ identisch ist mit der Partialbruchentwicklung dieser in λ meromorphen Funktion. $K(x, \zeta; \lambda)$ ist nämlich nicht, wie man wegen der Abhängigkeit von ϱ zunächst vermuten würde, eine doppeldeutige Funktion von λ , sondern eine eindeutige, da $K(x, \zeta; \lambda)$ offenbar eine gerade Funktion von ϱ ist. Übrigens wird der Versuch, $K(x, \zeta; \lambda)$ in eine Fourierreihe zu entwickeln, nahegelegt durch die Form der Differentialgleichungen (7') mit den dazugehörigen Randbedingungen (6).

schwinden. Die hieraus erwachsenden Schwierigkeiten ließen sich aber dadurch umgehen, daß man von vornherein den Integrationsweg des Integrals (10) unter Vermeidung der kritischen Punkte auf der reellen Achse in die negativ-imaginäre Halbebene der λ -Ebene hinein deformiert, wie das schon im vorigen Abschnitt auseinandergesetzt wurde. Führt man die Reihe (12) an Stelle von $K(z, \zeta; \lambda)$ in (10) ein und vertauscht die Reihenfolge von Integration und Summation, so erhält man, wenn man für ρ wieder $\sqrt{\lambda^2 - k^2}$ schreibt,

$$(13) \quad \left\{ \begin{aligned} \Pi &= \frac{2}{h} \int_0^\infty J_0(\lambda r) \frac{\lambda d\lambda}{\lambda^2 - k^2} \\ &+ \frac{4}{h} \sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} \cos \frac{\nu \pi \zeta}{h} \cos \frac{\nu \pi x}{h} \int_0^\infty J_0(\lambda r) \frac{\lambda d\lambda}{\lambda^2 - \left(k^2 - \frac{\nu^2 \pi^2}{h^2}\right)}. \end{aligned} \right.$$

Wir setzen zur Abkürzung

$$(14) \quad k_\nu = \sqrt{k^2 - \frac{\nu^2 \pi^2}{h^2}} \quad (\nu = 0, 1, 2 \dots)$$

mit der Festsetzung, daß darunter diejenigen Werte der Quadratwurzel zu verstehen sind, deren Real- und Imaginärteil beide positiv sind. Nach bekannten Formeln¹⁾ lassen sich die in (13) auftretenden bestimmten Integrale mittels der ersten Hankelschen Zylinderfunktion nullter Ordnung ausdrücken, d. h. derjenigen Zylinderfunktion, die im Unendlichen der positiv-imaginären Halbebene ihres Arguments exponentiell verschwindet. Es ergibt sich, vorausgesetzt, daß $r \neq 0$ ist:

$$(15) \quad \Pi = \frac{i\pi}{h} \left\{ H_0^{(1)}(k_0 r) + 2 \sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} \cos \frac{\nu \pi \zeta}{h} \cos \frac{\nu \pi x}{h} H_0^{(1)}(k_\nu r) \right\}.$$

IV

Die Werte k_ν liegen in der komplexen k -Ebene auf einer gleichseitigen Hyperbel, welche durch die beiden durch Gleichung (3) definierten Punkte hindurchgeht und die reelle und imaginäre Achse zu Asymptoten hat. k_0 ist dabei nach den

¹⁾ N. Nielsen, Handbuch der Theorie der Zylinderfunktionen. § 99, Gleichung 5, S. 251. Leipzig 1904.

getroffenen Festsetzungen derjenige aus (3) folgende k -Wert, der im ersten Quadranten der k -Ebene liegt. Die übrigen Werte k_ν ($\nu = 1, 2, \dots$) liegen der Reihe nach auf demjenigen Teil der Hyperbel, der, von k_0 ausgehend, sich in seinem weiteren Verlauf der positiv-imaginären Halbachse der k -Ebene asymptotisch anschmiegt. Ist ν sehr groß, so kann man in (14) k^2 neben $\nu^2 \pi^2 / h^2$ vernachlässigen. Die entsprechenden Werte k_ν sind dann praktisch rein imaginär und unterscheiden sich mit immer größerer Annäherung von ihren Nachbarwerten um den Betrag $\pi i / h$. Aus der asymptotischen Entwicklung für die erste Hankelsche Funktion, wonach bei hinreichend großem Argument mit positivem Realteil

$$(16) \quad H_0^{(1)}(kr) \sim \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2} \pi k r}} e^{i\left(kr - \frac{\pi}{4}\right)}$$

ist, geht demnach hervor, daß die Reihe (15) etwa so gut kon-

vergiert wie eine geometrische Reihe mit dem Quotienten $e^{-\frac{\pi r}{h}}$. Für große und mäßig große Werte von r ist also die Reihe gut brauchbar, dagegen nicht mehr für kleine r . Für $r = 0$ verliert sie überhaupt ihren Sinn, da $H_0^{(1)}(z)$ für $z = 0$ logarithmisch unendlich wird. Dieser Nachteil der Zylinderfunktionenreihe (15) fällt aber deswegen nicht schwer ins Gewicht, weil gerade in dem Gebiet, in dem sie unbrauchbar wird, auch die Voraussetzungen für die vorliegende Theorie hinfällig werden.¹⁾ Will man gleichwohl das Feld auch in der näheren Umgebung der Energiequelle untersuchen, so kann man auf die Reihe (11) zurückgehen, welche die gesamte Felderregung als Superposition von Kugelwellen darstellt, und die auch noch für $r = 0$ unter der Voraussetzung $z \neq \zeta$ konvergiert; allerdings ist die Konvergenz im Falle eines kleinen σ sehr schlecht. Wir werden daher der weiteren Diskussion ausschließlich die Zylinderfunktionenreihe (15) zugrunde legen, indem wir uns auf größere Werte von r beschränken.

Die einzelnen Glieder der Reihe (15) stellen Wellen von einem interessanten Typus dar. Das Auftreten der trigonometrischen Funktionen von z weist darauf hin, daß sie in der z -Richtung den Charakter stehender Wellen haben, während

1) Vgl. die Bemerkung auf S. 559, Zeile 12 ff.

sie in radialer Richtung sich wie räumlich gedämpfte, von der z -Achse ausstrahlende Zylinderwellen verhalten. Durch Interferenz der an den Flächen $z = 0$ und $z = h$ reflektierten Kugelwellen wird nach (15) ein ganzes Spektrum von Wellen dieses Typus erzeugt. Obwohl jeder einzelnen von ihnen dieselbe Frequenz ω zugehört, tritt doch in gewisser Weise dadurch eine Dispersion auf, daß den einzelnen Wellen verschiedene Fortpflanzungsgeschwindigkeiten zukommen. In der z -Richtung verhalten sie sich als stehende Wellen so, als ob ihnen der Reihe nach die Wellenlängen

$$\infty, 2h, h, \frac{2}{3}h \dots \frac{2h}{\nu} \dots$$

zukämen. Diesen Werten entsprechen die mit wachsendem Index ν immer kleiner werdenden Fortpflanzungsgeschwindigkeiten¹⁾ $\infty, \frac{\omega h}{\pi} \dots \frac{\omega h}{\nu \pi} \dots$. Die entsprechenden Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in radialer Richtung ergeben sich aus den reellen Teilen der Werte k_r . Aus dem für hinreichend großes r geltenden asymptotischen Wert (16) für $H_0^{(1)}(k_r r)$ folgt nämlich, daß der ν ten Welle des Spektrums die radiale Fortpflanzungsgeschwindigkeit $\omega/\Re(k_r)$ bzw. die Wellenlänge $\lambda_r = 2\pi/\Re(k_r)$ zukommt. Mit zunehmender Ordnungszahl ν nehmen aber, wie ein Blick auf die am Beginn dieses Abschnittes erwähnte gleichseitige Hyperbel zeigt, die Realteile der k_r asymptotisch zu Null ab. Daher wachsen mit unbegrenzt wachsender Ordnungszahl ν die radialen Fortpflanzungsgeschwindigkeiten und die radialen Wellenlängen über alle Grenzen, während, wie wir sahen, gleichzeitig die entsprechenden Größen in der z -Richtung gegen den Wert Null konvergieren. Unter den Werten k_r ist k_0 derjenige, welcher den kleinsten Imaginärteil hat. Daher besitzt, wie ebenfalls aus der asymptotischen Darstellung für $H_0^{(1)}(k_r r)$ hervorgeht, die erste Welle des Spektrums die kleinste radiale Dämpfung. Ist σ klein, so zeigt wieder ein Blick auf die gleichseitige Hyperbel, daß im allgemeinen noch eine Reihe von weiteren Werten k_r existieren, die mit k_0 auf derselben Seite des

1) Unter Fortpflanzungsgeschwindigkeit wollen wir hier und im folgenden stets die Phasengeschwindigkeit verstehen.

Scheitels der Kurve liegen, und deren Imaginärteil daher etwa von derselben Größe ist wie der von k_0 . Die zugehörigen Wellen haben also eine radiale Dämpfung von etwa gleicher Größenordnung. Die Imaginärteile derjenigen Werte k_v , die jenseits des Scheitels der Hyperbel liegen, wachsen hingegen mit zunehmendem v rascher — im wesentlichen in einer arithmetischen Progression — an, während die zugehörigen Realteile langsam zu Null abnehmen. Die Wellen mit sehr großer Fortpflanzungsgeschwindigkeit besitzen also auch eine sehr starke radiale Dämpfung. Ist σ so groß, daß der Betrag des Imaginärteils von k_0 größer als sein Realteil ist, so daß alle Werte k_v auf demjenigen Teil der Hyperbel liegen, der im wesentlichen mit der positiv-imaginären Achse der k -Ebene zusammenfällt, so wachsen schon von k_0 ab die Imaginärteile der k_v im wesentlichen in einer arithmetischen Progression. Demnach dürfte in diesem Falle die erste, zum Index $v = 0$ gehörige Welle des Spektrums die einzige sein, die in größeren Entfernungen noch festzustellen sein wird. Gerade diese Welle aber ist vom Typus einer reinen Zylinderwelle. Bei großem σ wirken also die spiegelnden Flächen so, daß die von dem Dipol emittierte gedämpfte Kugelwelle nach einer hinreichend großen durchlaufenen Entfernung im wesentlichen in eine Zylinderwelle verwandelt wird, welcher die dem übertragenden Medium für gewöhnlich zuzuschreibende Wellenzahl $k_0 = k$ zukommt. Diese Welle des Spektrums wird um so mehr vorherrschen, je kleiner h ist, wie man unmittelbar aus den Konvergenzbetrachtungen zu Beginn dieses Abschnitts folgern kann. Aus ihnen geht übrigens ferner hervor, daß es bei diesen Fragen nur auf das Verhältnis $r:h$ ankommt, wie das auch unmittelbar aus Ähnlichkeitsbetrachtungen zu schließen ist.

V

Um nunmehr den Fall eines sehr kleinen σ zu beschreiben, der ein größeres Interesse beansprucht, nehmen wir in der Reihe (15) den Grenzübergang $\sigma \rightarrow 0$ vor. Hierbei degeneriert die Hyperbel, auf der die Werte k_v liegen, in das Geradenpaar, welches von der reellen und imaginären Achse der k -Ebene gebildet wird. Der Wert $k_0 = \sqrt{\epsilon \mu} \frac{\omega}{c}$ ist gleich $\frac{2\pi}{\lambda_0}$,

wenn mit λ_0 diejenige Wellenlänge bezeichnet wird, mit der sich in dem übertragenden Medium eine ebene homogene Welle mit der Frequenz ω ungestört ausbreiten würde. Wir bezeichnen ferner mit N diejenige ganze Zahl, die durch die Ungleichung definiert wird

$$(17) \quad N \frac{\lambda_0}{2} \leq h < (N+1) \frac{\lambda_0}{2}.$$

Von den Werten

$$(18) \quad k_\nu = \pi \sqrt{\frac{4}{\lambda_0^2} - \frac{\nu^2}{h^2}} \quad (\nu = 0, 1, 2 \dots)$$

sind alle diejenigen, für welche $\nu \leq N$ ist, rein reell, während alle diejenigen, für welche $\nu > N$ ist, rein imaginär sind. Gilt in (17) das Gleichheitszeichen, ist also h ein ganzzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge $\lambda_0/2$, so wird der entsprechende Wert k_N gleich Null. In diesem Falle wird im allgemeinen die Reihenentwicklung (15) unbrauchbar, da das entsprechende N^{te} Glied für jeden beliebigen Wert von r logarithmisch unendlich wird.¹⁾ Es liegt dann eine Resonanzerscheinung vor. Ein Unbrauchbarwerden der Reihe deutet darauf hin, daß in diesem Falle ein stationärer Zustand nicht möglich ist. Bei einem Anschwingen des Dipols würde die Energie im wesentlichen nicht ins Unendliche abfluten, sondern in der endlichen Umgebung des Dipols lokalisiert bleiben, so daß die Amplituden des elektrischen und magnetischen Vektors, da dauernd neue Energie nachgeliefert wird, schließlich über alle Grenzen wachsen. Hierauf kommen wir bei der Untersuchung der energetischen Verhältnisse noch zurück und lassen zunächst den Fall der Resonanz beiseite.

Diejenigen Wellen des Spektrums, für die $\nu \leq N$, also k_ν reell ist, haben in radialer Richtung den Charakter *ungedämpfter* Zylinderwellen, denen die mit der Ordnungszahl ν anwachsenden Wellenlängen $2\pi/k_\nu$ ($\nu = 0, 1, 2 \dots N$) bzw. die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten ω/k_ν ($\nu = 0, 1, 2 \dots N$) zukommen. Die kleinste von diesen, nämlich ω/k_0 , ist die normale. Ist $\nu > N$,

1) Vgl. die Bemerkungen auf S. 564 und 579. Das Unbrauchbarwerden der Reihe ist die natürliche Folge der Divergenz des Integrals (10) in diesem Falle. Ausnahmsweise kann allerdings die Lösung auch endlich bleiben.

also k_r rein imaginär, so kann man von einem Wellencharakter in radialer Richtung überhaupt nicht mehr reden, es sei denn, daß man allen zugehörigen Wellen unendlich große Wellenlängen und unendliche Fortpflanzungsgeschwindigkeiten zuschreibt, wie sich das auch aus den vorangehenden Betrachtungen für $\sigma \neq 0$ bei Vornahme des Grenzüberganges $\sigma \rightarrow 0$ ergibt. Daß die Wellenlängen unendlich werden, sieht man übrigens auch unmittelbar daran, daß bei konstantem z unabhängig von r alle Stellen des Raumes für die Wellen $\nu > N$ in Phase sind, da bei reellem $u > 0$ $i H_0^{(1)}(iu)$ rein reell ist. Da ferner $i H_0^{(1)}(iu)$ für $u = \infty$ exponentiell verschwindet¹⁾, so werden wegen des schnellen Abfalls der Amplituden in einer hinreichend großen Entfernung vom Dipol diese Wellen nicht mehr feststellbar sein. Man wird also bei hinreichend großem r die Reihe (15) an der Stelle $\nu = N$ abbrechen und sich mit dem zugehörigen *endlichen* Spektrum ungedämpfter Zylinderwellen begnügen können.

Wir gehen nunmehr zur expliziten Darstellung der Feldgrößen selbst über und setzen zu diesem Zweck

$$H^{(0)} = \frac{i\pi}{h} H_0^{(1)}(k_0 r); \quad H^{(\nu)} = \frac{2i\pi}{h} \cos \frac{\nu\pi\zeta}{h} \cos \frac{\nu\pi x}{h} H_0^{(1)}(k_\nu r),$$

$$(\nu = 1, 2 \dots),$$

indem wir die aus den einzelnen Potentialen abzuleitenden Feldgrößen durch die gleichen Indizes voneinander unterscheiden. Allgemein folgt aus den Gleichungen (1) und (2), wenn wir zu Zylinderkoordinaten übergehen:

$$(19) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{H} = \mathfrak{H}_\varphi = \operatorname{Re} \left[\frac{\partial H}{\partial r} \cdot e^{-i\omega t} \right], \quad \mathfrak{H}_r = \mathfrak{H}_z = 0, \\ \mathfrak{E}_r = \operatorname{Re} \left[\frac{i\mu\omega}{c k^2} \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial r \partial x} \cdot e^{-i\omega t} \right], \quad \mathfrak{E}_\varphi = 0, \\ \mathfrak{E}_z = \operatorname{Re} \left[-\frac{i\mu\omega}{c k^2} \left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \right) e^{-i\omega t} \right] \\ \quad = \operatorname{Re} \left[\frac{i\mu\omega}{c k^2} \left(k^2 H + \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \right) e^{-i\omega t} \right]. \end{array} \right.$$

Da die Potentiale $H^{(\nu)}$ offenbar derselben Differentialgleichung (7) genügen wie H selbst, so ist die in der letzten Gleichung des

1) Vgl. die asymptotische Darstellung (16) bzw. wegen der graphischen Darstellung die Figur in Jahnke-Emde, Funktionentafeln mit Formeln und Kurven, Leipzig 1909. S. 134.

Systems (19) vorgenommene Umformung auch dann zulässig, wenn man in ihm Π durch die $\Pi^{(v)}$ ersetzt. Da ferner

$$\frac{d}{du} H_0^{(1)}(u) = -H_1^{(1)}(u)$$

und¹⁾

$$H_p^{(1)}(u) = J_p(u) + iN_p(u)$$

ist, wobei N_p die Neumannsche Zylinderfunktion (zweiter Art) vom Index p bedeutet, so folgt aus den Gleichungen (19) unter Berücksichtigung von (14) für $v \leq N$

$$(20a) \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{H}^{(0)} &= \mathfrak{H}_\varphi^{(0)} = \frac{\pi k}{h} [N_1(kr) \cos \omega t - J_1(kr) \sin \omega t], \\ \mathfrak{H}^{(v)} &= \mathfrak{H}_\varphi^{(v)} = \frac{2\pi k_v}{h} \cos \frac{v\pi \zeta}{h} \cos \frac{v\pi \pi}{h} \\ &\quad \cdot [N_1(k_v r) \cos \omega t - J_1(k_v r) \sin \omega t], \\ \mathfrak{E}_r^{(0)} &= 0, \\ \mathfrak{E}_r^{(v)} &= -\frac{2v\pi^2 \mu \omega k_v}{c k^3 h^2} \cos \frac{v\pi \zeta}{h} \sin \frac{v\pi \pi}{h} \\ &\quad \cdot [J_1(k_v r) \cos \omega t + N_1(k_v r) \sin \omega t], \\ \mathfrak{E}_z^{(0)} &= -\frac{\pi \mu \omega}{c h} [J_0(kr) \cos \omega t + N_0(kr) \sin \omega t], \\ \mathfrak{E}_z^{(v)} &= -\frac{2\pi \mu \omega k_v^2}{c k^3 h} \cos \frac{v\pi \zeta}{h} \cos \frac{v\pi \pi}{h} \\ &\quad \cdot [J_0(k_v r) \cos \omega t + N_0(k_v r) \sin \omega t] \\ &\quad (v = 1, 2 \dots N). \end{aligned} \right.$$

Für $v > N$ liegen die Verhältnisse etwas einfacher. Da bekanntlich bei rein imaginärem k_v die Funktionen $iH_0^{(1)}(k_v r)$ und $H_1^{(1)}(k_v r)$ rein reell sind²⁾, so ist in diesem Falle eine Zerlegung der Hankelschen Funktionen in die Besselschen und Neumannschen Funktionen nicht erforderlich. Es ergibt sich, wenn man, wie üblich, mit $|k_v|$ den absoluten Betrag der (rein imaginären) Werte k_v bezeichnet:

$$(20b) \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{H}^{(v)} &= \mathfrak{H}_\varphi^{(v)} = \frac{2\pi |k_v|}{h} \cos \frac{v\pi \zeta}{h} \cos \frac{v\pi \pi}{h} H_1^{(1)}(k_v r) \cos \omega t, \\ \mathfrak{E}_r^{(v)} &= -\frac{2v\pi^2 \mu \omega |k_v|}{c k^3 h^2} \cos \frac{v\pi \zeta}{h} \sin \frac{v\pi \pi}{h} H_1^{(1)}(k_v r) \sin \omega t, \\ \mathfrak{E}_z^{(v)} &= \frac{2\pi \mu \omega k_v^2}{c k^3 h} \cos \frac{v\pi \zeta}{h} \cos \frac{v\pi \pi}{h} [iH_0^{(1)}(k_v r)] \sin \omega t \\ &\quad (v = N+1, N+2, \dots). \end{aligned} \right.$$

1) Vgl. Jahnke-Emde, a. a. O. S. 95.

2) Vgl. Jahnke-Emde, a. a. O. S. 134.

Die in den Gleichungssystemen (20a) und (20b) nicht angeführten Komponenten der Feldgrößen sind wie in (19) gleich Null. Für große Werte von r bequemere und für die Diskussion besser geeignete Formeln erhält man, wenn man nach dem Einsetzen in (19) und Durchführung der erforderlichen Differentiationen die Hankelschen Funktionen durch ihre asymptotische Darstellung ersetzt. Allgemein ist bei großem positiv reellem u ¹⁾

$$H_p^{(1)}(u) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi u}} e^{i\left(u - \frac{2p+1}{4}\pi\right)}, \quad (p = 0, 1)$$

$$i^{p+1} H_p^{(1)}(iu) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi u}} e^{-u}.$$

Daher ist bei großem r näherungsweise für $\nu \leq N$:

$$(20a) \left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{H}^{(0)} = \mathfrak{H}_\varphi^{(0)} \sim \frac{1}{h} \sqrt{\frac{2\pi k}{r}} \sin\left(kr - \omega t - \frac{3}{4}\pi\right), \\ \mathfrak{H}^{(\nu)} = \mathfrak{H}_\varphi^{(\nu)} \sim \frac{2}{h} \sqrt{\frac{2\pi k_\nu}{r}} \cos \frac{\nu\pi\zeta}{h} \cos \frac{\nu\pi z}{h} \\ \quad \cdot \sin\left(k_\nu r - \omega t - \frac{3}{4}\pi\right), \\ \mathfrak{E}_r^{(0)} = 0, \\ \mathfrak{E}_r^{(\nu)} \sim -\frac{2\nu\pi\mu\omega}{ck^2h^2} \sqrt{\frac{2\pi k_\nu}{r}} \cos \frac{\nu\pi\zeta}{h} \sin \frac{\nu\pi z}{h} \\ \quad \cdot \sin\left(k_\nu r - \omega t - \frac{\pi}{4}\right), \\ \mathfrak{E}_s^{(0)} \sim \frac{\mu\omega}{ch} \sqrt{\frac{2\pi}{kr}} \sin\left(kr - \omega t - \frac{3}{4}\pi\right), \\ \mathfrak{E}_s^{(\nu)} \sim \frac{2\mu\omega k_\nu}{ck^2h} \sqrt{\frac{2\pi k_\nu}{r}} \cos \frac{\nu\pi\zeta}{h} \cos \frac{\nu\pi z}{h} \\ \quad \cdot \sin\left(k_\nu r - \omega t - \frac{3}{4}\pi\right) \\ \quad (\nu = 1, 2 \dots N). \end{array} \right.$$

1) Jahnke-Emde, ¹⁰a. a. O. S. 100. Die semikonvergenten Entwicklungen sind in der vorliegenden Untersuchung nach dem ersten Gliede abgebrochen worden. Dieser Grad der Annäherung dürfte im allgemeinen ausreichend sein.

Für $\nu > N$:

$$(20b) \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{S}^{(\nu)} &\sim -\frac{2}{h} \sqrt{\frac{2\pi |k_\nu|}{r}} \cos \frac{\nu\pi\zeta}{h} \cos \frac{\nu\pi x}{h} \\ &\quad \cdot e^{-|k_\nu|r} \cos \omega t, \\ \mathfrak{E}_r^{(\nu)} &\sim \frac{2\nu\pi\mu\omega}{c k^3 h^2} \sqrt{\frac{2\pi |k_\nu|}{r}} \cos \frac{\nu\pi\zeta}{h} \sin \frac{\nu\pi x}{h} \\ &\quad \cdot e^{-|k_\nu|r} \sin \omega t, \\ \mathfrak{E}_z^{(\nu)} &\sim -\frac{2\mu\omega |k_\nu|}{c k^3 h} \sqrt{\frac{2\pi |k_\nu|}{r}} \cos \frac{\nu\pi\zeta}{h} \cos \frac{\nu\pi x}{h} \\ &\quad \cdot e^{-|k_\nu|r} \sin \omega t. \end{aligned} \right.$$

$$(\nu = N+1, N+2, \dots).$$

Die für die Feldgrößen aufgestellten Gleichungen geben von der Beschaffenheit des elektromagnetischen Feldes ein in den Einzelheiten besser gezeichnetes Bild als die allgemeinen Betrachtungen, die an die Potentiale selbst anknüpfen. Für $\nu = 0$ ergibt sich eine reine, ungedämpfte Zylinderwelle mit dem Charakter einer *Transversalwelle*, da die radiale Komponente von \mathfrak{E} gleich Null ist. Wie sich aus den asymptotischen Formeln (20a') ergibt, sind bei hinreichend großem r der elektrische und der magnetische Vektor in Phase; die Wellenzahl h ist die normale. Diejenigen Wellen, für die $1 \leq \nu \leq N$ ist, haben in radialer Richtung nicht mehr den Charakter reiner transversaler Zylinderwellen, da die r -Komponente des elektrischen Vektors von Null verschieden ist. Zu dieser Verzerrung der Wellenform kommt ihr Verhalten als stehende Wellen in der z -Richtung hinzu. Die Knotenpunkte des magnetischen Vektors liegen in den Ebenen $z = \frac{(2n+1)h}{2\nu}$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) und sind mit den Knotenpunkten der z -Komponente des elektrischen Vektors identisch, während die der r -Komponente von \mathfrak{E} dagegen verschoben in den Ebenen $z = \frac{n \cdot h}{\nu}$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) liegen. Ferner sind, wie sich aus den asymptotischen Ausdrücken (20a') ergibt, für hinreichend großes r in den forteilenden Zylinderwellen $\mathfrak{S}^{(\nu)}$ und $\mathfrak{E}_r^{(\nu)}$ in Phase, während $\mathfrak{E}_z^{(\nu)}$ gegen diese beiden um $\pi/2$ in der Phase verschoben ist. Das Verhalten der Wellen, für die $\nu > N$ ist, ist in der z -Richtung das gleiche wie im Falle $\nu \leq N$. In der r -Richtung haben sie überhaupt jeden Wellencharakter verloren.

Ein Vergleich der Amplituden von solchen Partialwellen des Spektrums, die zu verschiedenen Werten von ν gehören, ergibt, daß die Verzerrung der Wellenform mit wachsendem ν zunimmt, wenn man von dem Einfluß der Antennenhöhe ab-
sieht, welcher sich analytisch in dem Faktor $\cos \frac{\nu \pi \zeta}{h}$ äußert.

Die Gleichungen (20a') ergeben z. B., daß für großes r $|\mathfrak{H}^{(\nu)}|$ und $|\mathfrak{E}_z^{(\nu)}|$ proportional sind zu $k_\nu^{-1/2}$ bzw. $k_\nu^{-1/2}$, also mit wachsendem $\nu < N$ monoton abnehmen, während $|\mathfrak{E}_r^{(\nu)}|$ proportional ist zu $\nu \cdot k_\nu^{-1/2}$, also mit wachsendem $\nu < N$ monoton zunimmt. Überschreitet ν den Wert N , so tritt, wie (20b') zeigt, ein scheinbares monotonen Anwachsen der Amplitudenfaktoren ein. Allerdings wächst auch die radiale Dämpfung, so daß im ganzen eine sehr rasche Abnahme der Amplituden eintritt, wie es auch aus der Konvergenz der Reihe (15) und der durch Differentiation aus ihr für die Feldgrößen abgeleiteten Reihen folgt. Über den Einfluß der Antennenhöhe ζ lassen sich kaum allgemeine Aussagen machen, es sei denn, daß ζ und h in einem rationalen Verhältnis zueinander stehen, so daß $\cos \frac{\nu \pi \zeta}{h}$ mit wachsendem ν periodisch immer wieder denselben Wertezyklus durchläuft. Ein Fall möge aber noch besonders hervorgehoben werden. Ist $N = 0$, also $h < \frac{\lambda_0}{2}$, so tritt bei hinreichend großem r im wesentlichen nur die erste, zum Werte $\nu = 0$ gehörige ungedämpfte Zylinderwelle auf. Von $\nu = 1$ ab stellen bereits die Glieder der Reihe (15) radial gedämpfte Schwingungen dar. Obendrein ist wegen des kleinen h die radiale Dämpfung sehr stark. Daher ist schon in mäßiger Entfernung vom Dipol die elektromagnetische Erregung von der Dipolhöhe unabhängig; sie besteht aus einer reinen Zylinderwelle.

Von besonderem Interesse ist die Betrachtung des Energiestroms. Der Poyntingsche Vektor

$$\mathfrak{S} = \frac{c}{4\pi} [\mathfrak{E} \mathfrak{H}]$$

hat in dem vorliegenden speziellen Fall die Komponenten:

$$(21) \quad \mathfrak{S}_r = \frac{c}{4\pi} \mathfrak{E}_z \cdot \mathfrak{H}_\varphi; \quad \mathfrak{S}_\varphi = 0; \quad \mathfrak{S}_z = \frac{c}{4\pi} \mathfrak{E}_r \cdot \mathfrak{H}_\varphi.$$

Um den Gesamtstrom zu erhalten, hat man in (21) die für die Feldgrößen aus (19) folgenden Werte einzutragen. Wir betrachten indessen zunächst diejenigen Energieströme, die den einzelnen Partialwellen des Spektrums von Zylinderwellen entsprechen

$$\mathfrak{E}^{(v)} = \frac{c}{4\pi} [\mathfrak{E}^{(v)} \mathfrak{H}^{(v)}] \quad (v = 0, 1, 2 \dots)$$

mit den gemäß (21) unter Heranziehung von (20a) und (20b) gebildeten Komponenten. Ersichtlich erhält man ziemlich weitläufige Ausdrücke, die zur Diskussion wenig geeignet sind. Wir verzichten daher darauf, die Energieströme im einzelnen zu verfolgen, sondern beschränken uns darauf, für jede Partialwelle den gesamten Energietransport durch eine die z -Achse umschließende Zylinderfläche vom Radius r für die Dauer einer Schwingung zu berechnen. Es ist demgemäß das Integral zu bilden:

$$U^{(v)} = 2\pi r \int_0^h dz \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \mathfrak{E}_r^{(v)} dt = \frac{cr}{2} \int_0^h dz \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \mathfrak{E}_z^{(v)} \cdot \mathfrak{H}_\varphi^{(v)} dt.$$

Bei der Ausführung der Integration nach t fallen diejenigen Terme des Produktes $\mathfrak{E}_z^{(v)} \cdot \mathfrak{H}_\varphi^{(v)}$ fort, welche das Produkt $\sin \omega t \cdot \cos \omega t$ enthalten. Sie stellen Energiebeträge dar, die während einer Periode $\frac{2\pi}{\omega}$ durch die Zylinderfläche hin- und herpendeln, so daß der Gesamtfluß Null ist. Einen Beitrag zu $U^{(v)}$ liefern also nur diejenigen Terme, die die Quadrate $\cos^2 \omega t$ und $\sin^2 \omega t$ enthalten. Da

$$\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \cos^2 \omega t dt = \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \sin^2 \omega t dt = \frac{\pi}{\omega}$$

und ¹⁾

$$N_0(u) J_1(u) - N_1(u) J_0(u) = \frac{2}{\pi u}$$

ist, so ergibt die schließlich noch durchzuführende Integration nach z

1) Vgl. Nielsen, a. a. O. S. 23. Gleichung (6) bzw. Jahnke-Emde, a. a. O. S. 165. Gleichung (3).^{*}

$$(22) \quad \begin{cases} U^{(0)} = \frac{\pi^2 \mu}{h} \\ U^{(\nu)} = \frac{2\pi^2 \mu k_\nu^2}{k^2 h} \cos^2 \frac{\nu \pi \zeta}{h} & (\nu = 1, 2 \dots N) \\ U^{(\nu)} = 0. & (\nu = N+1, N+2 \dots) \end{cases}$$

Die letzte der Gleichungen (22) folgt unmittelbar daraus, daß in dem Produkt $\mathfrak{E}_z^{(\nu)} \mathfrak{H}_\varphi^{(\nu)}$ für $\nu > N$ nach (20b) überhaupt nur als Zeitfaktor das Produkt $\sin \omega t \cos \omega t$ auftritt. Die Wellen, für die $\nu > N$ ist, transportieren also im ganzen *keine* Energie. Vielmehr sind an dem Energietransport nur die Wellen der ersten Art, für die $\nu \leq N$ ist, beteiligt. Die gesamte, vom Sender während einer Periode aufzubringende Energie wird demgemäß

$$(23) \quad U = \frac{\pi^2 \mu}{h} + \frac{2\pi^2 \mu}{k^2 h} \sum_{\nu=1}^{\nu=N} k_\nu^2 \cos^2 \frac{\nu \pi \zeta}{h} \cdot 1)$$

Dieser Betrag ist, wie das auch zu erwarten war, ein wesentlich anderer als derjenige Energiebetrag, der während einer Periode von einem der Lösung Π_0 von (4) entsprechenden Dipol geliefert wird, der ohne die spiegelnden Flächen $z = 0$ und $z = h$ vollkommen frei schwingt. In unserem Falle ist die aufzuwendende Energie im wesentlichen proportional $1/h$. Dieser Satz gilt in Strenge für $N = 0$, da sich dann die rechte Seite von (23) auf das erste Glied reduziert. Es sei noch bemerkt, daß man naturgemäß zu derselben Gleichung (23) gelangt, wenn man nicht von den Partialwellen, sondern von der gesamten Felderregung ausgeht. Bei der Integration von $\mathfrak{E}_r = \frac{c}{4\pi} \mathfrak{E}_z \cdot \mathfrak{H}_\varphi$ über die Zylinderfläche heben sich nämlich die bei der Multiplikation der Reihen für \mathfrak{E}_z und \mathfrak{H}_φ entstehenden gemischten Produkte wegen der Orthogonalität der trigonometrischen Funktionen von z fort, so daß das Ergebnis dasselbe ist.

1) Diese Gleichung scheint bei oberflächlicher Betrachtung ebenso wie die für die Feldgrößen nicht dimensionsrichtig zu sein. Nach der Anmerkung auf S. 559 sind aber die Feldgrößen, um auf das Gauss'sche Maßsystem zu kommen, mit einem Faktor 1 von der Dimension $M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}$ zu multiplizieren, und demgemäß die rechte Seite von (23) mit dem Quadrate dieses Faktors. Dadurch erhält U , da μ im Gauss'schen System dimensionslos ist, in der Tat die Dimension einer Energie.

Ein Vergleich der von den einzelnen Wellen $\nu \leq N$ transportierten Energiemengen zeigt, daß sie mit wachsendem ν abnehmen, da $k_\nu^2 = k^2 - \frac{\nu^2 \pi^2}{h^2}$ ist. Der Abfall braucht aber nicht, wie der von k_ν^2 , monoton zu sein, da die für die Energiemengen erhaltenen Ausdrücke außer k_ν^2 noch den Faktor $\cos^2 \frac{\nu \pi \zeta}{h}$ enthalten, welcher den Einfluß der Dipolhöhe wiedergibt. Nach dieser Bemerkung kommen wir noch einmal auf den Fall der Resonanz zurück. Hat die Zahl N eine solche Größe, daß die Differenz $k^2 - \frac{N^2 \pi^2}{h^2}$ nahezu Null ist, so wird die entsprechende Welle des Spektrums nahezu identisch sein mit der kritischen Welle, für welche die Amplituden unendlich werden. Wir denken uns nun für den Augenblick ω und damit k^2 variabel. Rückt k an den Wert $\frac{N\pi}{h}$ heran, so wachsen die Amplituden über alle Grenzen, während die von der kritischen Welle transportierte Energie, welche proportional $k^2 - \frac{N^2 \pi^2}{h^2}$ ist, gegen den Wert Null geht. Hierdurch wird die Bemerkung auf S. 571 verständlich, daß in diesem Falle eine Energiestauung stattfindet. Zugleich sieht man aber auch durch diesen Grenzübergang, daß nicht mit Notwendigkeit immer im Falle $k \cdot h = N\pi$ Resonanz eintreten muß. Sämtliche Feldgrößen enthalten den von der Dipolhöhe abhängigen Faktor $\cos \frac{\nu \pi \zeta}{h}$. Sollte zufällig $\cos \frac{N\pi \zeta}{h} = 0$ sein, so tritt in den die Feldgrößen darstellenden Reihen vor dem Grenzübergang das kritische Glied überhaupt nicht auf, und die Feldgrößen bleiben daher auch nach vollzogenem Grenzübergang $k \rightarrow \frac{N\pi}{h}$ endlich.¹⁾ Dann muß die Antenne in einem der Knotenpunkte von \mathfrak{S} und \mathfrak{E}_z liegen, und es ist auch plausibel, daß in diesem Falle die Resonanzerscheinungen in Fortfall kommen.

Ist die Wellenlänge λ_0 gegen h sehr klein, so wird praktisch fast immer Resonanz eintreten, da immer eine oder sogar einige der Wellen des Spektrums nahezu mit der kritischen Welle identisch werden. Sollte die vorliegende Theorie wenig-

1) Vgl. die Bemerkung auf S. 564.

stens in großen Zügen auch die Verhältnisse bei der drahtlosen Telegraphie richtig wiedergeben, so wäre demnach zu schließen, daß bei der Zeichenübertragung im allgemeinen immer dieses Resonanzphänomen auftreten muß, da die Höhe der Heavisideschicht immer noch groß selbst gegen die längsten verwendeten Wellenlängen ist. Nun hatten wir aber gesehen, daß gerade die Resonanzwellen nur einen kleinen Energiebetrag mit sich führen, und diese Tatsache scheint zunächst darauf hinzudeuten, daß sie nur eine untergeordnete Rolle spielen können. Es liegen hier indessen die Verhältnisse ähnlich wie bei der Totalreflexion. Hierbei treten im optisch dünneren Medium Oberflächenwellen auf, die keinen Energietransport von dem optisch dichteren in das optisch dünnere Medium vermitteln. Stört man aber die Erscheinung durch Veränderung der Verhältnisse in dem optisch dünneren Medium, d. h. im Bereich der Oberflächenwellen, so tritt nunmehr im allgemeinen ein Energiestrom vom dichteren ins dünnere Medium auf. Ähnlich könnten auch bei der drahtlosen Telegraphie die Resonanzwellen wirken. Obwohl der sie begleitende Energiestrom bei *ungestörtem* Strahlungsfeld nur gering, ihr Vorrat an *lokalisierter* Energie der großen Amplituden wegen aber um so größer ist, so wird es trotzdem möglich sein, dem Felde namhafte Energiemengen aus dem Energievorrat der Resonanzwellen zu entziehen, da ja die der Energieaufnahme dienende Empfangsapparatur und überhaupt alle absorbierenden Körper im Strahlungsfeld dieses stören.

Brünn, Mathematisches Institut der Deutschen Techn. Hochschule.

(Eingegangen 9. Januar 1928)

**5. Berichtigung und Zusatz zu meiner Arbeit:
 „Über Lichtbrechung an Gasen
 im Sichtbaren und Ultrarot (6,76 μ)
 und Bestimmung der Kalkspateigenschwingung
 bei 6,76 μ “; ¹⁾
 von Martin Rusch**

In obengenannter Arbeit wurden als Wellenlängen für die benutzten Spektrallinien die dort auf S. 383 angegebenen Zahlen verwandt; sie waren, auf $\frac{1}{10}$ Å abgerundet, aus Landolt-Börnstein, Phys.-chem. Tabellen S. 959, 1912 entnommen. Hierbei war — infolge Fehlens der entsprechenden Bemerkung über der Tabelle — fälschlicherweise angenommen worden²⁾, daß die Wellenlängen bereits auf Vakuum korrigiert waren. Dieser Fehler soll im ersten Teile berichtigt werden.

I

Zur Korrektur, die durch einfache Umrechnung zu geschehen hat, sind folgende neueren Werte für die Spektrallinien³⁾ benutzt worden:

	$\lambda_{15^\circ, 760 \text{ mm}}$	
Hg 1	. . . 5460,72	Å
Hg 2	. . . 5769,60	„
Hg 3	. . . 5790,66	„
H α	. . . 6562,785	„

A. Hieraus ergibt sich für den Schwerpunkt der (mit Hg 1) gemessenen und zur Brechungsmessung benutzten Kalkspatreststrahlen (S. 380)¹⁾

$$\lambda_{15^\circ, 760 \text{ mm}} = 67628,5 \text{ Å} \pm 4.$$

1) M. Rusch, Ann. d. Phys. 70. S. 373. 1923.

2) M. Rusch, Diss. Breslau S. 8. 1922.

3) H. Kayser, Tabelle der Hauptlinien der Linienspektren aller Elemente, Berlin 1922.

B. Die experimentell gefundenen Brechungsexponenten ν (bezogen auf 0° und 760 mm) ergeben sich nach der Umrechnung zu den in Tab. 1 angegebenen Zahlen.

Tabelle 1

Wellenlänge (abgerundet)		$(\nu - 1) \cdot 10^7$	
		Luft	Argon
Hg 1	546 $\mu\mu$	2937,2	2834,4
Hg 2	577 "	2933,2	2829,0
Hg 3	579 "	2932,5	2828,6
H α	656 "	2920,7	2818,3
CaCO ₃	6763 "	2890,2	2778,6

Die Werte liegen um 0,02 bis 0,03 Proz. höher als die in der Arbeit S. 386 und 388 angegebenen. Die wahrscheinlichen Fehler betragen für trockene, CO₂-freie Luft 0,5 bis $0,7 \cdot 10^{-7}$, für Argon 0,3 bis $0,4 \cdot 10^{-7}$.

II

Versucht man die Werte durch eine zweikonstantige Helmholtz-Kettlersche Formel $\nu - 1 = \frac{C}{n_0^2 - n^2}$ darzustellen (C und n_0^2 bedeuten die Konstanten, n die Schwingungszahlen der benutzten Spektrallinien), so erkennt man, daß diese Formel für ein so großes Gebiet nicht mehr gültig ist.¹⁾ Dies möge am Beispiel des Argon, dessen Werte genauer bestimmt sind, gezeigt werden.²⁾

1) Auf das Versagen der zweikonstantigen Formel für ein größeres Gebiet war bereits 1923 hingewiesen worden.

2) Auch bei Luft versagt die Formel; die Abweichungen lassen aber einen entgegengesetzten Gang vermuten wie bei Argon. Da jedoch die Luft als Gemisch nicht das gleiche Interesse erheischt, überdies die Luftwerte mit etwa dem doppelten Fehler behaftet sind wie bei Argon, mag es genügen, für Luft nur die verbesserte Tab. 8 (S. 389) meiner früheren Veröffentlichung abzdrukken. (In dieser Tabelle hatten sich bei den $(\nu_\infty - 1)$ -Werten zwei Rechenfehler eingeschlichen.) Die Zahlen der letzten zwei Zeilen sind nach der Korrektur neu berechnet

Beobachter	$C \cdot 10^{-27}$	$n_0^2 \cdot 10^{-27}$	$(\nu_\infty - 1) \cdot 10^7$
C. u. M. Cuthbertson *)	4,6463	16 125	2881,4
M. Rusch I	4,6393	16 092	2883,0
M. Rusch II	5,3348	18 460	2889,6

*) Proc. Roy. Soc. A. 83. S. 155. 1909.

Die Methode der kleinsten Quadrate gibt aus den vier Brechungsexponenten des Sichtbaren die Formel (I), aus der die Werte $I_{\text{ber.}}$ der Tab. 2 folgen. Die Formel (I) stellt natürlich die Dispersion im Sichtbaren gut dar, versagt aber bei $6763 \mu\mu$ vollständig. Andererseits gibt die aus allen fünf Werten erhaltene Formel (II) zwar den ultraroten Brechungsexponenten gut wieder, zeigt aber für Hg 1 und H α Abweichungen, die außerhalb der Meßgenauigkeit liegen.

$$(I) \quad \nu - 1 = \frac{4,5957 \cdot 10^{27}}{16515,2 \cdot 10^{27} - n^2}$$

$$(II) \quad \nu - 1 = \frac{4,20019 \cdot 10^{27}}{15116,8 \cdot 10^{27} - n^2}$$

Tabelle 2

Spektrallinie	$(\nu - 1) \cdot 10^7$ von Argon				
	beob.	I. ber.	II. ber.	ΔI	ΔII
Hg 1 546 $\mu\mu$	2834,4	2834,43	2835,01	+0,03	+0,61
Hg 2 577 "	2829,0	2828,95	2829,01	-0,05	+0,01
Hg 3 579 "	2828,6	2828,61	2828,64	+0,01	+0,04
H α 656 "	2818,3	2818,31	2817,38	+0,01	-0,96
CaCO ₃ 6763 "	2778,6	2783,04	2778,86	+4,4	+0,22

Zunächst könnte man versucht sein, diese Unstimmigkeit auf einen Fehler des ultraroten Wertes zu schieben; jedoch ist die unter ΔI errechnete Abweichung $4,4 \cdot 10^{-7}$, d. h. 1,5 Promille des Wertes $(\nu - 1)$ viel zu groß dazu. Außerdem weist folgende Zusammenstellung (Tab. 3 und 4, Fig. 1) der bisher für Argon angegebenen Brechungsexponenten und Formeln darauf hin, daß die oben erwähnte Abweichung reell ist, eine Tatsache, die im Zusammenhang mit den Berechnungen und Bemerkungen von K. F. Herzfeld und K. L. Wolf¹⁾ einiges Interesse verdient.

Endlich sei auf einen Druckfehler in der Spalte 3 der Tab. 6, S. 388 (ersetzt durch Tab. 4 der vorliegenden Ausführungen) hingewiesen. Statt der Zahl 18348 hätte es 16348 heißen müssen.

Der Anlaß zur Nachprüfung war eine, auf eben erwähnte Rechen- und Druckfehler bezugnehmende Anfrage von Hrn. Prof. Jaffé, für die ich auch an dieser Stelle meinen besten Dank ausspreche.

1) K. F. Herzfeld u. K. L. Wolf, Ann. d. Phys. 76. S. 71 u. 567. 1925. Das Versagen ihres Versuches (S. 84), die Formeln von C. u. M. Cutbertson und von W. Burton in das Quadersche Ultraviolett hin zu extrapolieren, hat also seine ganz natürliche, in den experimentellen Tatsachen begründete Ursache.

In Tab. 3 sind die Beobachter, das Spektralgebiet, in dem sie gearbeitet haben, und der Argonwert $(\nu - 1)$ für die grüne Quecksilberlinie $546 \mu\mu$ eingetragen. Die letzten Werte weichen sehr stark voneinander ab. Grund hierfür sind wohl im wesentlichen Beimengungen von Fremdgasen; diese Abweichungen können jedoch, solange sie klein gegen $(\nu - 1)$ bleiben, als additive Fehler, die für alle Wellenlängen gleich bleiben, betrachtet werden. Die einzelnen Abweichungen gegen meinen Argonwert sind in der letzten Spalte der Tab. 3 errechnet.

Tabelle 3
Dispersion von Argon

Beobachter	Jahr	Gebiet	$(\nu - 1)_{546} \cdot 10^7$	Δ geg. Rusch
B. Quarder ¹⁾	1924	244—578 $\mu\mu$	2830,5	— 3,9
W. Burton ²⁾	1908	486—588 „	2845,7	+11,3
C. u. M. Cuthbertson ³⁾	1910	480—644 „	2823,0	— 11,4
M. Rusch I	1923	546—656 „	2834,4	—
M. Rusch II	1923	546—6763 „	2834,4	—

In Tab. 4 sind die drei die Dispersion charakterisierenden Konstanten: C , n_0^2 und $(\nu_\infty - 1)$ zusammengestellt; die letzte ist, obwohl sie aus den anderen beiden folgt, hinzugefügt, weil bei ihr die additive Korrektur am bequemsten und übersichtlichsten angebracht werden kann. Dies ist bei den Zahlen der letzten Spalte geschehen. Zur Wertung des Gebietes, aus dem die Konstanten gewonnen sind, ist in der Spalte 2 als λ_m das arithmetische Mittel⁴⁾ aller zu ihrer Ableitung benutzten Wellenlängen gebildet.

1) B. Quarder, Ann. d. Phys. 74. S. 255. 1924. (Formel, Tab. 4, nach K. F. Herzfeld u. K. L. Wolf, a. a. O.)

2) W. Burton, Proc. Roy. Soc. A. 80. S. 399. 1908. (Formel nach C. u. M. Cuthbertson, ebenda 83. S. 151. 1909.)

3) C. u. M. Cuthbertson, Proc. Roy. Soc. A. 84. S. 13. 1910.

4) Natürlich ist diese einfachste Mittelung nur als erste Näherung anzusehen; sie bietet aber zu den qualitativen Betrachtungen genügende Genauigkeit. Bei Quarder ist $\lambda_m = 400$ gesetzt, da nicht ersichtlich ist, ob Herzfeld und Wolf alle Quarderschen Werte (diese ergäben $395 \mu\mu$) zur Berechnung ihrer Formel benutzt haben, oder nur die in ihrer Tabelle 3a, S. 85, gegebene Auswahl, aus der $\lambda_m = 404 \mu\mu$ folgen würde.

Tabelle 4

Die Dispersionskonstanten für Argon

Beobachter	λ_m	$C \cdot 10^{-27}$	$n_0^2 \cdot 10^{-30}$	$(v_\infty - 1) \cdot 10^7$	$(v_\infty - 1)_{\text{kor.}} \cdot 10^7$
Quarder	400 $\mu\mu$	4,9981	17953	2784,0	2787,9
Burton	530 "	4,562	16335	2792,8	2781,5
Cuthbertson	551 "	4,7163	17008,9	2772,8	2784,2
Rusch I	590 "	4,5957	16515,2	2782,7	2782,7
Rusch II	1825 "	4,2002	15116,8	2778,5	2778,5

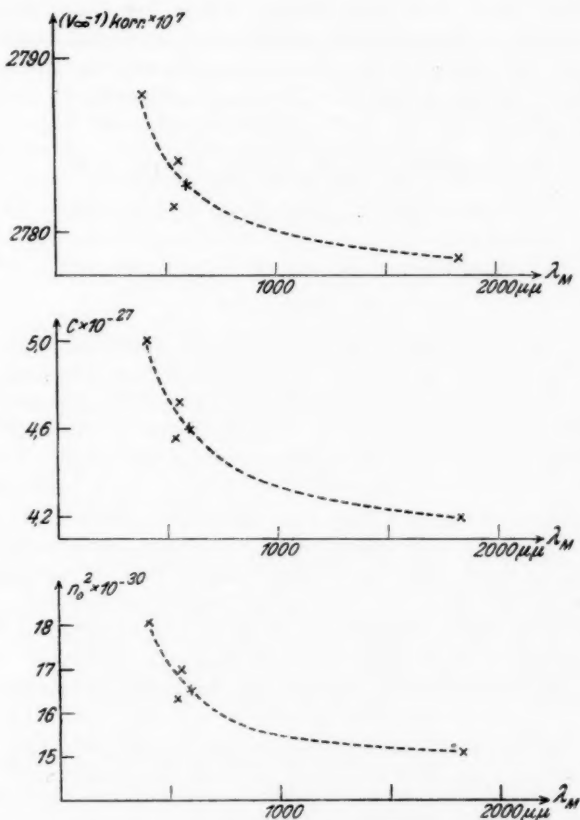


Fig. 1

In Fig. 1 sind die drei Dispersionskonstanten (C und n_0^2 unkorrigiert) als Funktion von λ_m aufgetragen. Tab. 4 und Fig. 1 zeigen, daß alle drei Dispersionskonstanten in unverkennbarer Weise mit dem Gebiete, aus dem sie gewonnen sind, variieren.

Umfangreiche Rechnungen und Kombinationen der einzelnen Gebiete dürften wegen der Abweichungen untereinander nicht aussichtsreich sein. Auch theoretische Erörterungen sollen zurückgestellt werden, bis mehr experimentelles Material vorliegt. Eine quantitative Klärung der in Fig. 1 dargestellten Abhängigkeit sollte durch Dispersionsmessungen erreicht werden können, die über das gesamte, mit Quarzoptik zu erfassende Gebiet ausgedehnt werden. Entsprechende Versuche sind in Vorbereitung.

Braunschweig, Physik. Institut, Januar 1928.

(Eingegangen 21. Januar 1928)

**6. Über die Geschwindigkeitsverteilung
lichtelektrischer Elektronen;
von Fritz Herold**

(Aus dem Radiologischen Institut der Universität Heidelberg¹⁾)

Fällt auf einen Leiter Licht geeigneter Wellenlänge, so löst dieses aus ihm Elektronen aus. Die in dem Körper absorbierte Lichtenergie, soweit sie zu lichtelektrischer Erscheinung Anlaß gibt, findet sich zu einem Teil wieder als kinetische Energie der lichtelektrischen Elektronen, zum anderen Teil ist sie als Ablösungsarbeit verbraucht worden.

Ist ν die Schwingungszahl des erregenden Lichts, V die Austrittsgeschwindigkeit des Elektrons, in Volt gemessen, und Π die Ablösungsarbeit, so besteht die Beziehung

$$h \cdot \nu = e \cdot V + e \Pi.$$

Die Ablösungsarbeit Π setzt sich im wesentlichen aus zwei Beträgen zusammen, nämlich aus der Arbeit, welche zur Abtrennung des Elektrons vom Mutteratom erforderlich ist (Abtrennungsarbeit) und derjenigen Arbeit, welche das Elektron beim Verlassen der Körperoberfläche zu leisten hat (Austrittsarbeit).²⁾

Nach dieser Beziehung wäre bei homogener Belichtung eine einheitliche Austrittsgeschwindigkeit V zu erwarten, falls Π konstant ist und andere Vorgänge als die in der Gleichung zum Ausdruck gebrachten nicht vorliegen. Die Beobachtung zeigt demgegenüber, daß auch bei homogener Belichtung einer festen Oberfläche in jedem Fall eine bestimmte Geschwindigkeitsverteilung vorhanden ist, woraus zu entnehmen ist, daß

1) Gekürzte Diss. d. Naturw.-Math. Fakultät, vorgel. im Juli 1927.

2) P. Lenard, Ann. d. Phys. 8. S. 175 ff. 1902; Quantitatives über Kathodenstrahlen aller Geschwindigkeiten S. 172. 1918. Neuherausgabe 1925. — P. Lenard u. A. Becker, Lichtelektrische Wirkung, Wien-Harms' Handbuch der Experimentalphysik.

entweder H inkonstant ist oder daß die Elektronen beim Durchsetzen der Leiterschicht Geschwindigkeitsänderungen erleiden, falls nicht noch anderes vorliegt.

Der relative Verlauf der Geschwindigkeitsverteilung zeigt sich nach bisheriger Kenntnis als eine für den normalen lichtelektrischen Effekt charakteristische Funktion. Innerhalb der Versuchsgenauigkeit ist der Verlauf in erster Näherung unabhängig sowohl von der Schwingungszahl des erregenden Lichts als auch von der Natur des emittierenden Metalls.

Die gegenwärtige Arbeit untersucht diese Geschwindigkeitsverteilung unter neuen Bedingungen, um auf diesem Wege womöglich einen Beitrag zur Kenntnis der Ursache der Erscheinungen, von denen oben die nächstliegenden erwähnt worden sind, zu liefern.

Die Untersuchung erstreckt sich in ihrem einen Teil auf die Abhängigkeit der Geschwindigkeitsverteilung vom Gasgehalt, der wie bekannt besonders stark die austretende Elektronenmenge und daher ursprünglich offenbar die Austrittsarbeit beeinflußt, in ihrem anderen Teil auf Schichten variierter Dicke. Schließlich wird die Abhängigkeit der Geschwindigkeitsverteilung von der Richtung der lichtelektrischen Elektronen gegen den Lichtstrahl verfolgt.

Zur ersten Frage sind, nachdem vorliegende Untersuchung bereits abgeschlossen bzw. eingereicht war, zwei Arbeiten erschienen^{1), 2)} auf die wir an späterer Stelle näher eingehen werden.

Zur zweiten Frage liegen bisher noch keinerlei Untersuchungen vor. Alle bisher an Metallen mit variierter Schichtdicke ausgeführten Messungen beziehen sich ausschließlich auf die austretende *Gesamtmenge* der Elektronen, während die *Geschwindigkeiten* außer Betracht blieben.

Zur dritten Frage nach der Abhängigkeit der Geschwindigkeitsverteilung von der Lichtrichtung liegen zwar mehrere Veröffentlichungen vor, die aber, wie wir an späterer Stelle (D) zeigen werden, keine erschöpfende Beantwortung derselben liefern.

1) J. Kluge, Ann. d. Phys. 82. S. 432. 1927.

2) W. Bennowitz, Ann. d. Phys. 83. S. 913. 1927.

Die Ermittlung von Elektronenaustrittsgeschwindigkeiten setzt eingehende Berücksichtigung der methodischen Gesichtspunkte voraus. Hierauf war in einer Voruntersuchung besonders einzugehen.

Für die Ermittlung lichtelektrischer Elektronenaustrittsgeschwindigkeiten und ihrer Verteilung kommt entweder ein elektrisches Gegenfeld oder ein magnetisches Feld in Betracht. Im ersteren Fall wird der Zusammenhang zwischen meßbarer Anzahl der Elektronen und einer verzögernden Potentialdifferenz, die von ihnen in der benutzten Feldanordnung durchlaufen wird, gemessen.¹⁾ Im zweiten Fall wird die Anzahl der Elektronen festgestellt, welche durch ein gemessenes Magnetfeld in eine festgelegte Kreisbahn gezwungen werden.

Für die Untersuchungen im *elektrischen* Feld kommen als gut definiert die beiden Fälle des homogenen und des radialen bzw. des zentralen Feldes in Betracht.

Die Einführung der Meßmethode mit dem *homogenen* Feld und überhaupt die ersten Messungen von Elektronenaustrittsgeschwindigkeiten verdanken wir Hrn. Lenard.²⁾

Dem Wesen nach erkannt finden wir die erste Anwendung des *zentralen* Feldes zur Lösung der Frage nach der Verteilung der Austrittsgeschwindigkeiten der Elektronen bei einheitlicher erregender Wellenlänge in einer Untersuchung der Herren Richardson und Compton.³⁾

Eine Anwendung der magnetischen Methode auf die für uns in Betracht kommende lichtelektrische Wirkung der Mittelfrequenzstrahlen findet sich bei Hrn. Ramsauer.⁴⁾

Auf die für uns in Betracht kommenden Ergebnisse dieser Untersuchungen werden wir an geeigneter späterer Stelle eingehen.

Das *homogene* parallele Feld hat, falls die lichtelektrische Wirkung, wie üblich, an einer seiner Elektroden stattfindet,

1) Es sei hier besonders die eingehende Betrachtung der theoretischen Grundlagen der elektrischen Verfahren zur Messung von Elektronenaustrittsgeschwindigkeiten von Hrn. A. Becker, Ann. d. Phys. 58. S. 393. 1919, erwähnt.

2) P. Lenard, Ann. d. Phys. 8. S. 175. 1902.

3) O. W. Richardson und K. T. Compton, Phil. Mag. 24. S. 575. 1912.

4) C. Ramsauer, Ann. d. Phys. 45. S. 1121. 1914; Heidelberger Akad. d. Wiss. A 20. 1914.

einerseits den Nachteil, daß es nur die Geschwindigkeitsverteilung der zur Belichtplatte senkrechten Komponenten liefert, andererseits den Vorteil, daß es durch die Lage des bei ihm auftretenden Knickpunkts der Verteilungskurve den wahren Nullpunkt des Feldes bzw. der Geschwindigkeit anzeigt.

Das *zentrale* Feld hat dagegen einerseits den Vorteil, daß es unmittelbar die vollen Geschwindigkeiten anzeigt, dem andererseits der Nachteil gegenübersteht, daß der infolge vorhandener Kontaktpotentiale meist nicht mit dem Nullwert der angelegten Spannung übereinstimmende Nullwert des Feldes wegen des mehr allmählichen Übergangs der Verteilungskurve in die Horizontale mit geringerer Sicherheit kenntlich wird.

In vorliegender Arbeit wurden die Vorteile beider Methoden vereinigt und damit ihre Nachteile beseitigt. Es war dies möglich durch Kombination beider Feldanordnungen, die abwechselnd nacheinander unter sonst unveränderten Versuchsbedingungen zur Anwendung kommen konnten.

A. Methode der Geschwindigkeitsmessung

Die benutzte Meßmethode beruht auf einer Kombination von Messungen im zentralen und im homogenen Feld. Die Versuchsanordnung zeigt Fig. 1.

Der Beobachtungsraum wird begrenzt von einer leitenden Kugel von etwa 10 cm Durchmesser, die mit Hilfe der Diffusionspumpe aufs äußerste evakuiert werden kann. Sie ist innen entweder berußt oder versilbert. Für den Lichteintritt besitzt sie eine kleine Öffnung bei *A*, die mit einer angekitteten Quarzplatte abgedeckt werden kann. Zwei weitere Öffnungen bei *MS* und *B* dienen dazu, das zu belichtende Metall von oben, senkrecht zur Strahlrichtung, oder von hinten, in der Strahlachse, einführen zu können.

Für die Messungen im Zentralfeld wird der Schliff *S* so gedreht, daß der an einem in der Durchführung bei *S* laufenden Messingstift befestigte, sehr dünne Draht so weit aufgerollt ist, daß eine berußte Messingscheibe (Durchmesser 1,8 cm) die obere Kugelöffnung mit der Kugelhülle abschließt, um Störungen vollständig auszuschließen. Die Scheibe ist durch einen Messingstab, der gegen Drehung gesichert ist, gehalten. Bei hintereinander erfolgenden Zentralfeld- und Homogenfeld-

messungen im selben Vakuum ist die Messingscheibe durch das an einem kleinen rechten Messingwinkel angebrachte Netz *N* ersetzt. Das fein berußte Drahtnetz ist so befestigt, daß es durch Drehen des Schliffes *S* derart gesenkt werden kann, daß es sich in geringem Abstand parallel zur Belichtplatte befindet, wodurch ein nahe homogenes Feld hergestellt wird.

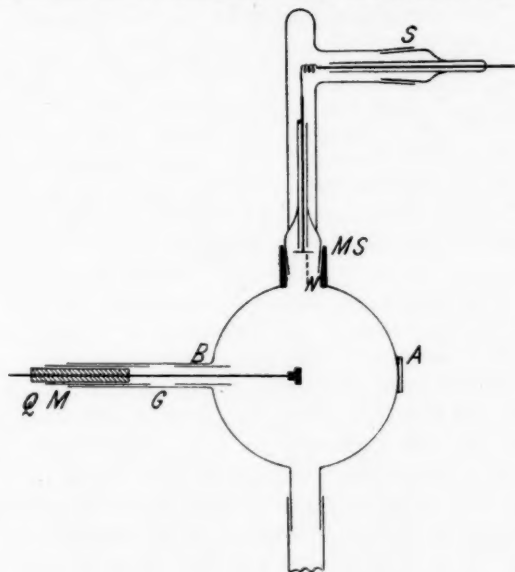


Fig. 1

Die Belichtplatte ist immer mit dem Elektrometer verbunden, die Kugel bzw. Netz und Kugel kommen auf variable Spannung. Belichtet wird mit homogenem Licht, das durch spektrale Zerlegung des Lichts einer Hg-Lampe (220 Volt, 3 Wb.) und durch Ausblendung der Linie $\lambda = 254 \mu\mu$ erhalten wird. Durch ein geeignetes Blendensystem ist dafür gesorgt, daß auf der Elektrode nur ein Kreisfleck von 5 mm im Durchmesser vom Licht getroffen werden kann. Das sorgfältige Zentrieren der Blenden geschieht durch *B* hindurch, bevor der Zuleitungsdraht eingeschoben und das Belichtmaterial aufgeschraubt wird.

Um im einzelnen nachzuweisen, wie weit bei Messungen im Zentralfeld die Ergebnisse von der speziellen Elektrodenanordnung im Kugelraum abhängen, geben wir zunächst auszugsweise das Resultat von Versuchen mit systematisch veränderter Elektrodeneinführung, -form und -größe. Als Versuchsmaterial wählen wir Kupfer.

Meßergebnisse

Wird das Kupfer in Form einer runden Platte von 12 mm Durchmesser, die an einem 2 mm dicken Messingdraht gehalten wird, von oben her eingeführt (der Aufsatz bei *MS*

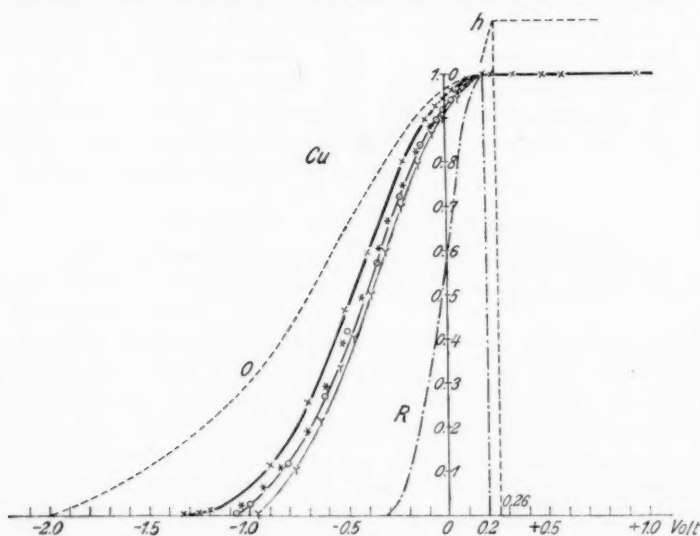


Fig. 2

(Fig. 1) ist dann entsprechend umgeändert), so gibt in Fig. 2 die gestrichelte Kurve *O* ein Bild für die dabei erhaltene Geschwindigkeitsverteilung.

Läßt man aber in die Kugel [durch Quarz *Q* (Fig. 1) isoliert] den Halter der Belichtelektrode von hinten hineinragen, auf den jetzt die vorhin benutzte kreisförmige Kupferplatte von der Öffnung bei *MS* her aufgeschraubt werden kann, so wird die Kurve (—x— Fig. 2) steiler. Die Feldstörung

-abschirmung), welche bei der Elektrodeneinführung von oben stattfindet und welche ein Anlegen größerer Gegenspannungen nötig macht, ist jetzt völlig beseitigt.

Reinere Feldverhältnisse sind bei *Verkleinerung* der Elektrode zu erwarten. Mit einer Platte von 6 mm im Durchmesser (—○— in Fig. 2) beobachtet man in der Tat eine weitere Verschiebung der Kurve nach rechts. Schließlich kann die Elektrode zu einer letzten Verbesserung des Feldes als kleine *Kugel* zur Verwendung kommen. Bei einer Kugelgröße von 6 mm Durchmesser findet sich die Kurve —Y— (Kugel mit 9 mm Durchmesser: —*—). Die Veränderung ihrer Lage gegen den vorhergehenden Fall ist ganz in dem erwarteten Sinn. Ihre Kleinheit deutet an, daß wir damit einem Grenzzustand nahe gekommen sind, der der Fehlerfreiheit der Anordnung entspricht und daß die zugehörige Grenzkurve als endgültige Geschwindigkeitsverteilungskurve angesehen werden darf.

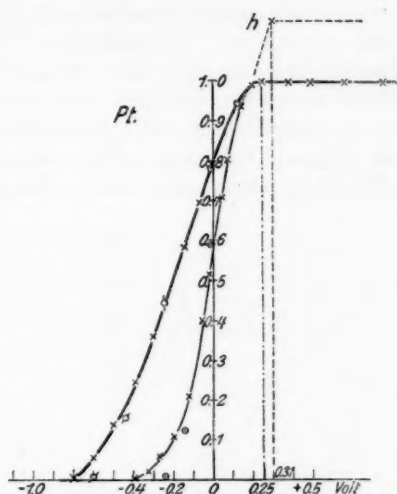
Für die Auswertung unserer Geschwindigkeitsverteilungskurve bedarf es nur noch der Kenntnis des von Kontaktpotentialen nicht mehr beeinflussten wahren Nullpunkts der Voltwerte. Die Verteilungskurve geht zwar für eine bestimmte Spannung mit merklicher Neigungsänderung in eine Horizontale über, und es war zu vermuten, daß die Stelle dieses Übergangs den wahren Nullpunkt bezeichnet. Um dies aber sicherzustellen, verändern wir vorübergehend das zentrale Feld in der Plattennähe in ein *homogenes* und bestimmen die Lage des in ihm zu erwartenden Knickpunkts. Das Verfahren besteht darin, daß man, wie schon oben bemerkt, durch Drehen des Schiffs *S* das Drahtnetz *N* von oben her vor der Scheibe herunterläßt und in einigen Millimeter Abstand von ihr festhält. Es wird dann eine Geschwindigkeitsverteilungskurve aufgenommen, indem das Netz zusammen mit der Kugel auf variable negative Spannung kommt. Die so für Cu erhaltene Homogenfeldkurve wird durch *h* in Fig. 2 angedeutet. Ihr scharfer Knickpunkt liegt bei +0,26 Volt.

Dabei ist noch zu berücksichtigen, daß neue, unbekannte Kontaktpotentialdifferenzen durch das Netz hereingebracht werden können. Die Entfernung des wahren Nullpunkts der Voltwerte vom Nullpunkt der Werte der angelegten Span-

nungen bei der Zentralfeldmessung entspricht der Größe des Kontaktpotentials zwischen Belichtelektrode und Kugelhülle. Der Abstand des mit Netz beobachtbaren Knickpunkts von der Nullspannung gibt das Kontaktpotential zwischen Elektrode und Netz. Ist die K.P.D. zwischen Netz und Hülle gleich Null, so gibt uns die Lage des Knickpunkts ohne weiteres den wahren Geschwindigkeitsnullpunkt, ist sie es nicht, was leicht allein durch geringen Materialunterschied der Fall sein kann, so ist eine Korrektur nötig, die aber, wenn sie einmal genau festgelegt und das Vakuum äußerst gut ist, dann nicht mehr für andere Fälle wiederholt werden muß, sondern immer mit dem Knickpunkt zusammen den genauen Anfangspunkt der Verteilungskurven bestimmt. In unserer Untersuchung stellen wir ein Kontaktpotential zwischen Netz und Kugelhülle fest, das für unsere Anordnung eine bei wiederholter Prüfung konstant gefundene Korrekursionsverschiebung des durch den Knickpunkt aufgefundenen Nullpunkts um 0,06 Volt nach links nötig macht. Dieses Kontaktpotential wird bestimmt durch Trägererzeugung bei für diese Messung noch möglicher starker Gasverdünnung mittels eines in einem Papierschiffchen in die Kugel gesenkten Poloniumpräparats und Feststellung der der Maximalaufladung (an dem Netz, dessen Zuleitungen für diesen Zweck genügend isoliert haben) entsprechenden Gegenspannung.

Um den wahren Nullpunkt der Spannung zu erhalten, muß also der durch den Knickpunkt gefundene noch um 0,06 Volt nach links verschoben werden. Derselbe liegt also um 0,20 Volt vom scheinbaren Nullpunkt nach rechts. Man erkennt, daß er sehr gut mit der Stelle zusammenfällt, an der die Zentralfeldkurven streng horizontal werden.

Auffallend an unserer Geschwindigkeitsverteilungskurve für Kupfer ist die schlechte Übereinstimmung mit der von den Herren Richardson und Compton (*R*). Da hieraus zu ersehen ist, daß die bis jetzt erhaltenen Ergebnisse von Geschwindigkeitsverteilungsmessungen offenbar noch nicht als genügend gesichert angesehen werden können, so haben wir mit unserer Anordnung (Fig. 1) noch einige andere Metalle und Ruß untersucht. Das Resultat zeigen die Figg. 3, 4 und 5. Die von den Herren Richardson und Compton an den



Die beiden Platinkurven sind für die Wellen $\lambda = 254 \mu\mu$ und $\lambda = 230 \mu\mu$ erhalten.

Fig. 3

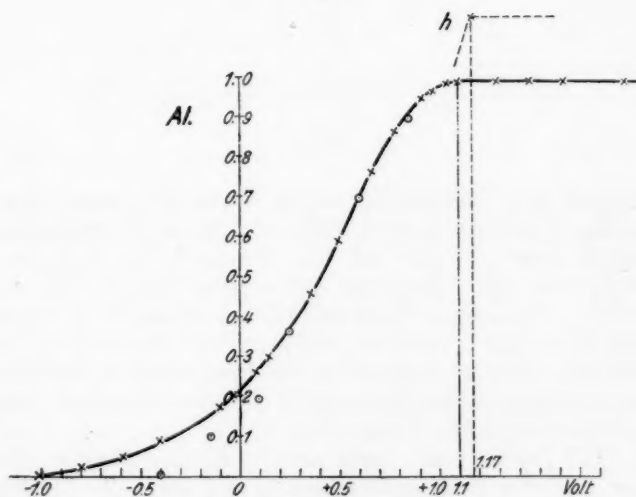


Fig. 4

Metallen Platin und Aluminium erhaltenen Beobachtungswerte sind gleichzeitig mit Ringen (-O- O) eingezeichnet.

Eine Übereinstimmung mit den Angaben der Herren Richardson und Compton ist auch hier nicht völlig vorhanden, wenn die Abweichungen auch wesentlich geringfügiger sind als beim Kupfer. Im letzteren Fall muß offenbar eine wesentliche Materialverschiedenheit und damit zusammen-

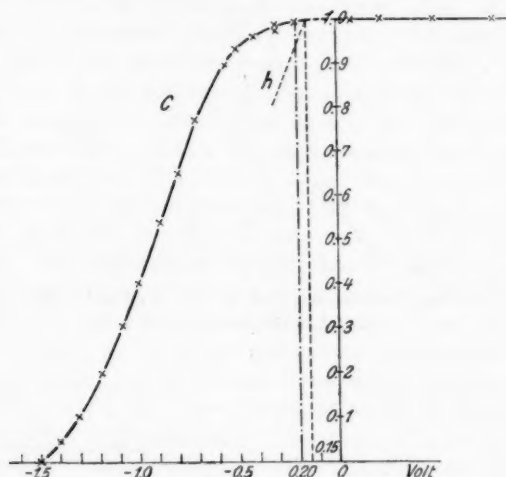


Fig. 5

hängend eine Verschiedenheit der Grenzwelle angenommen werden. Die in den anderen Fällen vorhandenen Abweichungen deuten aber auf eine bei den Herren Richardson und Compton noch vorhandene Fehlerquelle hin, welche die größten vorhandenen Geschwindigkeiten etwas zurücktreten läßt, so daß die Kurven zu steil gegen die Abszisse abfallen. Wir sehen diese Fehlerquelle in der Einführung der Elektrode von oben her, insbesondere auch in Zuhilfenahme einer in das Feld hineinragenden Glasisolations.

Die Kurven laufen auch nach Beseitigung dieser Fehler aber immerhin noch verhältnismäßig steil gegen die Abszisse hin, so daß eine asymptotische Annäherung, wie sie von Hrn.

Ramsauer¹⁾ als wahrscheinlich angenommen worden ist, nicht erkennbar wird. Es war dies in unserer Kurve besonders sicher feststellbar, da die Empfindlichkeit so groß war (maximale Ordinate = 150—200 Skt.), daß noch einzelne Hunderteile davon genau meßbar blieben.

Diese Empfindlichkeit und die aus den mitgeteilten Beobachtungsergebnissen ersichtliche große Versuchsgenauigkeit

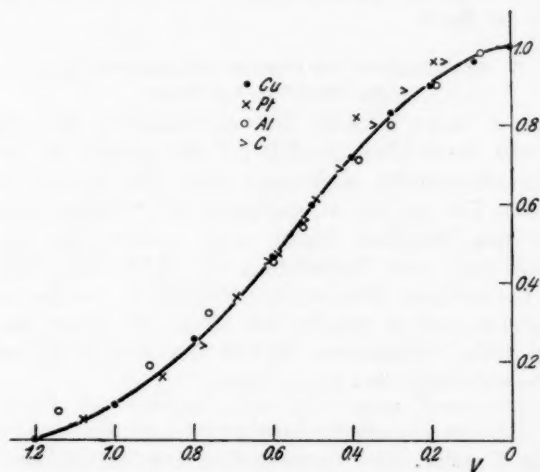


Fig. 6

läßt auch einen Vergleich unserer Verteilungskurven für die verschiedenen untersuchten Stoffe untereinander zu, der geeignet ist, die Frage nach der Abhängigkeit der Geschwindigkeitsverteilung von der Natur des Stoffs mit größerer Sicherheit zu beantworten, als dies bis jetzt möglich war. Fig. 6 zeigt das Ergebnis einer Reduktion der mit Kupfer, Aluminium, Platin und Ruß beobachteten Kurven auf gleiche wahrscheinlichste Geschwindigkeit. Man erkennt, daß die Geschwindigkeitsverteilung in allen Fällen eine sehr ähnliche ist, daß aber im einzelnen — sowohl im Gebiet der kleinsten als in dem

1) C. Ramsauer, Ann. d. Phys. 45. S. 1121. 1914.

der größten Geschwindigkeiten — Abweichungen unter den einzelnen Stoffen in solchem Grade sich geltend machen, daß sie als außerhalb der Versuchsfehler liegend betrachtet werden müssen. Die auf Grund der bisherigen Versuche naheliegendste Annahme einer Unabhängigkeit der Verteilungskurve von der erregten Substanz¹⁾ ist daher nur als erste Annäherung an die tatsächlichen Verhältnisse anzusehen. Es entspricht dies auch den folgenden Feststellungen über den Einfluß des Gasgehalts der Stoffe.

B. Abhängigkeit der Geschwindigkeitsverteilung vom Gasgehalt bei Platin

Es ist lange bekannt, daß der Gasgehalt eines Metalls einen sehr erheblichen Einfluß auf die *Anzahl* der bei Belichtung austretenden Elektronen hat. Die Ursache hierfür kann zum Teil in der Abhängigkeit der Lichtabsorption des Metalls vom Gasgehalt liegen, zum anderen Teil ist aber jedenfalls auch eine Veränderung der Größe der Ablösungsarbeit anzunehmen. Um weiteren Einblick in die Erscheinung zu gewinnen, war es wichtig, den bisher (vgl. hierzu die Einleitung) nicht untersuchten Einfluß des Gasgehalts auf die *Austrittsgeschwindigkeiten* zu verfolgen.

a) Versuchsweise

Fig. 7 zeigt die Versuchsröhre mit Schaltskizze und Pumpenverbindung. Die Messingkugel in Fig. 1 ersetzen wir durch eine innen versilberte Glaskugel (Durchmesser 12 cm), in die wieder in Richtung der Strahlachse das zu untersuchende Metall, im vorliegenden Fall eine 0,005 mm dicke, 4 mm breite Platinfolie, eingeführt wird. Die Einführung geschieht durch zwei durch Bernstein isolierte (2 mm Durchmesser) Messingdrähte, die bei der Entgasung des Platins als Glühstromzuführungen dienen und bei den Messungen mit dem Elektrometer verbunden sind. Die Platinfolie ist, wie die Figur zeigt, derart aufgeschraubt, daß sie einerseits die Zuführungsklemmen vor Bestrahlung schützt, andererseits gegen die Glaskugel hin zylindrische Form besitzt, um den geforderten radialen Lauf der Kraftlinien möglichst wenig zu

1) C. Ramsauer, a. a. O. S. 1125.

stören. Ein in die Kugel eingeschmolzener Platindraht, der mit der Silberschicht Kontakt hat, gestattet das Anlegen von Spannung. Die Lichtquelle bleibt dieselbe wie vorher, nur wird diesmal der Spalt, der wieder auf $\lambda = 254 \mu\mu$ eingestellt ist, durch eine Quarzlinse auf dem Platin abgebildet. Die

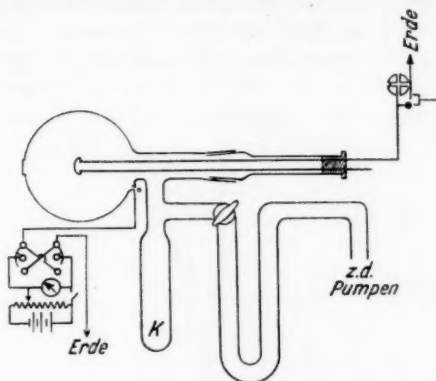


Fig. 7

Erzeugung des Vakuums geschieht unter Verwendung einer rotierenden und einer Diffusionspumpe folgendermaßen:

Das Kohlegefäß *K*, von dem die Verbindung zur Pumpe über ein U-förmiges Kühlrohr geht, das vom Kohlegefäß durch einen Hahn abgeschlossen ist, wodurch die Verbindung mit der Pumpe unterbrochen werden kann, wird mit zuvor gut ausgeglühter Kokoskohle gefüllt. Während zunächst nur die rotierende Pumpe arbeitet, werden die Apparateile vorsichtig erwärmt und das Kohlegefäß *K* stark erhitzt; drei- bis viermal wird so erhitzt. Mit dem Hahn wird dann die Verbindung der Röhre mit der Pumpe unterbrochen und die Diffusionspumpe in Betrieb genommen. Das U-Rohr wird mit flüssiger Luft gekühlt, um zu verhindern, daß Hg-Dämpfe in die Röhre gelangen. Sind jetzt beide Pumpen in Tätigkeit, so wird der Hahn wieder geöffnet, während *K* weiter stark erhitzt wird. Nach einigen Stunden wird der Hahn geschlossen und die Pumpe abgestellt und bei *K* mit flüssiger Luft gekühlt. Nachdem die Versuchsröhre nach mehrmaliger solcher Evakuie-

zung kurze Zeit gestanden hat, erfolgen die Messungen der Geschwindigkeitsverteilung bei noch gashaltiger Folie.

b) Versuche und Versuchsergebnisse mit gashaltiger Folie

Belichtet man die Platinfolie — die Belichtungsdauer, die während einer Meßreihe konstant bleibt, beträgt bei großer Empfindlichkeit im Durchschnitt 10 Sekunden (gemessen mit Metronom), bei kleiner Empfindlichkeit 20—30 Sekunden — mit der Linie $254\ \mu\mu$, so wird die Folie bei einer bestimmten Gegenspannung positiv aufgeladen. Bei der Bestimmung dieser

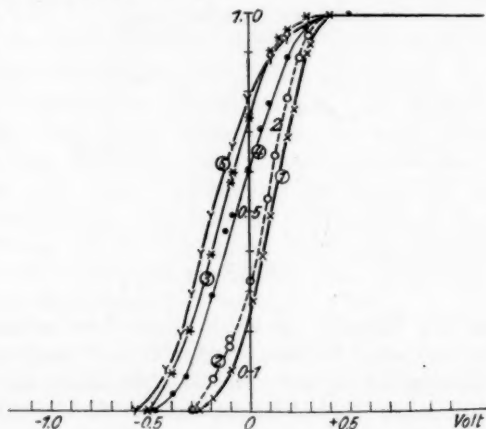


Fig. 8

Aufladungen werden nach je 3 oder 4 Messungen immer wieder diejenigen für die Gegenspannung Null aufgenommen, um wegen eventueller Schwankungen im Laufe des Versuchs Bezugsdaten zu haben.

Kurve 1 in Fig. 8 gibt die so beobachtete Geschwindigkeitsverteilung. Auf der Abszisse sind wie früher die Spannungen in Volt abgetragen, und die Ordinaten geben die Aufladungen am Metall als unmittelbares Maß für den lichtelektrischen Strom, wobei die Maximalaufladung gleich 1 gesetzt ist. Die schon früher (Fig. 3) hervorgehobene geringe Abweichung gegen die Kurve der Herren Richardson und Compton ist auch hier wieder festzustellen.

c) Entgasung der Folie

Nachdem sich die Verteilungskurven immer wieder gut für die gashaltige Folie haben reproduzieren lassen, auch dann, wenn eine neue Folie hat eingesetzt werden müssen, ist dazu übergegangen worden, Geschwindigkeitsverteilungen bei bestimmten Entgasungszuständen der Platinfolie aufzunehmen.

Dabei ist auch der Absolutwert der bei Feldfreiheit auftretenden Maximalmenge der austretenden Elektronen als

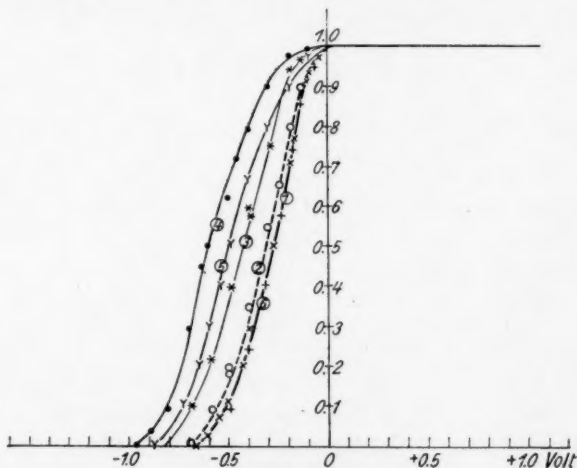


Fig. 9

solcher für sich berücksichtigt, da dieser einen unmittelbaren Schluß auf den jeweiligen Entgasungszustand ziehen läßt.

Um zunächst nur die adhärierende Gasschicht zu entfernen, wird die Platinfolie wenig geglüht (Zustand 2); es wurden hierzu fünf Glühungen bei dunkler Rotglut gewählt (Tab. 1). Die Dauer einer Glühung beträgt immer 30 Sekunden und die Glühungen erfolgen mit Zwischenpausen von ebenfalls 30 Sekunden. Die nächste Entgasung wird schon etwas weiter getrieben. Durch 75 Glühungen der Folie in heller Rotglut wird Zustand 3 erreicht. Beim Fortsetzen der Entgasung durch Ausglühung mit immer stärkerem Glühstrom werden immer bessere Entgasungszustände (Zustand 4, Zustand 5)

erzielt. Zustand 6 ist derjenige der wieder gashaltigen Folie, nachdem sie nach der Entgasung 24 Stunden in der luftgefüllten Versuchsröhre gestanden hat.

Tabelle 1

Anzahl d. Glühungen bis z. entsprechenden Zustand	Nähere Bezeichnung der Glühungen	Entgasungs- zustand
—	—	1
5	dunkle Rotglut	2
75	helle Rotglut	3
80	Gelbglut	4
90	helle Gelbglut	5
—	—	6~1

Nach der ersten Glühreihe, die zu Zustand 2 führt, sowie nach je 10 Glühungen werden die Glühstromzuleitungsdrähte mit dem Elektrometer verbunden und jeweils die Maximalaufladungen gemessen. Bezieht man diese Mengen, als Maß für die emittierte Gesamtelektronenzahl, auf gleiche Elektrometerempfindlichkeit und Belichtungszeit und trägt sie in Skalenteilen als Ordinate auf und dazu die Anzahl der Glühungen als Abszisse, so erhält man ein Bild von dem Fortschreiten der Entgasung.

Fig. 10 zeigt diese Abhängigkeit der Maximalmenge vom Gasgehalt, gerechnet von der dem Ausgangszustand 1 zukommenden Maximalmenge an; an den durch Ziffern besonders bezeichneten Stellen sind gleichzeitig die Geschwindigkeitsverteilungen gemessen worden. Der Kurvenzug, der denselben Charakter wie bei den Herren Sende und Simon¹⁾ trägt, läßt deutlich auf den Entgasungszustand der Platinfolie schließen.

Der Punkt der ersten Kurve, der dem Zustand 2 entspricht, liegt auf einem steil aufsteigenden Ast, der bei weiteren Glühungen, die hier zunächst nicht beabsichtigt waren, noch um ein beträchtliches Stück steigen würde. Es ist hier absichtlich nur ein kleiner Anfang zur Entgasung gemacht und es sind, wie bereits erwähnt, nur die oberflächlichen Gas-schichten zum Teil beseitigt. Es tritt während der Verteilungs-

1) M. Sende u. H. Simon, Ann. d. Phys. 65. S. 712. 1921. Vgl. auch: K. Herrmann, Ann. d. Phys. 77. S. 503. 1925; E. Woodruff, Phys. Rev. 26. S. 655. 1925.

messung nicht so sehr als während der Zeit bis zur Inangriffnahme der nächsten Glühreihe Gasrückdiffusion in die vorher entgasten Folienteile ein, und die Empfindlichkeit des Platins wandert zurück auf einen Wert, der dem Anfangspunkt der nächsten Glühreihe entspricht, die zu Zustand 3 führt. Den ersten Teil dieser Glühkurve (wie der anderen) haben wir gestrichelt gezeichnet, um auszudrücken, daß es sehr wohl möglich ist, daß das Ansteigen der Kurve zwischen Punkten

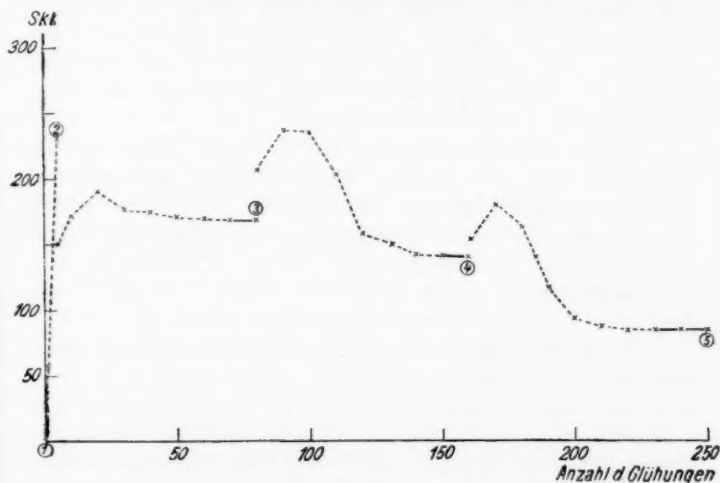


Fig. 10

dieses Teils nach höheren Werten erfolgt. Das allmähliche Horizontalwerden der Glühkurve zeigt uns an, daß mit dem gerade angewandten Glühstrom ein stationärer Entgasungszustand erreicht ist, der auch, wie die Beobachtung zeigt, für die Zeit der Verteilungsmessung stabil ist und also auch kaum merklich Gasrückdiffusion feststellen läßt.

Die verschiedenen Glühkurven kommen mit größer werdender Zahl der Glühungen mit ihrem horizontalen Ende zu immer kleineren Werten, die kleinerer Empfindlichkeit entsprechen, die wir also in Übereinstimmung mit den Messungen der Herren Sende und Simon immer besserer Entgasung zuschreiben können.

Am Ende einer jeden Glühreihe, die zu dem entsprechenden Zustand geführt hat, sind nun bei höchstem Röhrenvakuum die Geschwindigkeitsverteilungskurven gemessen worden. In Fig. 8 sind dieselben gezeichnet. Die Abszisse gibt dabei zunächst die unmittelbar gemessenen, angelegten Spannungen noch ohne Korrektur an. Man beobachtet, daß jedem Entgasungszustand eine besondere Verteilungskurve zugehört, daß der Gasgehalt also einen deutlichen Einfluß auf die Kurven hat. Dieser Einfluß betrifft weniger die Gestalt als die Lage der Kurven. Es machen sich deutliche Verschiebungen bemerkbar. Man erkennt, daß diese zum Teil auf Verschiebungen des Feldnullpunkts — infolge Änderungen des Kontaktpotentials — zurückzuführen sind.

Wollen wir diese Kurven, die in Fig. 8 unmittelbar so abgebildet sind, wie sie der Versuch liefert, untereinander besser vergleichen können, so betrachten wir Fig. 9, in der ihre ursprünglich wegen verschiedenen Kontaktpotentials nicht zusammenfallenden Anfangspunkte auf den Nullwert der Geschwindigkeitsskala gelegt sind. Es bleibt auch jetzt ein deutlicher Einfluß des Entgasungszustands bestehen.

Die Verteilungskurven rücken mit wachsender Entgasung nach links, dann wieder etwas nach rechts. Die Ursache liegt in erster Linie in der Veränderung der Grenzwelle, die mit wachsender Entgasung, wie dies auch anderen Beobachtungen entspricht¹⁾, nach längeren, dann wieder nach kürzeren Wellen rückt. Der Vergleich der relativen Verschiebung in verschiedenen Ordinatenhöhen deutet an, daß aber neben diesem Einfluß einer veränderten Grenzwelle offenbar auch noch eine Veränderung der Geschwindigkeitsverteilungskurve, hauptsächlich im Bereich der mittleren Geschwindigkeiten, bei der Entgasung auftreten kann. Um letzteres zu veranschaulichen, haben wir die Kurven 3, 4, 5 in Fig. 9 zum besseren Vergleich mit 1 in Fig. 11 so gezeichnet, daß der Einfluß der Grenzwellenverschiedenheit durch Reduktion auf gleiche Maximalgeschwindigkeit ausgeschaltet wird.

In den weiter oben schon erwähnten Untersuchungen²⁾,

1) R. Suhrmann, Ann. d. Phys. 67. S. 43. 1922.

2) J. Kluge, Ann. d. Phys. 82. S. 432, 438. 1927. — W. Bennewitz, a. a. O. 83. S. 918. 1927.

die sich ebenfalls der Zentralfeldmethode zur Messung der Geschwindigkeitsverteilung bedienen, ist die Verschiebung der Grenzwellen kontrolliert. Die Verschiebung im obigen Sinne ist in den dort mitgeteilten Kurven — Integralkurven, die auch in ihrer ursprünglichen differenzierten Form abgebildet sind, — auch zu erkennen. Im vorliegenden sind die Gegenspannungskurven nicht differenziert, da sie in ihrer Form die Einzelheiten der Verteilung und das durch den Versuch Ergründete viel genauer erkennen lassen als die durch Differentiation erhaltenen Kurven, die durch diese nicht genau genug auszuführende Umarbeitung nichts gewinnen.

Hervorheben wollen wir noch die mit unseren Ergebnissen übereinstimmende Steilheit der Gegenspannungskurven des Hrn. Bennewitz (soweit man aus den Kurven auf S. 925 sehen kann) zum Unterschied von denen des Hrn. Kluge. Der Grund für diese Verschiedenheit ist nicht ohne weiteres einzusehen, da in beiden Untersuchungen dieselbe Versuchsröhre mit nur geringer Abweichung von der Foliengröße benutzt wird.

Die Gasrückdiffusion haben wir auch sehr deutlich beobachten können. Sie hat natürlich bei den Anfangsentgasungszuständen besonders berücksichtigt werden müssen. Bei den von uns angewandten Endzuständen ist die Empfindlichkeit während einer Versuchsreihe konstant geblieben.

Wenn auch die einzelnen Entgasungszustände bei den oben mitgeteilten Arbeiten und bei der vorliegenden Untersuchung keine absoluten Vergleiche zulassen, so geht doch aus der Gesamtheit der vorliegenden Beobachtungen hervor,

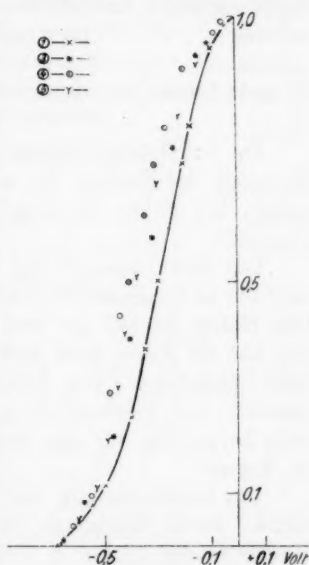


Fig. 11

daß die nachweisbare Geschwindigkeitsverteilung zwar in erster Näherung nicht wesentlich von der Natur des erregten Körpers abhängt, daß aber im einzelnen doch deutliche Einflüsse der Beschaffenheit desselben vorhanden sind, so daß volle Materialunabhängigkeit, wie es seither den Anschein haben konnte, nicht vorliegt. Im gleichen Sinne sprechen Beobachtungen anderer Art, die wir im folgenden Abschnitt betrachten werden.

C. Abhängigkeit der Geschwindigkeitsverteilung von der Dicke dünner Platinschichten

Da von solchen Messungen nähere Kenntnis der Durchlässigkeit der Metalle für kleinste Geschwindigkeiten zu erwarten ist, haben wir eingehende Versuche zu dieser Frage angestellt.

Die Versuchsanordnung bleibt dieselbe wie in Fig. 6. Es wird nur an Stelle der Platinfolie ein Schichthalter aufgeschraubt. Der Halter ist auf der dem Licht zugekehrten Seite beruht und hat die Form eines Hohlraums, der etwa durchgehendes Licht absorbiert. Die Schichtseite ist der Lichtquelle zugekehrt. Die Platinschichten werden durch Kathodenzerstäubung hergestellt, nur eine von ihnen durch Metallverdampfung im Vakuum.

Die Dickenmessung der untersuchten Platinschichten geschieht durch Ermittlung der Intensität des an der Schicht durchgehenden Lichts in Bruchteilen des einfallenden Lichts nach bereits bekannten Daten.¹⁾ Die Intensitäten des Lichts werden mit Hilfe einer Kaliumzelle elektrometrisch gemessen. Die benutzten Schichtdicken sind in Tab. 2 verzeichnet.

Tabelle 2

Schicht Nr.	Art der Herstellung	Dicke der Schicht
1	Verdampf.	35 μ
2	Kathode zerst.	9
3	" "	14
4	" "	32
5	" "	5,5
6	" "	1,9

1) H. Goldschmidt u. H. Dember, Ztschr. f. techn. Phys. 7. S. 141. 1926.

Die Platinschichten haben durch einen sie umgebenden, zuerst auf die Quarzplatte gestäubten Schichtring immer guten Kontakt mit der Halterfeder. Es muß freilich dafür Sorge getragen werden, daß kein Licht auf den Kontakttring fällt.

Die ziemlich große lichtelektrische Empfindlichkeit und die Möglichkeit guter Reproduktion lassen eine große Genauigkeit und einen großen Kurvenmaßstab zu.

Fig. 12 zeigt die Verteilungskurven für alle untersuchten Schichten. Die Geschwindigkeitsverteilungskurven der Schichten 1 bis 5 (Tab. 2) fallen alle gleich aus. Ein Einfluß der Dicke ist also bis zu $5,5 \mu$ herab weder auf die Geschwindigkeitsverteilung noch auf die Absolutwerte der Geschwindigkeiten zu erkennen.

Bei weiter verringerter Dicke dagegen macht sich ein Einfluß bemerkbar. Dieser bezieht sich zweifellos nicht auf die Grenzwelle, da die größten nachweisbaren Geschwindigkeiten auch hier keine Veränderung erfahren haben. Dagegen deutet der abweichende Verlauf im Bereich der kleinsten Gegenspannung an, daß die bei dickeren Schichten beobachteten langsamsten Elektronen an Zahl jetzt wesentlich zurücktreten. Es sind also nur die allerlangsamsten Elektronen, die bei dünnster Schicht nicht auftreten. Diese müssen, wie es scheint, durch Verlangsamungen dieser an sich außerordentlich langsamen Elektronen in den dickeren Meßschichten erklärt werden, ein Schluß, der anzeigt, das offenbar auch langsamste Elektronen (Größenordnung 0,1 Volt) in Materie noch Verzögerungen erleiden. Damit ist angezeigt, daß Geschwindigkeitsverluste jedenfalls zu einem Teil als Ursache für die besondere Form der Geschwindigkeitsverteilung zu betrachten sein werden.

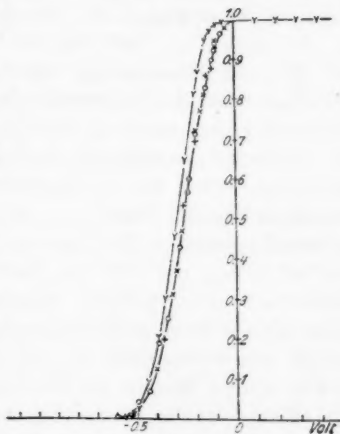


Fig. 12

Bei den benutzten ganz dünnen Schichten hat auch sehr gut festgestellt werden können, wie bei Anfang der Belichtung, bei Beginn einer Meßreihe, die lichtelektrische Empfindlichkeit kurze Zeit steigt. Konstanz der Lichtquelle ist natürlich vorhanden gewesen. Da die Schichten längere Zeit vor ihrer Untersuchung in gutem Vakuum stehen, das durch langes Pumpen erreicht worden ist, so ist vielleicht ein Einfluß des Gasgehalts¹⁾ zur Erklärung dieser Erscheinung nicht ausreichend.

D. Abhängigkeit der Elektronengeschwindigkeiten von der Lichtrichtung

Wie die Elektronenmengen und -geschwindigkeiten an Metallschichten sich bei verschiedener Lichtrichtung — bei auffallendem Licht, wenn die auf Quarz niedergeschlagene Schicht der Lichtquelle zugekehrt ist (Schicht vorn), und bei durchgehendem, wenn die Metallschicht von der Lichtquelle weggerichtet (Schicht hinten) — verhalten, ist früher vielfach²⁾ untersucht worden. Bei diesen Untersuchungen jedoch, die ergeben haben, daß die vom durchgehenden Licht ausgelösten Elektronen eine größere maximale Anfangsgeschwindigkeit haben als die durch einfallendes emittierten, besteht der Hauptmangel an Genauigkeit in der Anwendung nichthomogenen Lichts. Dieser Mangel ist beseitigt in einer Untersuchung des Hrn. Ramsauer³⁾, in der bei Anwendung spektral zerlegten Lichts und der magnetischen Meßmethode die Unabhängigkeit der Geschwindigkeitsverteilung von dem Einfallswinkel des Lichts für den Bereich von 0° — 90° nachgewiesen ist. Hr. Piersol⁴⁾ hat in seiner Arbeit den Winkelbereich erweitert und die Geschwindigkeiten an dünnen Platinschichten untersucht, wobei er ebenfalls homogenes Licht benutzt hat. Da aber seine Versuchsanordnung nicht geeignet ist, ein zutreffendes Bild der wahren Geschwindigkeitsverteilung zu liefern, so haben wir die Frage erneut in Angriff genommen.

1) S. Werner, Upsala Univ. Årsskrift 1913/14.

2) Vgl. auch hierfür die ausführliche Zusammenstellung von A. Becker u. P. Lenard, *Lichtelektrische Wirkung* in: *Wien-Harms' Handb. d. Experimental-Physik*.

3) C. Ramsauer, *Ann. d. Phys.* 45. S. 961, 1121. 1914.

4) R. J. Piersol, *Phys. Rev.* (2) 23. S. 144. 1924.

Unsere Versuchsanordnung entspricht der in Fig. 1. In der Hauptsache haben wir Versuche mit auffallendem Licht (Schicht vorn) und mit durchgehendem (Schicht hinten) durchgeführt. Zur Ausführung der Versuche läßt sich die Anordnung des Zentralfeldes mit der Einführung der Belichtelektrode von hinten (vgl. A.) kaum verwenden. Eine Anwendung des Homogenfeldes ist unmöglich gewesen, da sich der Einfluß der Licht- und Elektronenreflektion als zu groß gezeigt hat. Wir haben deshalb die Metallschichten — Wolframschichten von ungefähr $20\ \mu$ Dicke — von obenher eingeführt, obschon uns der störende Einfluß dieser Anordnung auf die Breite der Geschwindigkeitsverteilungskurven bekannt gewesen ist. Dieser Einfluß ist jedoch hierbei infolge dünner Zuführung auf ein Minimum reduziert, und er macht sich in gleicher Weise bei allen Emissionsrichtungen geltend, so daß er den Vergleich nicht beeinflußt.

Um die Gegenspannungsmessungen bei genau gleichen Verhältnissen für auffallendes und durchgehendes Licht aus-

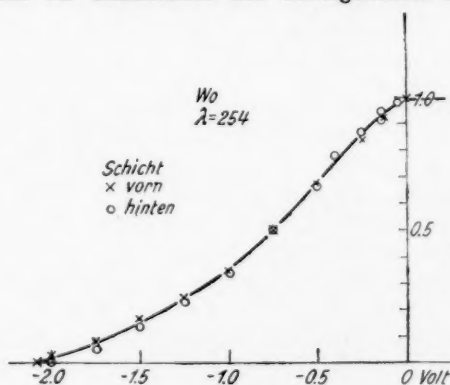


Fig. 13

führen zu können, haben wir während einer Meßreihe die zu untersuchende Schicht immer wieder gedreht und hintereinander für jene beiden Lichtrichtungen im gleichen Röhrenvakuum durchgemessen. Fig. 13 zeigt das Ergebnis der Messungen. Die Kurve mit dem \times gilt für auffallendes, die mit \circ für durchgehendes Licht; beide Verteilungskurven

fallen, soweit die Versuchsgenauigkeit geht, vollständig zusammen. Wir sehen also, daß wirklich kein Unterschied in der Geschwindigkeitsverteilung besteht, ob die Elektronen in Richtung des Lichtstrahls oder in entgegengesetzter Richtung aus den Schichten emittiert werden.

Zusammenfassung

A. Methode der Geschwindigkeitsmessung

Es wird die Methode des Homogenfeldes mit der Meßmethode des Zentralfeldes vereinigt, um genaue Geschwindigkeitswerte zu erhalten. Die Elektronen werden durch Licht von der Wellenlänge $\lambda = 254 \mu\mu$ ausgelöst. Nach Berücksichtigung von Fehlerquellen (Anordnung, Größe und Form der Belichtelektrode) sind Geschwindigkeitsverteilungen für Kupfer, Platin, Aluminium und Ruß aufgenommen worden.

Die Beobachtungen zeigen, daß sich die Verteilungskurven, abgesehen von Verschiedenheiten infolge verschiedener Grenzwelle bei den einzelnen Stoffen, nicht vollkommen decken, daß also offenbar ein gewisser Materialeinfluß auch auf den Relativverlauf der Kurven besteht.

B. Abhängigkeit der Geschwindigkeitsverteilung vom Gasgehalt bei Platin

Die Geschwindigkeitsverteilung an Platin wird in Abhängigkeit von seinem Gasgehalt untersucht. Die Verteilungskurven rücken mit wachsender Entgasung nach größeren und dann wieder nach kleineren Geschwindigkeiten; die Hauptursache liegt in der Veränderung der Grenzwelle. Kontaktpotentiale verschieben ebenfalls die Lage der Verteilungskurven. Außerdem wird eine Veränderung der Kurvenform, hauptsächlich im Bereich der mittleren Geschwindigkeiten, beobachtet, welche schließen läßt, daß deutliche Einflüsse der Beschaffenheit des erregten Körpers vorhanden sind.

C. Abhängigkeit der Geschwindigkeitsverteilung von der Dicke dünner Platinschichten

Die Geschwindigkeitsverteilung, gemessen an Platinschichten, ist nur bei allerdünnsten Schichten verändert und zwar treten bei diesen allerlangsamste Elektronen merklich

zurück. Die Veränderung ist vielleicht, wenn nicht andere, noch unerkannte Ursachen vorliegen, durch die Annahme zu erklären, daß auch langsamste Elektronen (Größenordnung 0,1 Volt) in Materie noch Verzögerungen erleiden.

D. Abhängigkeit der Elektronengeschwindigkeiten
von der Lichtrichtung

Untersucht werden Wolframschichten in den zwei Stellungen „Schicht vorn“ und „Schicht hinten“. Die Absolutwerte und Verteilung der Geschwindigkeiten sind unabhängig vom Einfallswinkel des Lichts.

Vorliegende Arbeit wurde auf Anregung von Hrn. Prof. Dr. A. Becker im Physikalischen und Radiologischen Institut der Universität Heidelberg ausgeführt. Ich fühle mich verpflichtet, Hrn. Geh. Rat Prof. Dr. P. Lenard für die große Anteilnahme und Hrn. Prof. Dr. A. Becker für die stete Förderung und vielen Ratschläge bei der Durchführung dieser Arbeit meinen herzlichsten Dank auszusprechen.

(Eingegangen 10. Februar 1928)

**7. Untersuchungen
über den elektrodenlosen Ringstrom ¹⁾;
von G. Mierdel**

(Hierzu Tafel XVI)

Die Untersuchung elektrodenloser Entladungen speziell in der Form des „elektrodenlosen Ringstromes“ bietet vom Standpunkt der Gasentladungstheorie aus den großen Vorteil, daß hier die Zahl der normalerweise in Frage kommenden Versuchsparameter, die einen großen Einfluß auf die beobachteten Erscheinungen haben, beträchtlich vermindert ist. Es kommen hier alle diejenigen Vorgänge in Fortfall, die sich an den Elektroden einer gewöhnlichen Entladung abspielen und, besonders was die Kathode betrifft, von grundsätzlicher Bedeutung für den gesamten Entladungsmechanismus sind, deren Eingliederung in den Rahmen einer vollständigen Gasentladungstheorie jedoch noch immer die größten Schwierigkeiten macht.

Zu diesem prinzipiellen Vorzug gesellt sich noch ein zweiter vom experimental-technischen Standpunkte aus. Die Abwesenheit metallischer Massen im Innern des Stromgefäßes ermöglicht, besonders bei Verwendung von Quarzgefäßen, eine sehr viel weitergehende Reinigung des Entladungsgefäßes und auch der zur Verwendung gelangenden Füllgase.

Dabei ist nun allerdings zu bedenken, daß alle elektrodenlosen Entladungsformen ausnahmslos nur mit hochfrequenten Wechselströmen betrieben werden können; sei es im Falle von Außenelektroden, wo der Strom als Verschiebungsstrom die Glaswand durchsetzt, oder beim Ringstrom, wo die zum Durchbruch nötige EMK. durch elektromagnetische Induktion von seiten einer umgebenden Spule im Gasinnern erzeugt wird.

Unter dem Einfluß solcher schnellen Wechselfelder — in Frage kommen hierbei Frequenzen von etwa 10^6 Hertz —

1) Gekürzte Habilitationsschrift.

bewegen sich naturgemäß die Ionen und Elektronen in ganz anderer Weise als bei einer mit Gleich- oder langsamem Wechselstrom betriebenen Glimmentladung. Insbesondere interessiert in diesem Zusammenhang die Frage, wie groß die induzierte elektrische Feldstärke sein muß, damit der Ringstrom zündet, da man von vornherein nicht erwarten darf, daß hier eine Übereinstimmung mit den Verhältnissen an Innenelektroden besteht, und zwar einmal wegen des Fortfalls aller an der Grenzfläche Metall-Gas stattfindenden Elektronen befreienden Vorgänge, sondern auch infolge der durch die hohe Frequenz des Wechselfeldes bedingten Komplikationen der Ionenbewegung. Diese Überlegungen werden in Teil I näher diskutiert und durch Messungen der Durchbruchfeldstärke ergänzt.

Einen zweiten Fragenkomplex, für dessen Studium die elektrodenlosen Entladungen von Bedeutung zu sein scheinen, bieten die Erscheinungen des sog. Clean-up. Man versteht darunter bekanntlich die Tatsache, daß in normalen Glimmentladungen bei längerer Betriebsdauer ein allmähliches Verschwinden des ursprünglich vorhandenen Gasinhalts zu konstatieren ist. Obwohl dieser Effekt bereits mehrfach an fast allen Entladungsformen eingehender untersucht worden ist¹⁾, fehlen noch systematische Messungen an elektrodenlosen Entladungen, die hier wiederum den Vorteil bieten, den reinen Clean-up-Effekt ohne Störung durch die Anwesenheit metallischer Massen und deren Absorptionsfähigkeit oder der durch Kathodenzerstäubung gebildeten dünnen Metallbeschläge untersuchen zu können (Teil II).

Drittens endlich ist von jeher der elektrodenlose Ringstrom von dem Spektroskopiker gern benutzt worden, da er infolge der Mannigfaltigkeit der Anregungsbedingungen fast das ganze Spektrum eines Gases in einem eng begrenzten Raum zeigt, während in der gewöhnlichen Glimmentladung z. B. eine oft recht weitgehende räumliche Trennung der einzelnen Spektren ein und desselben Gases stattfindet. Neuerdings geht allerdings auch hier das Hauptinteresse mehr dahin,

1) Vor einiger Zeit hat E. Pietsch, *Ergebn. d. exakt. Naturw.* 5. S. 213. 1926, darüber berichtet.

gerade die Verschiedenheit der Intensitätsverteilung der einzelnen Spektren zu benutzen, um Schlüsse zu ziehen auf die Anregungsverhältnisse der Teilspektren.

Bereits dem subjektiven Anblick verrät sich die feinere optische Struktur der Ringentladung durch die besonders in reinen Gasen leicht auftretenden verschieden gefärbten konzentrischen Schichten, deren wesentliche Anordnung aus folgender qualitativen Übersicht hervorgeht:

Gasfüllung	außen	innen
Luft	blau	rotbraun
N ₂	"	rot
O ₂	bräunlich	moosgrün
H ₂	rot	blauviolett
A	blau	rot
He	rot	gelbgrün

Aus der Tatsache, daß der spektrale Schwerpunkt der Lichtemission in den Randzonen nach dem kurzwelligen Ende des Spektrums zu verschoben ist, folgt bereits, daß am Rande auch die kräftigsten Anregungsbedingungen herrschen. Diese Tatsache ist bereits des öfteren benutzt worden, in letzter Zeit besonders von L. und E. Bloch¹⁾, um die Spektren verschiedener Anregungsstufen (Bogen- und Funkenspektren) voneinander zu trennen oder überhaupt bezüglich der Träger gewisser Spektren Schlüsse zu ziehen.²⁾

Umgekehrt kann man natürlich auch so vorgehen, daß man die von anderer Seite her bekannten Anregungseigenschaften gewisser Spektrallinien dazu benutzt, um damit auf die Verteilung der Elektronendichte und Geschwindigkeiten im Ringstrom zu schließen. Insbesondere wäre es von diesem Standpunkte aus interessant zu prüfen, inwieweit die in Teil I entwickelten Vorstellungen über den Ionenmechanismus des Ringstromes sich durch spektroskopisches Beobachtungsmaterial bestätigen lassen. Die diesbezüglichen Ergebnisse sind in Teil III diskutiert.

1) L. u. E. Bloch, *Compt. rend.* 180. S. 781 u. 1740. 1925; *Journ. de Phys.* 4. S. 333. 1923; 7. S. 129. 1926.

2) G. Herzberg, *Ann. d. Phys.* 84. S. 553 u. 565. 1927.

Teil I. Ionenmechanismus des Ringstromes

A. Bewegung der Träger

Durch das senkrecht zur Ringstromebene gerichtete, mit der Frequenz ν pulsierende Magnetfeld H wird ein Wirbel elektrischer Kraft im Ringstromgefäß induziert, unter dessen Einwirkung etwa bereits vorhandene Ionen zu pendeln beginnen.

Wir bedienen uns folgender Vereinfachungen:

1. Die Schwingungen sind ungedämpft.
2. Das Magnetfeld H ist innerhalb des Ringstromgefäßes homogen.

Es sei nun $H = -H_0 \cdot \cos(\omega t)$, wo $\omega = 2\pi\nu$, so daß die am Umfange eines Kreises mit dem Radius r induzierte EMK. sich ergibt zu:

$$V = H_0 \cdot r^2 \pi \cdot \omega \cdot \sin(\omega t)$$

und die Feldstärke

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cdot \sin(\omega t),$$

wo

$$\mathcal{E}_0 = \frac{H_0 r \omega}{2}.$$

Wir nehmen nunmehr an, daß der Ringstrom bereits gezündet hat, daß also eine gewisse Anzahl Ionen beiderlei Vorzeichens im Gasraum vorhanden sind, und untersuchen zunächst die unter dem Einfluß der induzierten Feldstärke

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cdot \sin \omega t$$

entstehende Bewegung eines Ions, dessen Masse und Ladung durch die Konstanten μ und ε gekennzeichnet seien. Da das Ion eine tangential gerichtete Geschwindigkeit bekommt, würde es in Gebiete größerer Feldstärken gelangen; um die daraus sich ergebende Komplikation der Rechnung zu umgehen, vernachlässigen wir die Verschiebung der Ionen in radialer Richtung und nehmen daher an, daß sich der Scheitelwert der Feldstärke nicht ändert.

In diesem Falle lautet die Bewegungsgleichung des Ions:

$$\mu \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} = \mathcal{E}_0 \cdot \varepsilon \cdot \sin(\omega t),$$

wenn wir als x -Richtung die Bahntangente wählen. Die Integration ergibt sukzessive:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{\varepsilon}{\mu} \cdot \frac{\mathcal{E}_0}{\omega} \cdot \cos \omega t + B$$

und

$$x = -\frac{\varepsilon}{\mu} \cdot \frac{\mathcal{E}_0}{\omega^2} \cdot \sin \omega t + Bt + C.$$

Die Integrationskonstanten B und C bestimmen sich aus den Anfangsbedingungen. Soll z. B. das Ion zur Zeit $t = 0$, also beim Beginn einer neuen Schwingung, die Geschwindigkeit 0 haben und sich an dem Ursprung des Koordinatensystems ($x = 0$) befinden, so wird:

$$C = 0$$

$$B = \frac{\varepsilon}{\mu} \cdot \frac{\mathcal{E}_0}{\omega}$$

und damit:

$$x = \frac{\varepsilon}{\mu} \cdot \frac{\mathcal{E}_0}{\omega} \left(t - \frac{1}{\omega} \cdot \sin \omega t \right)$$

und

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{\varepsilon}{\mu} \cdot \frac{\mathcal{E}_0}{\omega} (1 - \cos \omega t),$$

d. h. also, die Geschwindigkeit pendelt zwischen 0 und $\frac{2\varepsilon}{\mu} \cdot \frac{\mathcal{E}_0}{\omega}$ hin und her, wobei der Wert 0 jedesmal bei Beginn einer neuen Schwingung, also bei $\omega t = 0, 2\pi, 4\pi \dots$ erreicht wird.

Die Annahme $v = 0$ für $t = 0$ erweist sich nun allerdings als zu speziell und nicht einmal allzu plausibel. Sie würde bedeuten, daß das Ion nur im Moment $t = 0$, wo also auch gerade die Feldstärke \mathcal{E} verschwindet, durch Stoß eines primären Ions entsteht. Dasselbe gilt auch für die Annahme, die J. J. Thomson¹⁾ kürzlich gemacht hat, und die in unserer Bezeichnungsweise bedeutet: $v = 0$ für $\omega t = \frac{\pi}{2}$.

Allgemeiner wird man den Ansatz machen müssen, daß die Entstehung eines Ions in einer bestimmten Phase ωt_0 vonstatten geht und daß sich diese Phasen über die ganze Schwingungsdauer in einer allerdings noch nicht zu übersehenden Weise verteilen.

Es wird dann

$$B = \frac{\varepsilon}{\mu} \cdot \frac{\mathcal{E}_0}{\omega} \cos(\omega t_0)$$

1) J. J. Thomson, Phil. Mag. 4. S. 1128. 1927.

und der von der Zeit abhängige Teil von x :

$$(1) \quad x = \frac{s}{\mu} \frac{\mathcal{E}_0}{\omega^2} [\omega \cdot \cos(\omega t_0) \cdot t - \sin \omega t].$$

Der Anschaulichkeit halber sind in Fig. 1 die Geschwindigkeit und Lagekoordinate eines Ions nach Gleichung (1) für

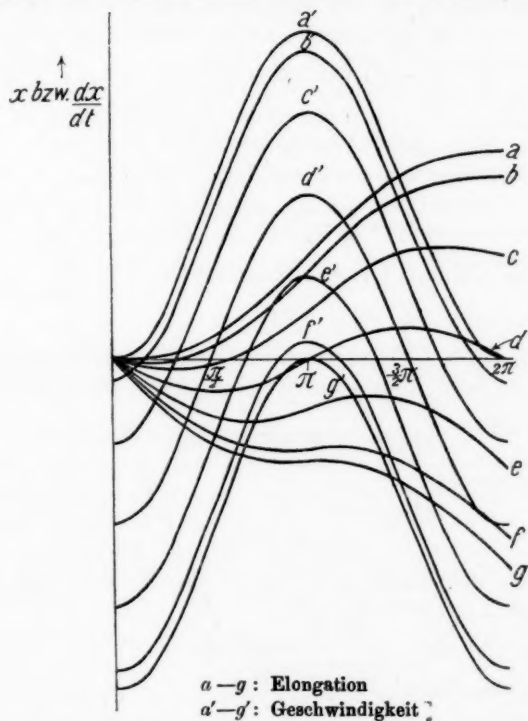


Fig. 1

einen vollen Wechsel der elektrischen Feldstärke dargestellt, und zwar für die Phasen $\omega t_0 = 0, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ$ und 180° . Man sieht also, daß nur für $\omega t_0 = 90^\circ$ die Bewegung eine rein sinusförmige ist, so daß das Ion um einen festen Ort pendelt, während in allen anderen Fällen sich der Sinusbewegung eine gleichmäßig fortschreitende Bewegung überlagert.

Es wird an dieser Stelle interessieren, zu erfahren, was für Amplituden für die Schwingungen freier Ionen sich bei einer Ringstromanordnung der üblichen Dimensionierung nach Gleichung (1) ergeben würden. Für die in der vorliegenden Arbeit verwandte Apparatur (Anregung mit Funkenstrecke) berechnet sich z. B. für ein Funkenpotential von 26 KV. entsprechend einer Kugelfunkenstrecke von 0,8 cm Schlagweite:

$$\mathcal{E}_0 = 30 \text{ Volt/cm} = 0,1 \text{ CGS.}$$

Da sich für $\omega = 2\pi\nu$ durch Messungen mit dem Wellenmesser der Wert $19 \cdot 10^6$ Hertz ergab, so wird die Amplitude für freie Elektronen ($e/\mu = 1,766 \cdot 10^8 \text{ Coul/g}$),

$$x_0 = \frac{e}{\mu} \cdot \frac{\mathcal{E}_0}{\omega^2} = \underline{147 \text{ cm}}$$

und für ein positives Wasserstoffatomion:

$$\underline{x_0 = 0,08 \text{ cm.}}$$

Die maximalen Geschwindigkeiten, die unter den vorgegebenen Bedingungen überhaupt erreicht werden können, berechnen sich dann zu:

$$|V_{\max}| = 147 \omega (1 + \cos \omega t)$$

und für $\cos \omega t = 1$:

$$|V_{\max}| = 294 \omega$$

bzw.

$$= 0,16 \omega.$$

In Äquivalentvolt umgerechnet ergibt dies für den angenommenen Fall $\omega = 19 \cdot 10^6$ Hertz

$$\text{beim Elektron: } |V_{\max}| = 9000 \text{ Volt,}$$

$$\text{und beim pos. Ion: } |V_{\max}| = 5 \text{ Volt.}$$

Dagegen ist nun aber noch zu bemerken, daß die Elektronen den Maximalbetrag von 9000 Volt nie erreichen dürften, weil dazu riesige freie Weglängen und Apparatedimensionen erforderlich wären; jedoch dürfte ihre Geschwindigkeit bald den zur Lichtanregung und Ionisation erforderlichen Wert erreicht haben. Dies ist hingegen im Prinzip unmöglich für die positiven Ionen. Allerdings ist unsere Kenntnis über die ionisierende Fähigkeit positiver Ionen noch recht lückenhaft, besonders für die hier in Frage kommenden kleinen Geschwin-

digkeiten. Sicher ist hingegen, daß die positiven Ionen erst bei sehr viel größeren Geschwindigkeiten zur Lichterregung und Ionisation imstande sind als die Elektronen, daß also bei einer maximalen Geschwindigkeit von 5 Volt noch kein Gedanke von Ionisation von seiten positiver Ionen sein kann. Auf anschaulichste Weise ergibt sich das Resultat daraus, daß die positiven Ionen während ihrer so kleinen Schwingungsamplituden von etwa 0,08 cm in dem relativ schwachen Feld von 30 Volt/cm tatsächlich keine nennenswerten Energiemengen aufnehmen können.

Wir dürfen also als ziemlich sichere Folgerung aus unseren Betrachtungen hinnehmen, daß im elektrodenlosen Ringstrom nur Ionisation durch Elektronenstoß besteht, daß also in dieser Beziehung der Ringstrom in Analogie steht mit der positiven Säule der gewöhnlichen Glimmentladung.

Eine zweite Konsequenz betrifft die weitere Gestaltung der Ionenbahnen. Die Elektronen werden dank ihrer großen Schwingungsamplitude bald aus tiefer gelegenen Schichten an die Peripherie der Entladung hervordringen können, da man im wesentlichen mit tangentiellen Abflugrichtungen rechnen muß. Das wechselnde Magnetfeld bewirkt allerdings eine Ablenkung, die aber, da die Geschwindigkeit in den verschiedensten Phasen zu H steht¹⁾, bald nach außen, bald nach innen gerichtet ist und demnach im Mittel die Ionenbahnen nicht beeinflussen wird. Da nun die positiven Ionen im wesentlichen an ihrem Entstehungsort verbleiben, muß sich außen ein Überschuß an negativer Ladung ergeben, besonders die Glaswand wird sich negativ aufladen. Das ergibt dann wiederum ein schwaches, radial gerichtetes Feld, das nun auch die positiven Ionen nach außen treibt und den Elektronenbahnen eine ständige nach innen gerichtete Krümmung verleiht, so daß sie im wesentlichen den konzentrischen Kraftlinien folgen werden. Dieser Effekt der negativen peripheren Raumladungen muß sich natürlich besonders bei geringen

1) Bei Beschränkung auf den Fall $\omega t_0 = \frac{\pi}{2}$, J. J. Thomson, a. a. O. ergibt sich eine nach innen gerichtete Krümmung der Elektronenbahn mit dem Radius $r/2$.

Drucken zeigen, wenn die Elektronen tatsächlich bis in die äußeren Schichten des Ringstromes vordringen können.

Ich habe versucht, durch Sondenmessungen einen derartigen Raumladungseffekt nachzuweisen. Zwei voneinander isolierte Pt-Sonden wurden von außen drehbar in das Gefäß eingeführt, so daß sie in das Ringstromgebiet eintauchten, und außen durch ein empfindliches Galvanometer verbunden. Bei tangentialer Stellung der Sondenverbindungsline zeigte sich kein Strom, hingegen war bei radialer Stellung ein Strom

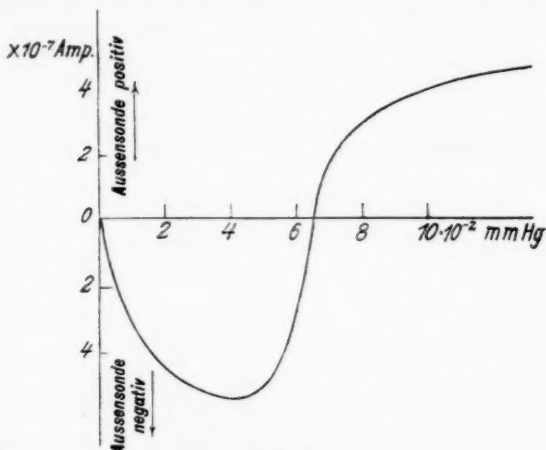


Fig. 2

meßbar, der bei niederen Drucken von der inneren Sonde zur äußeren floß, also tatsächlich ein radiales Spannungsgefälle in dem angegebenen Sinne vermuten läßt. Bei höheren Drucken allerdings kehrte sich die Stromrichtung um, vermutlich deshalb, weil nunmehr die innere Sonde nicht mehr in den leuchtenden Ring eintaucht (Fig. 2).

Zu einer genaueren Analyse der Vorgänge müßte man nunmehr noch die Wirkung der Raumladung einerseits und die Verteilung der Nullphasen (ωt_0) andererseits mit der daraus resultierenden Wirkung des Magnetfeldes berücksichtigen, was natürlich äußerst kompliziert und bei dem heutigen Stand der Kenntnisse über den Vorgang der Stoßionisation ins-

besondere die Ausbeute in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit überhaupt nicht durchführbar wäre. Auch dürfte sich eine derartige ins einzelne gehende Durchrechnung nicht lohnen, da sie doch nichts prinzipiell Neues ergeben würde.

Was wir aus der skizzierten Theorie des Ringstromes entnehmen können, ist also einmal, daß nur Elektronen als ionisierendes und lichtenregendes Agens in Frage kommen, und dann, daß nach außen hin die Geschwindigkeit der Elektronen zunimmt.

B. Die Durchbruchfeldstärke und die Anfangsspannung

Unter der Durchbruchfeldstärke versteht man bekanntlich ganz allgemein die größte in einem vorgegebenen Entladungsraum im Moment der Zündung vorkommende Feldstärke. Da nun bei den gebräuchlichen Entladungsformen mit Innenelektroden nach den üblichen Auffassungen zur Zündung stets eine gewisse Ionisation auch von seiten positiver Ionen notwendig ist, wäre es von Interesse zu untersuchen, ob eine Entladung wie der elektrodenlose Ringstrom, bei der nur Elektronen zur Ionisation kommen, bezüglich der Durchbruchfeldstärke oder Anfangsspannung prinzipiell anderen Gesetzen gehorcht, als den, die für die normalen Entladungen bekannt sind und sich auf Grund der Townsend-Schumannschen Theorie weitgehend auch ableiten lassen.

Beim Ringstrom ist natürlich die Durchbruchfeldstärke identisch mit der an der Peripherie herrschenden Feldstärke, die sich aus den geometrischen und elektrischen Daten der Anordnung berechnen läßt. Wie bereits Bergen Davis¹⁾ schloß, ist für ein und dieselbe Anordnung die periphere Feldstärke proportional der Spannung, bis zu der die Kondensatoren aufgeladen werden, also auch der Funkenspannung an der zur Anregung des Schwingungskreises dienenden Funkenstrecke. Bereits B. Davis hat einige diesbezügliche Messungen durchgeführt, und zwar an Luft, CO_2 , H_2 und He.

Es interessiert hierbei wiederum ein zahlenmäßiger Vergleich mit an gewöhnlichen Entladungsfeldern gewonnenen Ergebnissen über die Größe des Optimaldruckes, bei dem die

1) B. Davis, Phys. Rev. 20. S. 129. 1905.

Durchbruchsfeldstärke ein Minimum ist, und insbesondere dieser Mindestfeldstärke. Zu diesem Zwecke habe ich einige ergänzende Messungen der Durchbruchsfeldstärken in H_2 , Ar, N_2 und O_2 unternommen, deren Resultate in Fig. 3 dargestellt sind. Hierbei ist, des besseren Vergleiches wegen, als Abszisse das Produkt Druck-Schlagweite ($= p \cdot 2r\pi$) und als Ordinate die

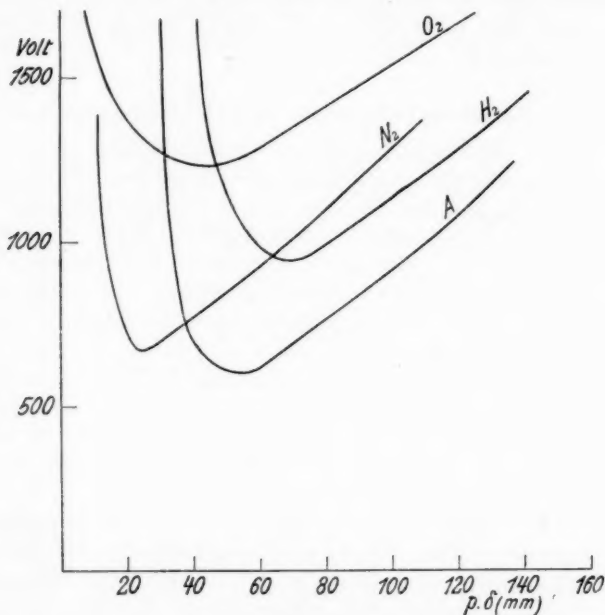


Fig. 3

Anfangsspannung ($\mathcal{E}_0 \cdot 2r\pi$) aufgetragen im Sinne des Paschen'schen Gesetzes, nach dem die Anfangsspannung nur eine Funktion des Produktes $p \cdot \delta$ sein soll.

An apparativen Einzelheiten ist hier noch folgendes zu erwähnen: Als Spannungsquelle diente in diesem Falle eine 20 Platten-Influenzmaschine, die einen gleichmäßigen Spannungsanstieg an der Funkenstrecke gewährleistete. Die Stromspule bestand aus 4 Windungen dicken Drahtes, die einen fast doppelt so großen Durchmesser hatten als das Ringstromgefäß. Man

erreicht so einmal eine größere Störungsfreiheit gegenüber den von der Spule ausgehenden elektrischen Feldern, dann aber auch eine größere Homogenität des Magnetfeldes in dem von der Kugel eingenommenen Bereich, so daß sich die induzierten Feldstärken genauer berechnen lassen, als wenn die Windungen direkt an der Kugeloberfläche liegen.

Der so erhaltene Zusammenhang zwischen Anfangsspannung und dem Produkt $p \cdot 2r\pi$ entspricht durchaus den bekannten typischen Kurven des Paschenschen Gesetzes, wie sie etwa W. O. Schumann¹⁾ zusammengestellt hat.

Damit ist natürlich noch nicht gesagt, daß das Paschensche Gesetz auch tatsächlich für den Ringstrom Geltung hätte; denn dazu wäre noch der Nachweis vonnöten, daß die Anfangsspannung nur vom Produkt $p \cdot \delta$ abhängig wäre, d. h. man müßte mit Kugeln von verschiedenen Dimensionen arbeiten.

Wir bringen in der folgenden Tabelle eine Zusammenstellung der V_{\min} - bzw. $(p \cdot \delta)_{\min}$ -Werte, sowohl nach den Beobachtungen B. Davis', als auch nach den Messungen der Fig. 3. Zum Vergleich sind in Kol. 4 und 5 die entsprechenden Werte, aus der Schumannschen Zusammenstellung entnommen, angeführt:

	V_{\min} Volt	$p \cdot \delta_{\min}$ (mm · mm)		V_{\min} Volt	$p \cdot \delta_{\min}$ (mm · mm)
Luft	840	32	Davis	330	6
CO ₂	1200	24		430	5
He	750	80		160	40
H ₂	1000	80		270	12
H ₂	950	70	Mierdel	270	12
O ₂	1220	42		450	4
N ₂	670	25		300	7
Ar	610	50		230	7,5

Ein einfacher Vergleich beider Tabellen zeigt, daß die am Ringstrom gemessenen Werte sowohl der minimalsten Anspannung als auch des dazugehörigen Produktes $p \cdot \delta$ beträchtlich größer sind, als die Messungen an Elektroden ergeben haben. Dieser Unterschied ist auch von vornherein zu erwarten, wenn

1) W. O. Schumann, Die elektrische Durchbruchfeldstärke von Gasen, Berlin 1923.

man sich folgendes überlegt: Die Messungen von Funkenpotentialen, auf Grund deren man bisher das Paschensche Gesetz bestätigt gefunden hat, sind unter Bedingungen ausgeführt worden, bei denen mit einer ionisierenden Wirkung der positiven Ionen gerechnet werden muß, und gerade darauf beruht ja z.B. die Herleitung des Townsendschen verallgemeinerten Ähnlichkeitsgesetzes, das sich in spezieller Form im Paschenschen Gesetz wiederfindet.

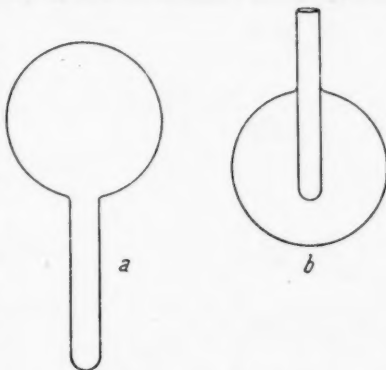
Beim Ringstrom hingegen, von dem wir sicher wissen, daß die positiven Ionen keine Stoßionisationen bewirken können, können wir auch daher nicht erwarten, daß hier derselbe Zusammenhang gilt wie bei der gewöhnlichen Entladung. Der Ausfall der positiven Ionisation erfordert in diesem Falle auch eine anderweitige Festlegung des Begriffes der Zündung, als sie die Townsendsche Theorie gibt. Thomson (a. a. O.) stellt als Bedingung zur Zündung auf, daß die Elektronen auf ihrer mittleren freien Weglänge die Ionisierungsspannung des betreffenden Gases durchlaufen und gelangt mit dieser Annahme rechnerisch für das die Entladung erzeugende Magnetfeld zu Werten, die beträchtlich kleiner sind als die tatsächlich erforderlichen (4,7 Gauss gegen etwa 30 Gauss).

Diese Diskrepanz scheint nun darauf hinzuweisen, daß es gar nicht so sehr auf die Ionisierungsfähigkeit der Primärionen ankommt, als vielmehr darauf, daß die sich anschließende Elektronenlawine in genügend kurzer Zeit zum erforderlichen Betrage anschwellen kann, und zwar so weit, bis die trägererzeugende Wirkung der trägervernichtenden (Rekombination) das Gleichgewicht hält. Eine genauere Durchrechnung dieses Zündproblems ist bei dem heutigen Stand unserer Kenntnisse natürlich aussichtslos.

Daß der Ringstrom ohne positive Ionisation existieren kann, ist nur deshalb möglich, weil er in sich geschlossen ist. Jede andere Entladung bedarf der Ionisation durch positive Ionen, damit überhaupt erst Elektronen an der Kathode entstehen können, sei es durch Ionisation in dem vom Kathodenmetall adsorbierten Gashäuten oder durch Auftreffen auf das Metall selbst. Beim Ringstrom allein besteht die Möglichkeit, daß alle Elektronen nur wieder durch Elektronen erzeugt werden können.

Teil II. Das „Clean-up“-Phänomen

Die Untersuchung des „Clean-up“-Phänomens mit der Methode des elektrodenlosen Ringstromes gibt einen Beitrag zu der Frage, wieweit die an Entladungen mit Innenelektroden beobachtete Gasauflagerung durch die Einwirkung der Metallteile (Kathodenzerstäubung) bedingt ist, oder ob bereits die Anwesenheit der Gefäßwände allein genügt, um den Effekt in demselben Umfange hervorzubringen. Unter diesem Gesichtspunkte habe ich die Clean-up-Erscheinungen von Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff, Luft und Argon untersucht. Die verwendete Apparatur weicht, was die elektrische Seite anbelangt, kaum von dem üblichen Schema ab: Ein Schwingungskreis, bestehend aus Selbstinduktion (gleichzeitig Stromspule für die Ringstromerzeugung) und zwei in Serie geschalteten Kapazitäten (Leydener Flaschen) wird durch eine Funkenstrecke angestoßen. Um die direkte Einwirkung der von der Spule ausgehenden elektrischen Felder auf den Entladungsraum möglichst herabzusetzen, ist sie in Schneckenform eben gewickelt. Das Ringstromgefäß bestand teils aus Quarz, teils aus Glas. Die verwendeten Glasgefäße hatten Kühlansätze und zwar wurden zwei Anordnungen benutzt, wie Fig. 4a und Fig. 4b zeigen.



a Außenkühlung. b Innenkühlung.

Fig. 4

Außerdem war stets an passender Stelle der Zuleitung von der Pumpe her (Stahldiffusionspumpe nach Gaede¹⁾) eine in flüssige Luft einzutauchende Hg-Falle eingeschaltet.

1) Für die Überlassung der Pumpe bin ich der Notgemeinschaft D. W. zu Dank verpflichtet.

1. Wasserstoff

Der Wasserstoff wurde teils elektrolytisch gewonnen und über P_2O_5 getrocknet, teils durch ein glühendes Pd-Röhrchen hindurchdiffundieren gelassen. Gänzliche Freiheit von Hg-Dampf (spektroskopisch) konnte erst nach längerem Ausheizen der Kugel bei angesetzter Vorkühlung erreicht werden (vgl. weiter unten). Beim Einschalten des Ringstromes sinkt der mit dem

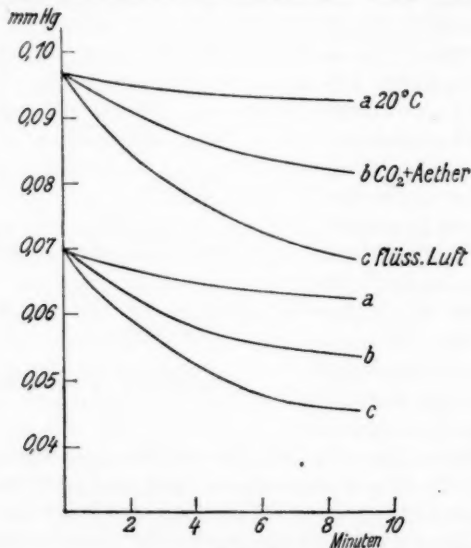


Fig. 5

McLeodmanometer gemessene Gasdruck kontinuierlich, besonders schnell dann, wenn mit flüssiger Luft gekühlt wurde. Fig. 5 zeigt den zeitlichen Druckabfall bei konstanter Erregung, d. h. Funkenlänge und für zwei Anfangsdrucke und zwar *a* für Zimmertemperatur, *b* Kühlung mit fester CO_2 + Äther und *c* Kühlung mit flüssiger Luft. Man sieht, daß schon bei Zimmertemperatur ein, wenn auch langsamer Druckabfall eintritt, der allerdings mit abnehmender Temperatur der Kühlfläche immer größer wird.

Bei Fortnahme der Kühlung kommt dann wieder ein Teil des ursprünglich vorhandenen Gasinhaltes zum Vorschein, aber

erst durch Erhitzen auf etwa $+100^{\circ}\text{C}$. steigt der Druck auf den ursprünglichen Wert an. Setzt man nun wieder die Kühlung an, ohne daß zwischendurch die Ringentladung eingeschaltet wird, so sinkt der Druck fast momentan angenähert auf den Wert, den er vorher bei Beendigung des Clean-up-Vorgangs hatte. Dieses Spiel läßt sich mehrmals wiederholen. Eine

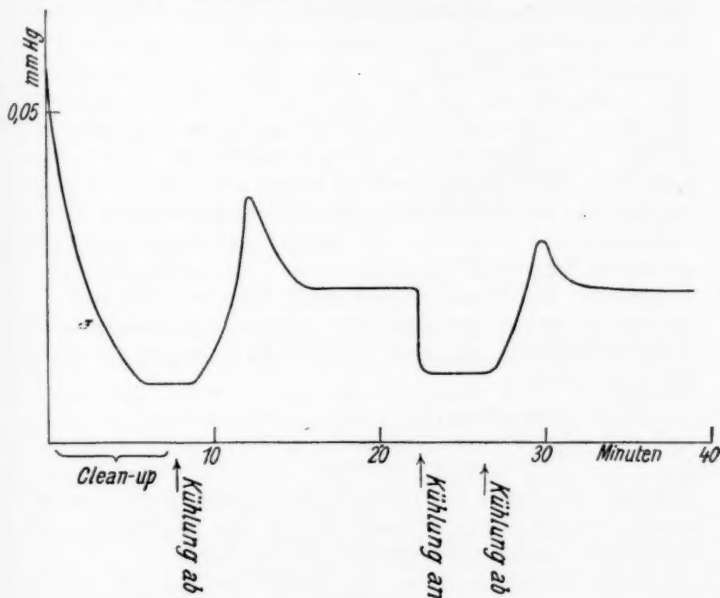


Fig. 6

typische derartige Beobachtungsreihe (zeitlicher Druckverlauf) zeigt Fig. 6. Hier fällt noch eine eigentümliche Erscheinung auf, die ich bei ähnlichen Versuchen mit anderen Gasen ebenfalls beobachten konnte, und die m. W. noch nirgends beschrieben ist, nämlich das Auftreten der oft recht spitzen Druckmaxima, wenn die Kühlfläche sich wieder langsam erwärmt und das kondensierte Gas frei wird. Wir werden später der Erscheinung noch mehr Aufmerksamkeit zuwenden, hier genügt zunächst die Bemerkung, daß es sich um einen interessanten Strömungs- und Diffusionseffekt handelt, der mit

dem Clean-up als solchem nichts zu tun hat und daher für diese Frage keine prinzipielle Bedeutung besitzt.

Es interessiert an dieser Stelle ein Vergleich mit den Beobachtungen, die Hughes¹⁾ an Wasserstoff machte, der einem Bombardement von relativ langsamen Elektronen ausgesetzt war. Er stellte gleichfalls eine allmähliche Aufzehrung des Gasinhaltes fest, der mindestens zum Teil der Kondensation an den mit flüssiger Luft gekühlten Gaswandungen zuzuschreiben war. Allerdings erreichte bei der zweiten Kondensation der Druck bei weitem nicht den ursprünglichen Wert, so daß man annehmen mußte, daß in der Zwischenzeit das Gas sich zum großen Teil wieder in die nicht kondensierbare Form umgewandelt hatte. Hughes schloß damals aus seinen Versuchen im Anschluß an die ähnlich orientierten Langmuirschen Untersuchungen, daß es sich um die Bildung und Kondensation von atomarem Wasserstoff handelt, und daß bei wiederholten Kondensationen der Druck deshalb nicht denselben Tiefstand erreichte wie früher, weil inzwischen erhebliche Rekombinationen zu H_2 -Molekülen stattgefunden haben. Z.B. beobachtete Hughes folgende Drucke:

Anfangsdruck H_2	$5,48 \cdot 10^{-3}$ mm
Enddruck des Clean-up	$1,00 \cdot 10^{-3}$ „
Bei der zweiten Kondensation	$2,63 \cdot 10^{-3}$ „

d.h. also die Menge des nicht kondensierbaren Gases (Langmuirs „nonrecondensable Gas“) beträgt etwa 37 Proz. des bei der ersten Kondensation verschwundenen Gases.

Beim Ringstrom liegen die Verhältnisse insofern anders, als hier wegen der vollkommenen Abwesenheit der die Rekombination begünstigenden Metallflächen die Menge des nicht kondensierbaren Gases sehr viel kleiner ist als oben. Z. B. ergibt sich aus der in Fig. 6 dargestellten Meßreihe:

Anfangsdruck	$70 \cdot 10^{-3}$ mm
Enddruck der I. Kondensation	$19 \cdot 10^{-3}$ „
„ „ II. „	$20 \cdot 10^{-3}$ „

d.h. etwa 2 Proz. des ursprünglich verschwundenen Gases werden in den molekularen Zustand zurückverwandelt. Der Vergleich beider Zahlen beweist treffend den Vorteil, den elektronenlose Entladungen bei derartigen Untersuchungen bieten.

1) A. L. Hughes, Phil. Mag. 41. S. 778. 1921.

Wir können also auf Grund der beobachteten Clean-up-Erscheinungen auch hier den Schluß ziehen, daß es sich im Falle des Wasserstoffs wieder um die Bildung der atomaren Modifikation handelt, wofür außer dem später noch zu besprechenden spektroskopischen Befunde auch noch folgende Beobachtung spricht:

Die Wärmeleitfähigkeit des atomaren Wasserstoffs muß nach den Formeln der elementaren kinetischen Gastheorie, d. h. also auch ohne Berücksichtigung des bei hohen Temperaturen durch Dissoziation und Rekombination bewirkten Wärmetransportes, größer sein als die der gleichen Menge molekularen Wasserstoffs. Eine solche Verschiedenheit muß sich zeigen durch einen verschieden raschen Temperaturanstieg bei Entfernung der flüssigen Luft aus dem Kühlgefäß. Dieser Effekt konnte tatsächlich durch Temperaturmessung mit Thermoelementen beobachtet werden.

2. Stickstoff

Der in Stickstoff gemessene zeitliche Druckabfall ist für verschiedene Erregungsintensitäten (Funkenstrecken F) in Fig. 7 dargestellt. Hier erkennt man deutlich, daß der Gasdruck nicht bis 0 abnimmt, sondern sich schließlich einem konstanten Endwert nähert, der um so niedriger ist, je stärker die Erregung ist. Das ist ohne weiteres plausibel, da ja in den hier in Frage kommenden Druckgebieten bei konstanter Spannung die Stromstärke mit abnehmendem Druck ebenfalls abnehmen muß bis zu einem minimalen Betrage, bei dem keine merkbare Gasauzehrung mehr stattfindet. In Fig. 8 ist der Zusammenhang zwischen Druckabfall und Temperatur der Kondensationsfläche dargestellt. Im übrigen verhält sich Stickstoff bei wiederholten Kondensationen qualitativ ebenso wie Wasserstoff, d. h. der gesamte kondensierte Gasinhalt wird erst bei Erwärmen auf etwa $+100^{\circ}$ wieder frei, ist dann aber wieder fast vollkommen kondensierbar.

3. Sauerstoff

Der Sauerstoff wurde stets elektrolytisch hergestellt und tagelang über P_2O_5 getrocknet. Von allen untersuchten Gasen zeigte Sauerstoff den stärksten Clean-up-Effekt. Der Gasinhalt

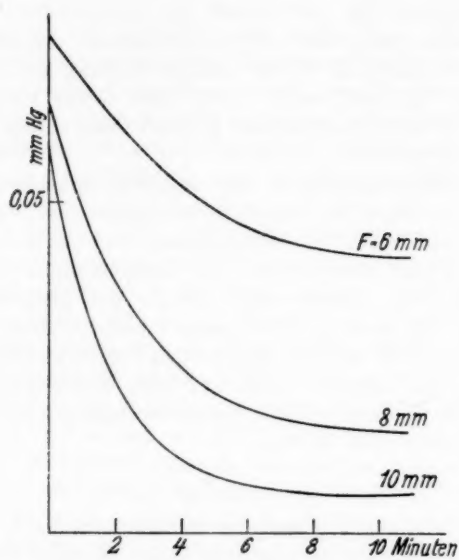


Fig. 7

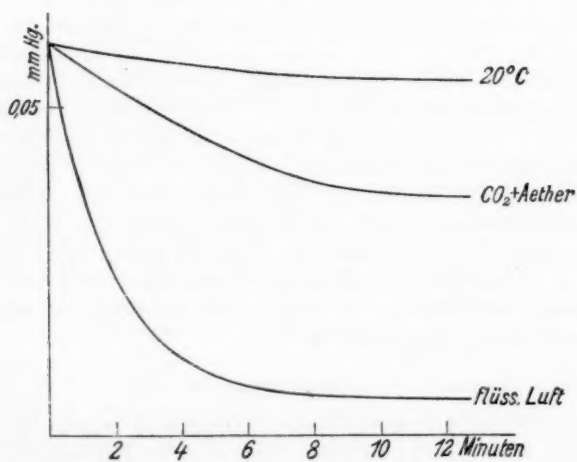


Fig. 8

verschwand meistens fast innerhalb einer Minute nach Einschalten der Ringentladung, und stets ging die Aufzehrung so weit, daß der Ringstrom von selbst erlosch. Für spektroskopische Aufnahmen von längerer Dauer war aus diesem Grunde eine stetige Zufuhr frischen Sauerstoffs notwendig.

Wir wählen aus unserem vielfachen Beobachtungsmaterial Fig. 9 aus, die in typischer Weise die zeitliche Druckabnahme

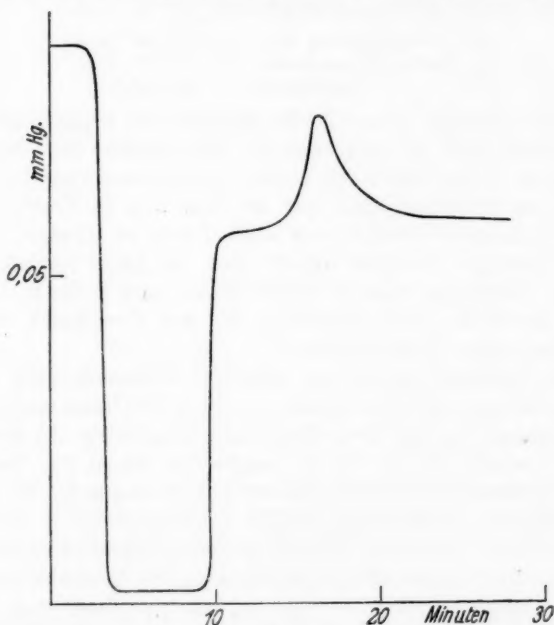


Fig. 9

beim Clean-up und das Wiederansteigen des Druckes nach Abnahme der Kühlung zeigt.

Für die Deutung der Erscheinung liegt es natürlich nahe, auch hier die Bildung einer Modifikation des Gases anzunehmen; wofür natürlich zunächst Ozon in Frage kommt. Eine genaue quantitative Auswertung der vorliegenden Ergebnisse rechtfertigt diesen Schluß. Es zeigt sich nämlich, daß die bei Abkühlung verschwundene Gasmenge beim Wiedererwärmen eine

Drucksteigerung ergibt, die fast genau gleich $\frac{2}{3}$ der gesamten durch elektrische Aufzehrung verschwundenen Gasmenge beträgt. Aus dem oben angeführten Beispiel ergeben sich folgende Werte:

Anfangsdruck O_2 . . .	$p_0 = 85 \cdot 10^{-3}$ mm
Enddruck bei -190° . . .	$p_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ „
Clean-up-Effekt . . .	$p_0 - p_1 = 83 \cdot 10^{-3}$ mm

Das ergibt in Ozon umgewandelt

eine Drucksteigerung von . . .	$56 \cdot 10^{-3}$ mm
also Enddruck berechnet . . .	$58 \cdot 10^{-3}$ „
und „ beobachtet . . .	$59 \cdot 10^{-3}$ „

Wir gelangen also mit der Methode des elektrodenlosen Ringstroms und bei gleichzeitiger Kondensation des bereits gebildeten Ozons leicht zu Ozonkonzentrationen von nahezu 100 Proz., allerdings auch nur bei den hier in Frage kommenden geringen Drucken von etwa 1 mm an abwärts. Bei diesen geringen Drucken scheint sich das Ozon tagelang zu halten, wenigstens war in einem Falle nach 8 Tagen noch keine merkliche Drucksteigerung, die auf Ozonzerfall hätte schließen lassen, nachzuweisen.

In Sauerstoff wurde nun auch der Strömungseffekt, der zur Ausbildung von einem mitunter recht steilen Druckmaximum bei Temperaturanstieg führt, eingehender untersucht. Zu diesem Zwecke wurde die in Fig. 4b dargestellte Kugel mit Innenkühler verwandt; das Kühlgefäß war zur Erhöhung der Wärmekapazität mit Kupferspänen gefüllt, die Temperatur in seinem Innern konnte mit einem Fe-Konstantanthermoelement gemessen werden. Nach vorangegangenen Clean-up von Sauerstoff zeigte sich bei langsamer Wiedererwärmung von der Temperatur der flüssigen Luft bis zur Zimmertemperatur der in Fig. 10 dargestellte Druckverlauf. Als Abszisse ist die absolute Temperatur und daneben auch die Zeit in Minuten eingetragen. Ordinate ist wieder der mit dem McLeod gemessene Druck.

Der erste steile Anstieg AB entspricht dem Sättigungsdruck des Ozons in seiner Temperaturabhängigkeit, allerdings mit einem gewissen Fehler behaftet, da nicht statisch gemessen wurde und deshalb noch die Strömungsgeschwindigkeit in der Zuleitung zum Manometer zu berücksichtigen wäre. Von B bis C haben wir bereits ungesättigtes Ozon, d. h. der Druck

bleibt ziemlich konstant, um erst bei weit höherer Temperatur (*C*) anzusteigen und über das erwähnte Maximum zu gehen. Zur Erklärung liegt es zunächst nahe, den von Knudsen¹⁾ aufgefundenen Effekt heranzuziehen, daß an den Enden einer im Vergleich zur mittl. freien Weglänge engen Röhre zwei verschiedene Drücke sich einstellen, wenn dort die Temperaturen

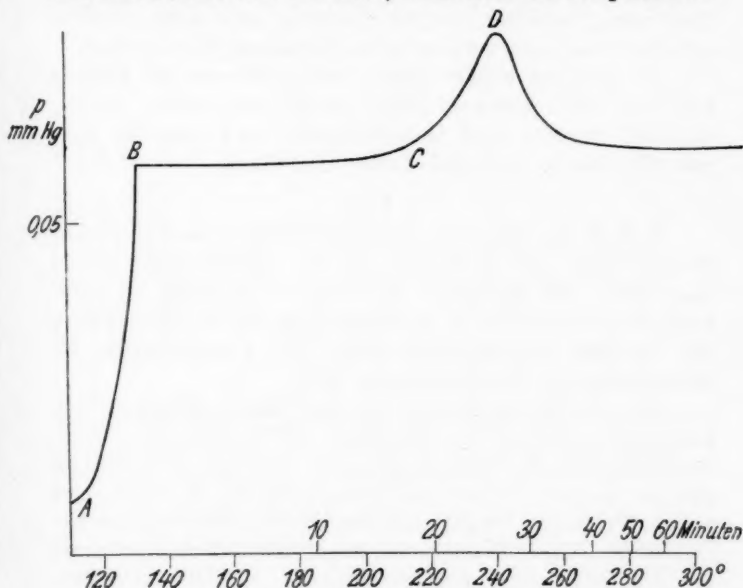


Fig. 10

verschieden sind, und zwar ist in bekannter Weise $\frac{p_1}{p_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$. Dann bleibt aber die Druckkonstanz innerhalb des Gebietes *BC* vollkommen ungeklärt, die sich stets beobachten läßt, bei verlangsamer Wiedererwärmung jedoch besonders ausgeprägt in Erscheinung tritt.

Eine andere Möglichkeit zur Erklärung des Phänomens liegt in der Richtung, daß bei *C* in namhaften Mengen Quecksilber verdampft und so einen Druckanstieg hervorruft, der allerdings in dem Maße wie der Hg-Dampf in das übrige Gas

1) M. Knudsen, Ann. d. Phys. 31. S. 205, 633. 1910.

hineindiffundiert, wieder verschwindet, da er sich dann der Messung durch das Manometer entziehen würde. Allerdings reichen hier die Größenordnungen der besonders bei schneller Erwärmung beobachteten Druckanstiege bei weitem nicht aus, um hierdurch die Erklärung zu finden. Daß die Höhe und Steilheit des Druckmaximums mit der Geschwindigkeit der Erwärmung zunimmt, spricht allerdings sehr dafür, daß es sich hier um einen gaskinetischen Strömungseffekt handelt.

Die gleichen Effekte zeigten sich nicht nur bei allen in bezug auf ihren Clean-up-Effekt untersuchten Gasen (H_2 , N_2 , O_2 , Luft), sondern auch in Kohlendioxyd und zwar hier ohne jede Einwirkung einer elektrischen Entladung.

4. Luft

In Luft war ebenfalls die Geschwindigkeit der elektrischen Gasauflagerung sehr groß, etwa von der gleichen Größe wie in Sauerstoff. Ein genauerer quantitativer Vergleich ist nicht durchführbar, da man ja annehmen muß, daß in beiden Fällen bei derselben Erregungsbedingung, d.h. Funkenstrecke, die Stromstärken im Gas verschieden sind.

Fig. 11 gibt ein Beispiel für den Clean-up-Effekt in Luft. Besonders auffallend ist die Höhe und Schärfe des Druckmaximums nach der Wiedererwärmung. Qualitativ unterscheidet sich der Habitus von Luft nicht von Sauerstoff; ein fester Wert für das Verhältnis der gesamten Druckveränderung bis zum Erlöschen des Ringstromes läßt sich hingegen in Luft nicht erhalten.

Als Ursache für das Verschwinden von Luft wird man auch hier wieder chemische Reaktionen annehmen müssen, insbesondere Bildung von Ozon und Stickoxyden, die bereits bei Zimmertemperatur zum Teil von den Gefäßwänden adsorbiert werden und sich bei der Temperatur der flüssigen Luft quantitativ kondensieren.

5. Argon

Zur Kontrolle wurden noch einige Versuche mit Argon unternommen. Es zeigte sich, daß selbst bei starker Anregung des Ringstromes keine meßbare Druckerniedrigung eintrat; dies Resultat war von vornherein zu erwarten, da man bisher in Argon weder Molekülbildung noch sonst etwa irgendeine chemische Reaktionsfähigkeit angeregter Argonatome hat nach-

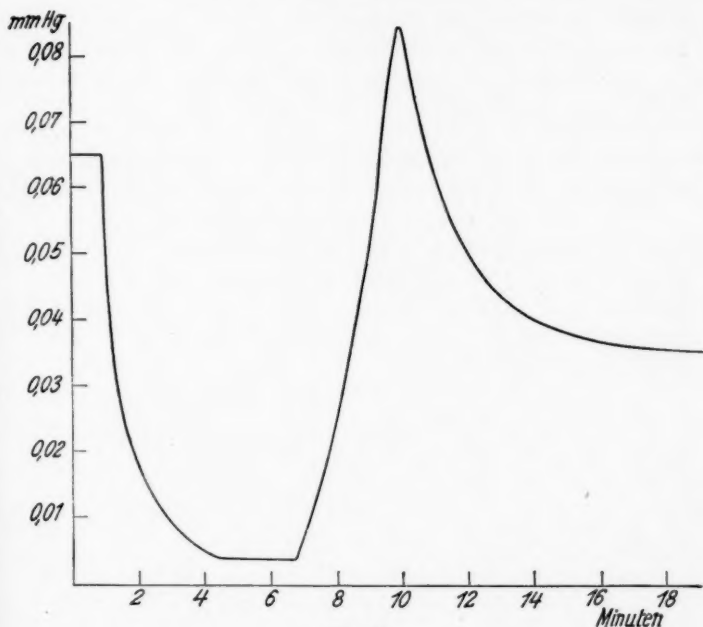


Fig. 11

weisen können und da andererseits bekannt ist, daß die Edelgase nur äußerst selten von festen Oberflächen adsorbiert werden. Wenn man trotzdem zuweilen einen Clean-up-Effekt in Argon gefunden hat [N. Campbell¹⁾, S. Dushman²⁾], so muß er mit der Kathodenzerstäubung oder -verdampfung zusammenhängen.

Teil III. Spektroskopische Untersuchungen

Für den Spektroskopiker bietet der elektrodenlose Ringstrom aus den eingangs geschilderten Gründen viel Interessantes und ist deshalb auch bereits zu wertvollen spektroskopischen Untersuchungen mit Erfolg benutzt worden, allerdings meist nur mit dem Ziele, möglichst viel Linien und Banden auf ein einzelnes Spektrogramm zu bekommen, wofür ja der Ringstrom

1) N. Campbell, *Phil. Mag.* 41. S. 685. 1921.

2) S. Dushman, *Gen. El. Rev.* 24. S. 195. 1922.

wegen der räumlichen und zeitlichen Differenzierungen der Anregungsbedingungen sehr geeignet erscheint.

Im Gegensatz dazu wollen wir nunmehr die Spektroskopie des Ringstromes unter folgenden Gesichtspunkten diskutieren:

Wie bereits oben auseinandergesetzt wurde, kann man in vielen Fällen einen deutlichen Farbenunterschied der äußeren Schichten des Ringstromes gegenüber den mehr nach innen zu gelegenen beobachten, ein Phänomen, für dessen Erklärung wir oben bereits eine bestimmte Verteilung der Elektronengeschwindigkeiten annahmen. Diese Annahme hat sich dann später bei einer genaueren Diskussion der Elektronenbewegung unter der Einwirkung eines harmonisch/schwingenden induzierenden Magnetfeldes als durchaus berechtigt erwiesen, und es erhebt sich nunmehr die Frage, in welcher Weise die einzelnen Schichten des Gases durch diese Verteilung der Anregungsbedingungen beeinflußt werden.

Von diesem Gesichtspunkte aus wurde zunächst Argon untersucht, das ja am deutlichsten das Phänomen des „geschichteten Ringstromes“ zeigt. Wie üblich wurde der Ringstrom so auf den Spalt eines Spektrographen abgebildet, daß ein Radialschnitt durch den Ringstrom photographiert wurde.

Zwei Linien des so erhaltenen Argonspektrums, nämlich $\lambda = 4511 \text{ \AA E.}$ und $\lambda = 4806 \text{ \AA E.}$ sind mit dem Hartmann-

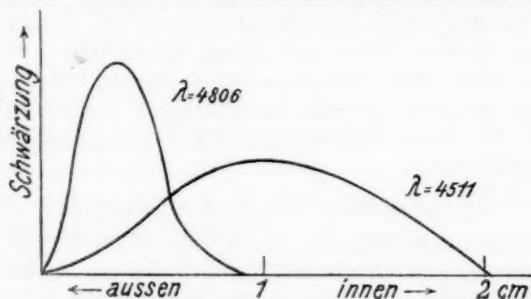


Fig. 12

schen Mikrophotometer der Länge nach durchphotometriert worden. Aus dem bekannten Abbildungsverhältnis kann man daraus auf den Intensitätsverlauf innerhalb des Ringstromes schließen. Das Resultat (Fig. 12) zeigt, daß die dem „blauen“

Spektrum angehörige Linie 4806 nur auf den Rand der Entladung beschränkt ist, während die „rote“ Linie 4511 ihr Emissionsmaximum mehr nach der Mitte zu hat. Von anderer Seite her ist nun bekannt, daß die roten Argonlinien ihren Ursprung stets an Stellen kleinerer Elektronengeschwindigkeit haben, z. B. in der positiven Säule der regulären Glimmentladung, während das blaue Spektrum auf Stellen von energetisch hochwertiger Anregung beschränkt ist, z. B. negatives Glimmlicht. Die Übertragung dieser spektroskopischen Erfahrungen bestätigt also ebenfalls die oben entwickelten Anschauungen über den Elektronenmechanismus des Ringstromes.

Besonderes Interesse versprach in dieser Richtung die Untersuchung von *Helium*, dessen Bandenspektrum ja wie bekannt nur an Stellen kleiner Elektronengeschwindigkeiten vorkommt. Leider ist hier aber der Anregungsunterschied im Ringstrom nicht groß genug, um eine deutliche räumliche Trennung der Banden von den Linien zu erhalten, wie man sie etwa im Ausläufer der negativen Glimmschicht in ganz reinem Helium, in der sogenannten Aureole¹⁾, erhalten kann.

In *Stickstoff* war wieder, wie orientierende Versuche zeigten, eine deutliche Trennung der Anregungsverhältnisse zu bemerken, und zwar in demselben Sinne wie bei Argon, d. h. also die negativen Banden waren auf die Peripherie beschränkt, während die positiven Banden auch in die tieferen Regionen des Ringstromes vordringen konnten.

Was das Spektrum des Wasserstoffs anbelangt, so ist vor kurzem hierüber eine sehr eingehende Arbeit von G. Herzberg²⁾ erschienen, so daß wir uns hier auf einige ergänzende Bemerkungen beschränken können.

In Wasserstoff liegen die Dinge nicht so übersichtlich und einfach wie in einatomigen Gasen, da hier die Verteilung der spektralen Emission nicht allein von der Elektronengeschwindigkeit abhängt, sondern auch in hohem Maße durch den Dissoziationsgrad bedingt ist. Dieser kann unter Umständen, wie die bekannten Versuche von R. W. Wood³⁾ zeigen, recht hoch sein, besonders aber muß man dies in elektrodenlosen

1) R. Seeliger und G. Mierdel, *Ztschr. f. Phys.* 19. S. 230. 1923.

2) G. Herzberg, *Ann. d. Phys.* 84. S. 553 u. 565. 1927.

3) R. W. Wood, *Phil. Mag.* 42. S. 729. 1921; 44. S. 538. 1922.

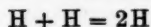
Röhren erwarten, noch dazu, wenn, wie in kugeligen Gefäßen die Oberfläche der Glaswand klein im Verhältnis zum Gesamtvolumen ist. Wir müssen in diesem Falle einen von der Wand nach innen zu zunehmenden Dissoziationsgrad erwarten. Dem entspricht auch die Verteilung der Spektren: das dem H_2 -Molekül angehörige Bandenspektrum ist ganz in die Nähe der Wand gedrängt, wo eben durch fortgesetzte Rekombinationen noch genügend viel Moleküle sich bilden können, während das Balmerpektrum weit nach innen zu sich erstreckt, oft sogar noch mit einem Intensitätsmaximum an Stellen, wo vom Bandenspektrum keine Spur mehr zu sehen ist. Herzberg schließt aus der Tatsache, daß die Balmerlinien weit ins Innere hineinreichen, daß ihre Emission nicht durch Elektronenstoß hervorgerufen sein kann, sondern ein Wiedervereinigungsleuchten ist, da es im Innern an Elektronen fehlt, die schnell genug sind, die Balmerserie anzuregen. Demgegenüber ist aber zu erwidern, daß nach den in Teil I angestellten Diskussionen der Elektronenbewegung auch recht schnelle Elektronen und zwar vornehmlich die, für die $\omega t_0 = \frac{\pi}{2}$ ist, ins Innere der Kugel gelangen können, da sie durch das Magnetfeld zu Kreisen mit dem Radius $r/2$ gebogen werden, also bei genügend tiefen Drucken durch den Kugelmittelpunkt gehen müssen. Da diese Elektronen in einem fast ausschließlich aus H-Atomen bestehenden Gase verlaufen, kann man auf sie die unter normalen Verhältnissen, d. h. bei Verwendung molekularen Wasserstoffs, beobachtete Anregungsfunktion nicht anwenden. Es ist sogar plausibel, daß unter diesen Umständen bereits bei verhältnismäßig kleinen Geschwindigkeiten eine intensive Anregung der Balmerserie zustande kommt. Rein aus der Tatsache, daß die Balmerlinien ziemlich intensiv im Innern erscheinen, kann man also nicht zwischen Stoßleuchten oder Wiedervereinigungsleuchten unterscheiden.

Der ungewöhnlich hohe Dissoziationsgrad des Wasserstoffs bringt es auch mit sich, daß sich die Balmerserie in einer Vollständigkeit zeigt, die man sonst nur bei kosmischen Objekten zu beobachten gewohnt ist. Dabei scheint die Erstreckung nach höheren Gliednummern zu in hohem Maße von Verunreinigungen abhängig zu sein, wobei Quecksilberdampf

bereits in geringen Mengen sich durch Unterdrückung höherer Balmerglieder besonders bemerkbar macht. Gewöhnliche Kühlung mit flüssiger Luft reicht bei weitem nicht aus, um den Hg-Dampfdruck so weit zu erniedrigen, daß seine Wirksamkeit gegenüber der Balmerserienausdehnung unmerklich wird. Man muß schon das Entladungsgefäß gründlich ausheizen, um die oberflächlich adsorbierten Hg-Mengen, die besonders an Quarz äußerst fest haften, vorher zu entfernen. Mit diesen Vorsichtsmaßregeln konnten ohne weitere Schwierigkeit bereits bei 5 Min. Expositionsdauer mit einem verhältnismäßig lichtschwachen Quarzspektrographen ($f:9$) bis zu 12 Glieder der Balmerserie erhalten werden, während Herzberg, der die ganze Entladungsröhre in flüssige Luft tauchen konnte, bis zu 23 Glieder erhielt.

Das kontinuierliche Spektrum von Wasserstoff konnte ebenfalls in beträchtlicher Intensität erhalten werden, und zwar stets dort, wo auch die Viellinien zu sehen waren, d.h. im wesentlichen auf schmale Randzonen beschränkt. Wahrscheinlich ist dies mehr die Folge davon, daß am Rand die Zahl der Wasserstoffmoleküle beträchtlich ist, als daß dort die mittleren Elektronengeschwindigkeiten größer sind als im Innern. Typisch ist für das beobachtete Kontinuum der ziemlich beträchtliche Intensitätsanstieg nach kurzen Wellen zu, der in der Gegend von 2500 ÅE. sein Maximum zu haben scheint, wenn dieses nicht durch die dann bald beginnende Quarzabsorption vorgetäuscht ist und in Wirklichkeit bei noch kürzeren Wellen läge. (Fig. 13, Taf. XVI.)

Gerade dieser Intensitätsanstieg nach dem kurzwelligen Ende zu bietet der von L. Schüler und K. L. Wolf¹⁾ vorgeschlagenen Deutung des Kontinuums als ein Rekombinationspektrum entsprechend dem Vorgang



große Schwierigkeiten, da man für die weite Erstreckung ins Ultraviolette enorme Geschwindigkeiten der sich vereinigenden Atome annehmen müßte. In dieser Beziehung scheint eine von Herzberg (a. a. O.) vorgeschlagene Deutung mehr zu leisten, daß nämlich die Emission des kontinuierlichen Wasserstoff-

1) L. Schüler und K. L. Wolf, Ztschr. f. Phys. 33. S. 42. 1925.

spektrums zusammenhängt mit dem Zerfall des positiven Molekulations, der etwa in der Weise



vor sich gehen könnte. Auf diese Weise kommt man in den starken Feldern der Randpartie leicht zu ausreichenden Geschwindigkeiten der H_2^+ -Ionen für die Erklärung der kurzwelligen Erstreckung des Kontinuums.

Bezüglich weiterer Einzelheiten muß auf die sehr sorgfältige Diskussion in der zitierten Arbeit von G. Herzberg hingewiesen werden.

Zusammenfassung

1. Die Bewegung von Ionen in elektrischen Feldern sehr hoher Wechselzahl wird diskutiert und daraus für den elektrodenlosen Ringstrom der Schluß gezogen, daß als ionisierender Faktor hier nur die Elektronen in Frage kommen. Die sich daraus weiter entwickelnden Folgerungen können zum Teil durch Sondenmessungen belegt werden.

2. Die Messung der Anfangsspannung ergibt bezüglich der Druckabhängigkeit qualitative Übereinstimmung mit den an Innenelektroden gewonnenen Resultaten. Die Werte der Anfangsspannung liegen allerdings durchweg höher als dort, was sich ebenfalls durch den Fortfall der Ionisation von seiten positiver Ionen erklären läßt.

3. Das „Clean-up“-Phänomen wird in Wasserstoff, Stickstoff, Sauerstoff und Luft untersucht. Als Ursache der Gasaufzehrung ergab sich in allen Fällen die Bildung von aktiven Modifikationen bzw. chemischen Verbindungen, die von der Glasoberfläche adsorbiert werden, und zwar um so mehr, je kälter sie ist. In Argon zeigte sich wie erwartet keine Druckverminderung.

4. Spektroskopische Untersuchungen von Argon und Stickstoff ergaben die aus der entwickelten Theorie folgende radiale Intensitätsverteilung der einzelnen Frequenzen. In Wasserstoff tritt wegen des hohen Dissoziationsgrades die Balmerreihe besonders stark in Erscheinung. Auch das kontinuierliche Spektrum des Wasserstoffs zeigt sich sehr intensiv und zwar mit einem weit im Ultravioletten gelegenen Intensitätsmaximum.

Greifswald, Physikalisches Institut der Universität,
Februar 1928.

(Eingegangen 6. Februar 1928)

8. *Bemerkung zu meiner Arbeit über Farbe und Magnetismus von Ionen*¹⁾;
von Georg Joos

Vor ungefähr einem Jahr wurde vom Verfasser auf Grund verschiedener Tatsachen geschlossen, daß die Träger der Farbe bei den Ionen der Übergangselemente nicht, wie heute in der Atomphysik fast allgemein angenommen wird, die freien Ionen sind, bei denen nach der üblichen Erklärung infolge des gleichzeitigen Ausbaus verschiedenquantiger Elektronengruppen die Unterschiede zwischen den Energiestufen so klein sein sollen, daß bereits sichtbares Licht absorbiert werden kann, obwohl es sich um Systeme mit zwei oder drei überschüssigen positiven Ladungen handelt. Demgegenüber wurde die Ansicht vertreten, daß die Träger der Farbe in Wirklichkeit Komplexmoleküle sind, welche nicht durch stetige Deformation der Elektronenhülle, sondern durch völlige Neuordnung der äußersten Elektronengruppen gebildet werden. Die zu diesem Ergebnis führenden Schlüsse waren zum Teil durch Extrapolation gewonnen worden: Da zu dieser Zeit von den in Frage stehenden Elementen die den Salzionen entsprechenden freien Ionen in bezug auf ihre Spektren nicht bekannt waren, wurde aus der Ultraviolettverschiebung der Absorptionslinien beim Übergang vom Bogenspektrum zum ersten Funkenspektrum auf eine weitere Ultraviolettverschiebung beim Übergang zu den höheren Ionisierungsstufen geschlossen, welche eine Absorption im Sichtbaren als unmöglich erscheinen ließ. Neuerdings ist nun das Spektrum von Ti^{++} und dasjenige von Ti^{+++} durch H. N. Russel und G. Lang²⁾ aufgenommen und in Terme geordnet worden. Nach dieser Ordnung liegt das erste Absorptionsmultiplett des Ti^{++} bei 1300 ÅE., das von Ti^{+++} bei 780 ÅE.

1) G. Joos, Ann. d. Phys. 81. S. 1076. 1926.

2) H. N. Russel und G. Lang, Astrophys. Journ. 66. S. 13. 1927.

Vergleicht man damit die Farbe der dieselben Ionen enthaltenden Titansalze (TiCl_3 und TiI_3 schwarz, wäßrige Lösungen von Ti^{+++} -Salzen violett oder grün, feste Ti^{+++} -Salze je nach der Hydratart violett oder grün!), so sieht man, daß die Absorptionsgebiete derart weit auseinander liegen, daß eine kontinuierliche Überführung des Trägers der einen Absorptionslinie in den der andern ebensowenig in Frage kommt wie bei dem a. a. O. als Beispiel angeführten Jodmolekül bzw. -atom. Durch diese Bestätigung der Extrapolation erhalten naturgemäß auch die dort für den Magnetismus von Salzen gezogenen Schlüsse, daß nämlich die auf Grund der Annahme freier Ionen berechneten Magnetonenzahlen mit der Erfahrung nicht übereinstimmen können (wie es ja in der Tat der Fall ist), da die magnetischen Aufspaltungsbilder der betreffenden Komplexe noch unerforscht sind, eine bessere Stütze.

Jena, Physikalisches Institut, Januar 1928.

(Eingegangen 17. Januar 1928)

**9. Nachtrag zu meiner Arbeit:
„Über die elektrolytische Zersetzung des Glases“¹⁾;
von P. Selényi**

(Aus dem Forschungslaboratorium „Tungsram“
der Vereinigten Glühlampenfabrik und Elektrizitäts A.-G. Ujpest)

In der zitierten Arbeit wurde die im Falle einer unlöslichen Anode erwartete Sauerstoffentwicklung bei der Elektrolyse des Glases mittelst einer gewöhnlichen Vakuumlampe qualitativ nachgewiesen. — Es wurde hierzu folgende Anordnung verwendet: Die etwa mit Nennspannung brennende Lampe tauchte in ein Bad von geschmolzenem Salpeter, welches über ein Milliampereometer mit dem negativen Lampenpol verbunden war. Es floß dann zwischen Glühfaden und Salpeterbad über Gasraum und Kolbenwand ein Strom von mehreren Milliampères, wobei der durch Stoßionisation leitend gewordene Gasraum den Stromtransport besorgte und zugleich die unlösliche Anode bildete. — Während des Stromdurchganges wandert unter Zersetzung des Kolbenglases Na nach außen, wobei im Lampeninneren Sauerstoff frei wird. — Es wurde auch versucht, die entwickelte Sauerstoffmenge aus dem gemessenen Abbau des Wolframfadens quantitativ zu bestimmen, doch es zeigte sich, daß der größte Teil des Sauerstoffs nicht vom Glühfaden, sondern von den kupfernen Elektroden aufgezehrt wurde.

Durch diese Beobachtung angeregt, wurde dann zum quantitativen Nachweis der Sauerstoffentwicklung folgender Versuch unternommen: In einem auf entsprechend kleinen Druck evakuierten Entladungsgefäß wurde zwischen zwei Kupferplattenelektroden mit einer Wechselspannung von etwa 1000 Volt eine Glimmentladung aufrecht erhalten; das Gefäß tauchte in ein Salpeterbad, und zwischen diesem und der einen Elektrode wurde eine Gleichspannung von 300 Volt mit richtiger Polarität

1) Ann. d. Phys. 84. S. 111. 1927.

eingeschaltet. — Es floß dann durch den Gasraum und Kolben ein Strom von etwa 30 Milliampere zur Schmelze, dessen Stärke infolge Bildung der bekannten schlechtleitenden Schicht von Kieselsäure an der inneren Kolbenfläche allmählich abnahm; gleichzeitig erschien an den kupfernen Elektroden ein zunehmender Überzug von Kuprioxyd. — Mit einem zwischen-geschalteten Kupfervoltameter wurde die während zwei Stunden durchgegangene Strommenge bestimmt, danach wurde das Gefäß geöffnet, die Elektroden vorsichtig herausgenommen, abgewogen, in Wasserstoff reduziert und wieder abgewogen. — Es wurde eine Sauerstoffaufnahme von 2,0 mg gefunden; nach der im Voltameter ausgeschiedenen Kupfermenge von 8,4 mg sollte die entwickelte Sauerstoffmenge 2,1 mg betragen. — Die Übereinstimmung ist eine durchaus zufriedenstellende; es ist damit bewiesen, daß bei der elektrolytischen Zersetzung des Glases die Sauerstoffentwicklung quantitativ erfolgt.

Ujpest, den 12. Januar 1928.

(Eingegangen 31. Januar 1928)

**10. Nachtrag zur Arbeit:
„Über das Spektrum der CaSrS-Samarium-
Mischphosphore“;
von M. Travníček**

(Aus dem Physikalischen Institute der Universität Graz)

In ihrer Arbeit¹⁾ über die Emission der Phosphore II zitieren R. u. H. Tomaschek einen Satz aus meiner letzten Arbeit²⁾ und knüpfen daran die völlig unzutreffende Vermutung, daß ich bei der Herstellung der Phosphore eine geringere Quantität Schwefel benützt habe, als zur vollen chemischen Umsetzung der Erdalkalioxyde notwendig ist. Um derartigen Mißverständnissen vorzubeugen, möchte ich hier noch einmal ausdrücklich darauf hinweisen, obwohl ich es in meiner Arbeit mehrmals³⁾ betont habe, daß ich stets mit Schwefelüberschuß gearbeitet habe und bei den Sulfidphosphoren, über die ich bis jetzt berichtet habe, nie zu geringen Schwefelzusatz verwendete; ich konnte daher auch bei den Sm-Mischphosphoren der Serie II nie das entsprechende Oxydspektrum beobachten.

Wenn ich am Schlusse meiner letzten Arbeit schrieb: „Es ist nun möglich gemacht, durch die Beobachtung der Lage der Emissionsspektren an Samariummischphosphoren den Verlauf der chemischen Bindung des Schwefels zwischen Ca und Sr zu verfolgen, wenn bei Herstellung dieser Phosphore eine geringere Quantität Schwefel benützt wird, als zur vollen chemischen Umsetzung der Alkalioxyde⁴⁾ notwendig ist“, so wollte ich damit nur der Meinung Ausdruck geben, daß aus

1) R. u. H. Tomaschek, Ann. d. Phys. 84. S. 1047. 1927.

2) M. Travníček, Ann. d. Phys. 84. S. 823. 1927.

3) M. Travníček, a. a. O. 79. S. 239. 1926; 84. S. 826 u. 831. 1927.

4) Ich benütze diese Gelegenheit, einen sinnlosen Druckfehler in meiner Arbeit zu verbessern. Es soll hier natürlich Erdalkalioxyde heißen, statt Alkalioxyde.

meinen bisherigen Versuchen, kombiniert mit noch anzustellenden Versuchen mit zu wenig Schwefel (solche sind bereits im Gange), vielleicht gewisse Schlüsse über den Aufbau der Mischphosphore gezogen werden können.

Der Deutungsweise, die R. u. H. Tomaschek ihren Beobachtungsergebnissen gegeben haben, kann ich mich nicht anschließen und hoffe, daß über die Widersprüche unserer Arbeiten ein schriftlicher Meinungs-austausch und weitere Untersuchungen Klarheit schaffen werden.

(Eingegangen 13. Februar 1928)

**11. Ein Apparat
zur Bestimmung der Siedepunkterhöhung;
von Franz Rusch**

(Hierzu Tafel XVII)

Bei den Übungen im Physikalisch-chemischen Praktikum an der Technischen Hochschule in München wurde für „Siedepunkterhöhung“ bisher der Apparat von Swientoslawsky benutzt.

Dieser Apparat ist ziemlich teuer in den Anschaffungskosten und bei ungeschickter Behandlung leicht der Zerstörung ausgesetzt.

Das führte den Verfasser dazu, einen Apparat zu konstruieren, bei dem der gefährdetste Teil nur ein Reagenzrohr ist. Außerdem arbeitet der neue Apparat sehr zuverlässig.

Er besteht aus einem etwa 4 cm weiten und 24 cm hohem Reagenzrohr, in dem sich die Geysirpumpe befindet (vgl. Fig. 1). Diese besteht aus einem 2,5 cm hohem Rohr, das in das Reagenzrohr satt paßt. Das Rohr ist oben mit einem Deckel geschlossen, durch den die zwei Steigrohre gehen. Sie haben eine lichte Weite von etwa 4 mm und erheben sich mit ihren rechtwinklig umgebogenen Enden etwa

- a* = Dampfsammelraum.
- b* = Steigrohre.
- c* = Schutzrohr.
- d* = Mittelstütze.

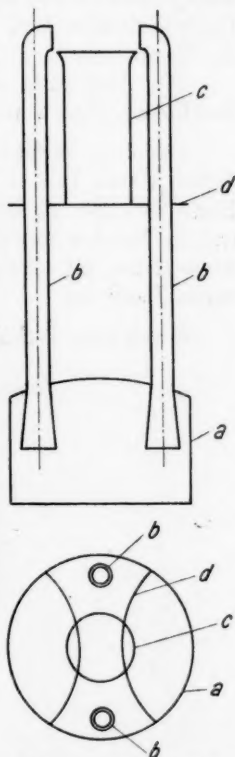


Fig. 1

Die Pumpe $\frac{2}{3}$ nat. Größe.

8,5 cm über den Deckel. Ins Innere des Rohres ragen sie etwa 13 mm mit konisch erweiterten Enden hinein. Sie sind in der Mitte noch mit einer Querstütze verbunden, die gleichzeitig die zentrale Stellung des Pumpapparates im Reagenzrohr sichert. Die Querstütze trägt auch das Thermometerschutzrohr (das auch weggelassen werden kann).

Der Abschlußstopfen des Reagenzrohres hat drei Bohrungen, eine zentrale für das Beckmannthermometer und zwei seitliche, die eine für das Einwurfrohr, die andere für den Rückkühler.

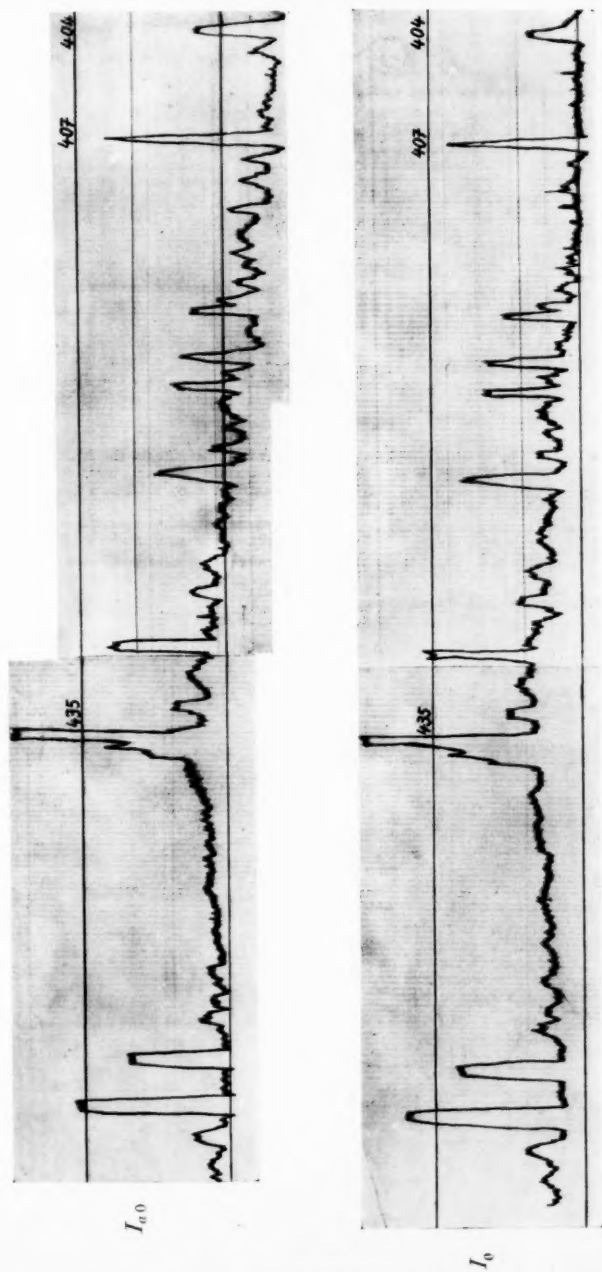
Wird der Apparat in Betrieb gesetzt, so sprudeln aus den beiden Steigrohren auf das Thermometergefäß in ganz kurzen Abständen zwei kräftige Ströme des Flüssigkeits-Dampfgemisches und bewirken ein rasches Konstantwerden der Temperatur.

Die Anordnung des Apparates wird durch die beiden Lichtbilder Figg. 2 u. 3, Taf. XVII noch weiter klagestellt.

Da dem Verfasser kostenlos kein Glasbläser zur Verfügung stand, ließ er den Pumpapparat von dem Mechaniker Herrn Schmid an der Pionieroffizierschule in München vorerst in Messing ausführen. Dem verständnisvollen Eingehen dieses Herrn auf seine Absichten spricht der Verfasser hiermit seinen Dank aus.

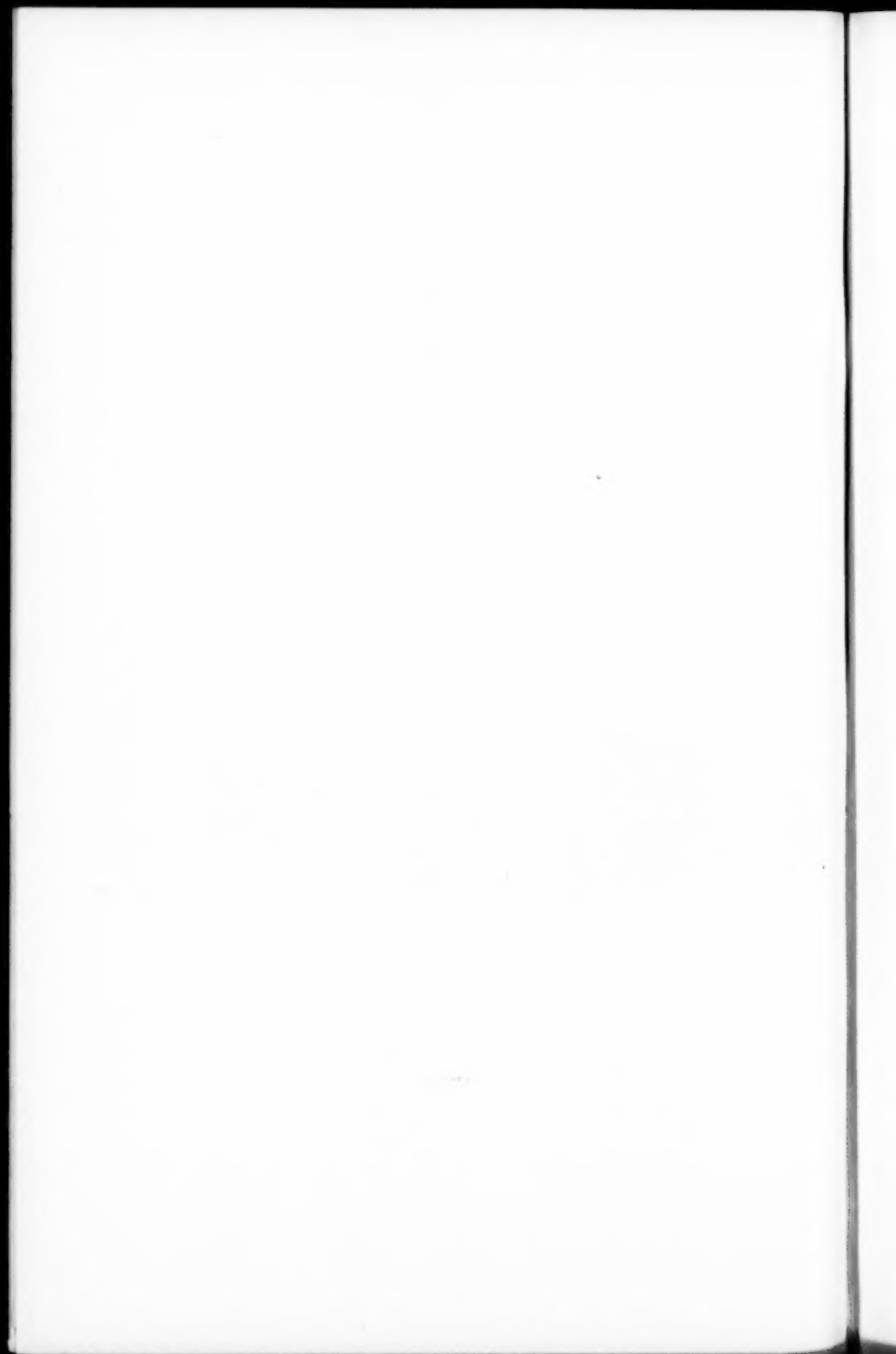
München, Technische Hochschule.

(Eingegangen 23. Februar 1928)



Polarisation des Dreiprismenspektrographen mit abbildender Quarzlinse.

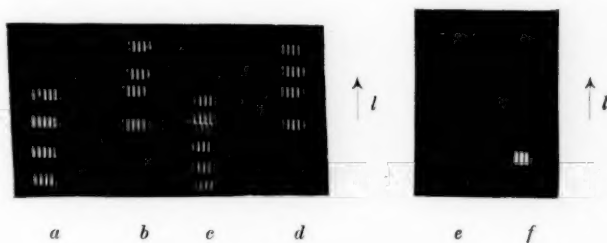
Fig. 2





Polarisation von He-Kanalstrahlen

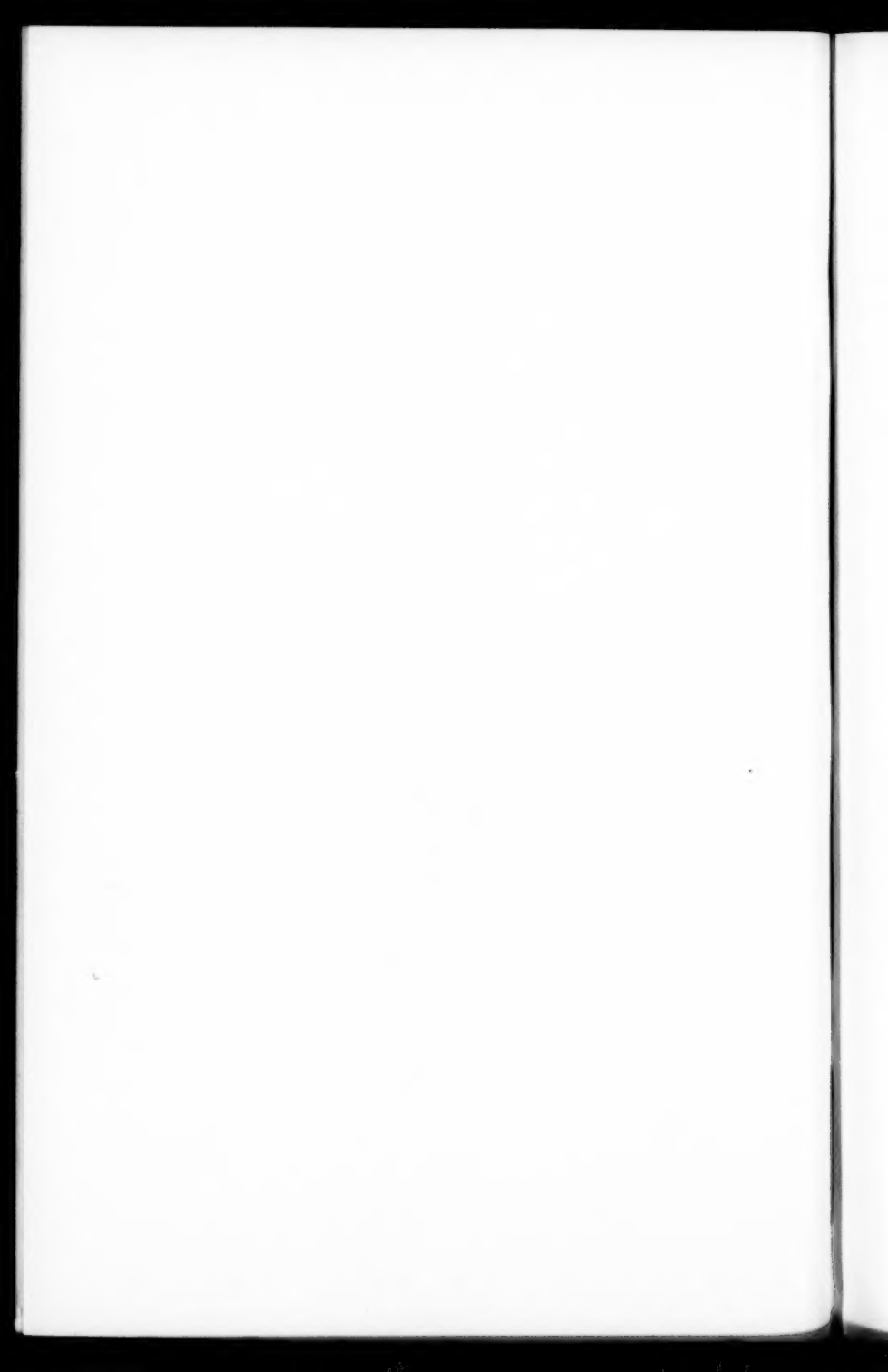
Fig. 3



- | | | |
|---|----------------|------------------------|
| a | V = 5000 Volt | $E = 0$ |
| b | V = 5000 Volt | $E = 150 \text{ V/cm}$ |
| c | V = 10000 Volt | $E = 150 \text{ V/cm}$ |
| d | V = 10000 Volt | $E = 500 \text{ V/cm}$ |
| e | V = 20000 Volt | $E = 150 \text{ V/cm}$ |
| f | V = 20000 Volt | $E = 500 \text{ V/cm}$ |

$l = \text{Abklingweg}$

Fig. 10



2536 Hg →

Serien-
grenze →

H_γ →

H_β →

Fig. 13





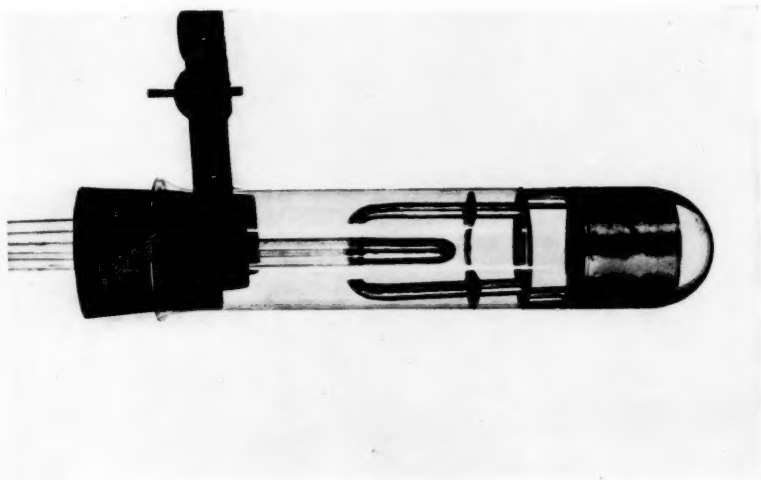


Fig. 3

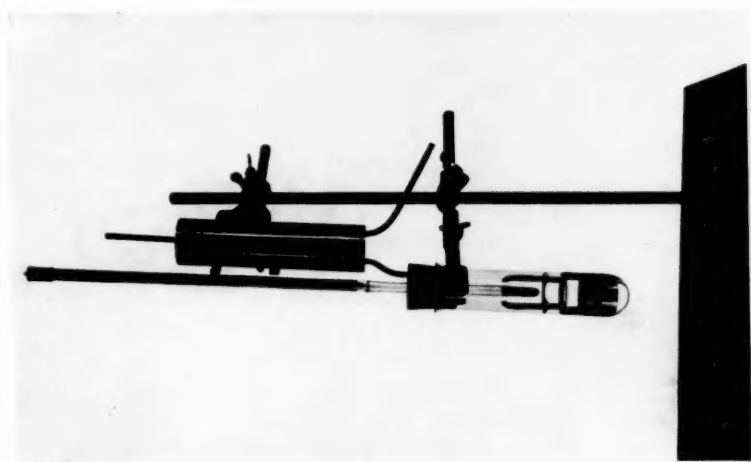
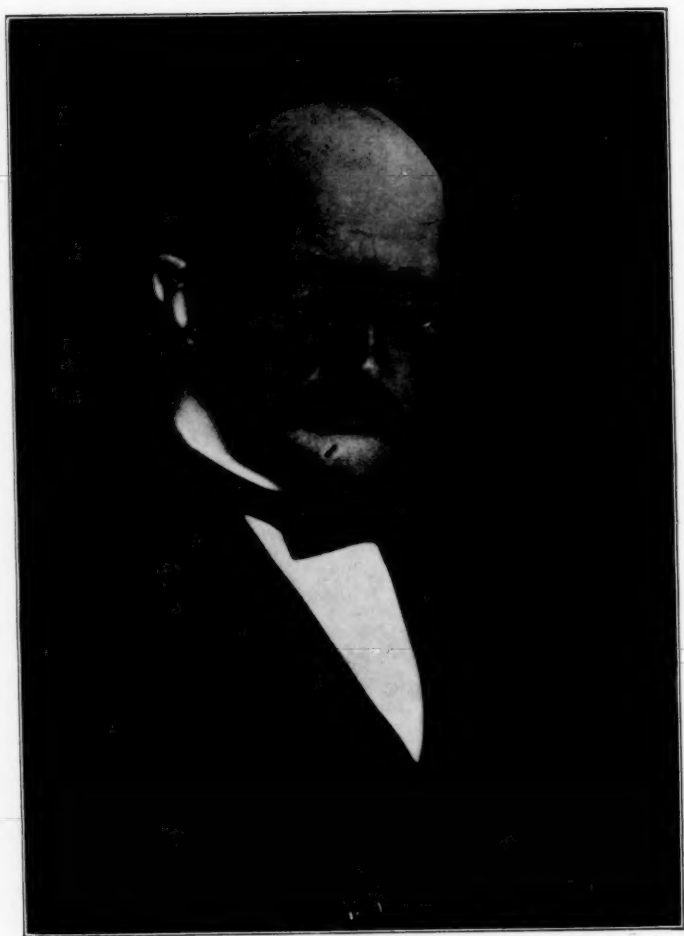


Fig. 2



Max Planck zum 70. Geburtstage